



الرياضيات

للفصل الأول الثانوي

الفصل الدراسي الثاني

العبدان
Obekan

يوزع مجاناً ولا يباع

قررت وزارة التربية والتعليم بالمملكة العربية السعودية
تدريس هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

Education

الطبعة التجريبية
١٤٣١ هـ - ٢٠١٠ م

Original Title:

FOR GRADE 10

By:

Cindy J. Boyd

Jerry Cummins

Carol E. Malloy, Ph. D.

John A. Carter, Ph. D.

Alfinio Flores, Ph. D.

Contributing Authors

Viken Hovsepien

Dinah Zike

CONSULTANTS

Mathematical Content

Prof. Viken Hovsepien

Prof. Bob McCollum

Differentiated Instruction

Nancy Frey, Ph. D.

Gifted and talented

Ed Zaccaro

Graphing Calculator

Ruth M. Casey

Jerry Cummins

Learning Disabilities

Kate Garnett, Ph. D.

Mathematical Fluency

Jason Mutford

Pre-AP

Dixie Ross

Reading and Vocabulary

Douglas Fisher, Ph. D.

Lynn T. Havens

الرياضيات الصف الأول الثانوي

أعدت النسخة العربية: شركة العبيكان للأبحاث والتطوير

التحرير والمراجعة والمواءمة

د. ناصر بن حمد العويشق

محمد بن عبد الله البصيص

د. عبد الله بن محمد الجوعي

صلاح بن عبد الله الزيد

عبد الحكيم عبد الله سليمان

هاني جميل زريقات

التعريب والتحرير اللغوي

نخبة من المتخصصين

إعداد الصور

د. سعود بن عبد العزيز الفراج

www.glencoe.com

www.obeikaneducation.com



English Edition Copyright © 2008 the McGraw Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw Hill Companies, Inc. © 2008



حقوق الطبع والنشر الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل © ٢٠٠٨ م.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨ م / ١٤٢٩ هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواء أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ، فوتوكوبي، أو التسجيل، أو التخزين
و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.



www.sscbristbane.com
بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

إشراف
عادل بن علي اليوسف
عبد العزيز الشهري

تم تجهيز هذه المادة بجهود زملائكم في برزين
أحمد بن بدر العليق
علي بن بدر العليق

2012

المقدمة

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيئ للطلاب فرص اكتساب مستويات عليا من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

ومن منطلق الاهتمام الذي توليه حكومة خادم الحرمين الشريفين بتنمية الموارد البشرية، وعياً بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجه وزارة التربية والتعليم نحو تطوير المناهج الدراسية وفي مقدمتها مناهج الرياضيات، بدءاً من المرحلة الابتدائية، سعياً للارتقاء بمخرجات التعليم لدى الطلاب، والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه الكتب بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها ويتفاعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه الكتب على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية.
 - تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
 - إبراز دور المتعلم في عمليات التعليم والتعلم.
 - الاهتمام بالمهارات الرياضية، والتي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلاً متكاملًا، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، وحل المشكلات، ومهارات التفكير العليا.
 - الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.
 - الاهتمام بتوظيف أساليب متنوعة في تقويم الطلاب بما يتناسب مع الفروق الفردية بينهم.
- ومواكبة التطورات العالمية في هذا المجال، فإن المناهج المطورة والكتب الجديدة سوف توفر للمعلم مجموعة متكاملة من المواد التعليمية المتنوعة التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب، بالإضافة إلى البرمجيات والمواقع التعليمية، التي توفر للطلاب فرصة توظيف التقنيات الحديثة والتواصل المبني على الممارسة، مما يؤكد دوره في عملية التعليم والتعلم.
- ونحن إذ نقدم هذه الكتب لأعزائنا الطلاب، لنأمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم، وتجعل تعلمهم لهذه المادة أكثر متعة وفائدة.

والله ولي التوفيق.

الأشكال الرباعية

5

9	التهيئة	
10	زوايا المضلعات	5-1
16	معمل الحاسبة، زوايا المضلعات	توسع 5-1
17	متوازي الأضلاع	5-2
23	اقرأ	
24	معمل الحاسبة البيانية، متوازي الأضلاع	استكشاف 5-3
25	تمييز متوازي الأضلاع	5-3
32	المستطيل	5-4
39	اختبار منتصف الفصل	
40	المعين والمربع	5-5
47	معمل الهندسة، شكل الطائرة الورقية	توسع 5-5
48	شبه المنحرف	5-6
55	البرهان الإحداثي والأشكال الرباعية	5-7
61	دليل الدراسة والمراجعة	
65	اختبار الفصل	
66	اختبار معياري تراكمي	

التناسب والتشابه

6

69	التهيئة	
70	التناسب	6-1
77	معمل الحاسبة البيانية، متتالية فيبوناتشي والنسب	توسع 6-1
78	المضلعات المتشابهة	6-2
87	المثلثات المتشابهة	6-3
94	اختبار منتصف الفصل	
95	المستقيمت المتوازية والأجزاء المتناسبة	6-4
105	عناصر المثلثات المتشابهة	6-5
113	معمل الهندسة، مثلث سيرينسكي	توسع 6-5
114	دليل الدراسة والمراجعة	
117	اختبار الفصل	
118	اختبار معياري تراكمي	

التحويلات الهندسية

الفصل
7

121	التهيئة	
122	معمل الهندسة : التحويلات	استكشاف 7-1
123	الانعكاس	7-1
130	الإزاحة (الانسحاب)	7-2
136	الدوران	7-3
144	اختبار منتصف الفصل	
145	التبليط	7-4
151	التمدد	7-5
159	دليل الدراسة والمراجعة	
163	اختبار الفصل	
164	اختبار معياري تراكمي	

الدائرة

الفصل
8

167	التهيئة	
168	الدائرة ومحيطها	8-1
176	اقرأ	
177	قياس الزوايا والأقواس	8-2
184	الأقواس والأوتار	8-3
192	الزوايا المحيطية	8-4
201	اختبار منتصف الفصل	
202	المماسات	8-5
211	معمل الهندسة : المثلثات المحصورة داخل دائرة والمثلثات المحيطة بها	توسع 8-5
213	القاطع ، والمماس ، وقياسات الزوايا	8-6
221	قطع مستقيمة خاصة في الدائرة	8-7
228	معادلة الدائرة	8-8
234	دليل الدراسة والمراجعة	
239	اختبار الفصل	
240	اختبار معياري تراكمي	
242		الصيغ والرموز

الأشكال الرباعية Quadrilaterals

الفصل

5

الأهداف العامة

- استقصي الزوايا الداخلية والزوايا الخارجية للمضلعات.
- أتعرف خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين والمربع وشبه المنحرف وأطبقتها.
- أرسم أشكالاً رباعية في المستوى الإحداثي لأستعملها في البرهان.

المعشرات

متوازي الأضلاع (ص 17)
parallelogram

المستطيل (ص 32)
rectangle

المعين (ص 40)
rhombus

المربع (ص 41)
square

شبه المنحرف (ص 48)
trapezoid

الربط مع الحياة



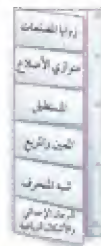
تتس المكاولة: تظهر أشكال مستطيلة على سطح طاولة التنس من تقاطعات الخطوط البيضاء.

المَطَوِيَّات

مَنَظَّمَة أَفْكَار

الأشكال الرباعية: اعمل هذه المطوية لمساعدتك على تنظيم ملاحظتك. ابدأ بورقة واحدة من دفتر الملاحظات.

- 1 امطو الورقة نصفين طوليًا.
- 2 قص أحد نصفها إلى 6 أشرطة متصلة عند خط العلي.
- 3 اكتب عنوانًا لكل شريط مستعملًا مفاهيم الدروس.



التهيئة لفصل 5

تشخيص الاستعداد : هناك بديان للتأكد من المهارات السابقة الضرورية



البديل 2

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obelkaneducation.com

البديل 1

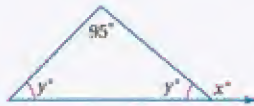
أجب عن الاختيار الآتي، ارجع إلى المراجعة السريعة، لمساعدتك في ذلك.

مراجعة سريعة

اختيار سريع

مثال 1

أوجد قيمة x .



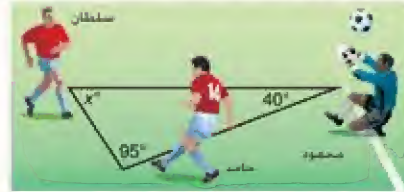
نظرية مجموع الزوايا
جمع الحدود المتشابهة
ب طرح 95 من الطرفين
بقسمة الطرفين على 2
نظرية الزوايا المتكاملة
بالتعويض
ب طرح 42.5 من الطرفين

$$\begin{aligned} y + y &= 180 - 95 \\ 2y &= 180 - 95 \\ 2y &= 85 \\ y &= 42.5 \\ x + y &= 180 \\ x + 42.5 &= 180 \\ x &= 137.5 \end{aligned}$$

(1) أوجد قيمة x . (الدرس 2-3)



(2) كرة قدم، في مباراة كرة قدم، مرر حامد الكرة إلى سلطان الذي سجل هدفًا كما في الشكل أدناه. ما قياس الزاوية المكونة من حامد و سلطان ومحمود؟ (الدرس 2-3)



مثال 2

أوجد ميل كل من \overline{RS} , \overline{TS} للنقاط $R(0, 0)$, $S(2, 3)$, $T(-1, 5)$. وحدد إذا كانت \overline{RS} , \overline{TS} متعامدتين أم لا. أولًا، أوجد ميل \overline{RS} .

$$\begin{aligned} \text{الميل} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ (x_1, y_1) &= (0, 0), (x_2, y_2) = (2, 3) \\ &= \frac{3 - 0}{2 - 0} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

ثانيًا، أوجد ميل \overline{TS}

$$\begin{aligned} \text{لكن } (x_1, y_1) &= (-1, 5) \text{ و } (x_2, y_2) = (2, 3) \\ \text{الميل} &= \frac{3 - 5}{2 - (-1)} = \frac{-2}{3} \end{aligned}$$

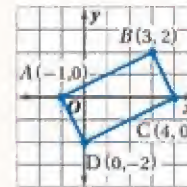
بما أن حاصل ضرب الميلين يساوي -1 فإن $\overline{RS} \perp \overline{TS}$

أوجد ميل كل من \overline{RS} , \overline{TS} للنقاط R, T, S المعطاة في السؤالين 3 و 4، وحدد إذا كانت \overline{RS} , \overline{TS} متعامدتين أم لا. (الدرس 3-3)

(3) $R(4, 3)$, $S(-1, 10)$, $T(13, 20)$

(4) $R(-9, 6)$, $S(3, 8)$, $T(1, 20)$

(5) إطارات، حدد إذا كانت زوايا الإطار قوائم أم لا. (الدرس 2-3)



زوايا المضلعات Angles of Polygons

5-1



تشبه صدفة المحار المروحي الشكل مضلعًا مكونًا من 12 ضلعًا وله أقطار مرسومة من أحد الرؤوس. **ونظر** المضلع هو قطعة مستقيمة تصل بين رأسين غير متاليين. فمثلاً، \overline{AB} هي أحد أقطار المضلع.

الأسئلة

الأفكار الرئيسية

- أجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع لأصنّفه وأحل مسائل.
- أجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع لأصنّفه وأحل مسائل.

المفردات

القطر
Diagonal

مجموع قياسات الزوايا الداخلية، المضلعات التي عدد أضلاعها أكثر من ثلاثة لها أقطار، والمضلعات التالية تبين جميع الأقطار الممكنة والمرسومة من أحد الرؤوس:



وفي كل حالة، جُزئ المضلع إلى مثلثات، ومجموع قياسات زوايا المضلع هو مجموع قياسات زوايا المثلثات. وبما أن مجموع قياسات زوايا المثلث 180 فإنه يمكن عمل جدول لإيجاد مجموع قياسات زوايا عدة مضلعات.

مضلعات محدبة	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا
مثلث	3	1	$180 - (1 \cdot 180)$
رباعي	4	2	$360 - (2 \cdot 180)$
خماسي	5	3	$540 - (3 \cdot 180)$
سداسي	6	4	$720 - (4 \cdot 180)$
سباعي	7	5	$900 - (5 \cdot 180)$
ثماني	8	6	$1080 - (6 \cdot 180)$

ابحث عن نمط في مجموع قياسات الزوايا.

مجموع قياسات الزوايا الداخلية

المنظورية 5.1

$$n = 5$$

$$S = 180(n - 2)$$

$$= 180(5 - 2) = 540$$



مثال،

إذا كان عدد أضلاع مضلع محدب n ومجموع قياسات زواياه الداخلية S ، فإن $S = 180(n - 2)$.



الزوايا الداخلية للمضلع المنتظم

مثال من واقع الحياة

1 إنشاء، صنع فيصل صندوق رمل. ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لهذا الصندوق السداسي المنتظم؟

نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية

$$n = 6$$

أي أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل السداسي المنتظم يساوي 720.

$$\begin{aligned} S &= 180(n - 2) \\ &= 180(6 - 2) \\ &= 180(4) = 720 \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

1 أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للتساعي المنتظم.

عدد أضلاع المضلع

مثال

2 إذا كان قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم 108، فما عدد أضلاعه؟

نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية

$$S = 108n$$

خاصية التوزيع

ب طرح 108n من الطرفين

ب جمع 360 للطرفين

بقسمة الطرفين على 72

$$\begin{aligned} S &= 180(n - 2) \\ (108)n &= 180(n - 2) \\ 108n &= 180n - 360 \\ 0 &= 72n - 360 \\ 360 &= 72n \\ 5 &= n \end{aligned}$$

أي أن للمضلع المنتظم 5 أضلاع.

تحقق من فهمك

2 إذا كان قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم 135، فما عدد أضلاعه؟

مراجعة المفردات

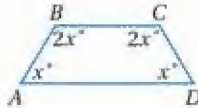
المضلع المنتظم هو مضلع محدب جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه متطابقة.

الزوايا الداخلية لمضلع غير منتظم

مثال

3 جبر، أوجد قياس كل زاوية داخلية في المضلع المجاور.

بما أن $n = 4$ ، فإن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع يساوي $180(4 - 2) = 360$.



$$360 = m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D$$

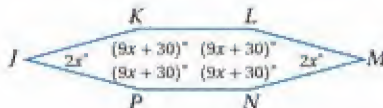
$$360 = x + 2x + 2x + x$$

$$360 = 6x$$

$$60 = x$$

استعمل قيمة x لإيجاد قياس كل زاوية.

$$m\angle A = 60, m\angle B = 2 \times 60 = 120, m\angle C = 2 \times 60 = 120, m\angle D = 60$$



تحقق من فهمك

3 أوجد قياس كل زاوية داخلية للمضلع المجاور:

الزاوية الخارجية هي زاوية مكونة من أحد أضلاع المضلع وامتداد ضلع آخر.

مجموع قياسات الزوايا الخارجية، هل توجد علاقة بين الزوايا الخارجية لمضلع محدب؟

معمل الهندسة

مجموع الزوايا الخارجية للمضلع

اجمع بيانات

- ارسم مثلثاً وارسم مضلعاً محدباً رباعياً وخماسياً وستاسياً وسباعياً.
- مد أضلاع كل مضلع لتعمل زاوية خارجية واحدة عند كل رأس.
- استعمل المنقلة لقياس كل زاوية خارجية لكل مضلع وسجله على الرسم.

حلل البيانات

(1) انقل الجدول التالي على دفترتك وأكملة:

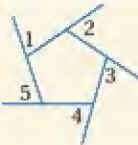
المضلع	المثلث	الرباعي	الخماسي	السداسي	السباعي
عدد الزوايا الخارجية					
مجموع قياسات الزوايا الخارجية					

(2) ماذا يمكنك أن تستنتج؟

يبين هذا المعمل الهندسي النظرية 5.2 التالية:

مجموع قياسات الزوايا الخارجية

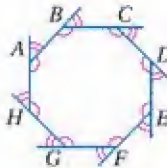
5.2 النظرية



إذا كان المضلع محدباً فإن مجموع قياسات الزوايا الخارجية - زاوية واحدة عند كل رأس - يساوي 360.

$$\text{مثال: } m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 = 360$$

سوف تيرهن هذه النظرية في السؤال 30.



الزاوية الخارجية

مثال

أوجد قياسي الزاويتين الخارجية والداخلية للمضلع الثماني المنتظم ABCDEFGH.

n = قياس كل زاوية خارجية
بنسبة الطرفين على 8.

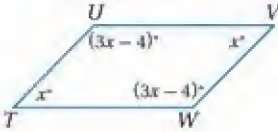
$$8n = 360$$

$$n = 45$$

أي أن قياس كل زاوية خارجية 45. وبما أن كل زاوية خارجية والزاوية الداخلية المناظرة لها متجاورتان على خط مستقيم، فإن قياس كل زاوية داخلية يساوي $180 - 45 = 135$.

تحقق من فهمك

(4) أوجد قياسي الزاويتين الخارجية والداخلية لمضلع منتظم عدد أضلاعه 12.



1) أحواض أسماك: يمثل المضلع المنتظم المجاور قاعدة حوض أسماك. أوجد مجموع قياسات زواياه الداخلية.

مثال 1
(ص 11)

إذا كان قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم كما هو مبين في السؤالين 2 و 3، فأوجد عدد أضلاع كل مضلع:

مثال 2
(ص 11)

90 (3)

60 (2)

4) جبر: أوجد قياس كل زاوية داخلية للمضلع المجاور.

مثال 3
(ص 11)

أوجد قياسي الزاويتين الخارجيتين والداخلية لكل مضلع منتظم مذكور عدد أضلاعه في السؤالين 5 و 6.

18 (6)

6 (5)

مثال 4
(ص 12)

تمارين ومسابقات

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع محدد مما يلي:

8) عدد أضلاعه 18

7) عدد أضلاعه 32

10) عدد أضلاعه 27

9) عدد أضلاعه 19

12) عدد أضلاعه $2x$

11) عدد أضلاعه $4y$

13) يستنتج: يصمم عبد الله حديقة لمنزله، ويرغب أن يكون الجزء المخصص للزهور على شكل مضلع ثماني منتظم، أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع الثماني المنتظم.

14) بناء: تبني شركة مبنى على شكل سداسي منتظم، أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع السداسي المنتظم.

الأسئلة	التمرين
7-14	1
15-18	2
19-22	3
23-26	4

إذا كان قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم كما هو مبين في الأسئلة 15-18، فأوجد عدد أضلاع كل مضلع.

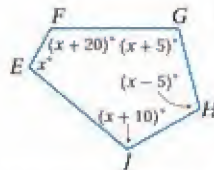
176.4 (18)

160 (17)

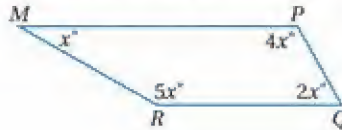
170 (16)

140 (15)

جبر: أوجد قياس كل زاوية داخلية للمضلعات التالية:



(20)

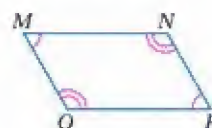


(19)

22) TWYZ شبه منحرف متطابق الضلعين، فيه $\angle Z \cong \angle Y$, $m\angle Z = 30x$, $\angle T \cong \angle W$, $m\angle T = 20x$



21) MNPQ متوازي أضلاع الذي فيه $m\angle M = 10x$, $m\angle N = 20x$





الربط مع الحياة
تظهر الصورة خلايا نحل
ذات أشكال سداسية منتظمة.

أوجد قياس كل زاوية خارجية وقياس كل زاوية داخلية لكل مضلع منتظم مما يلي:

(23) العشاري (24) السداسي (25) التساعي (26) الثماني

أوجد قياس كل زاوية داخلية وقياس كل زاوية خارجية لكل مضلع منتظم مذكور عدد أضلاعه في الأسئلة 27-29، ثم قرب الجواب لأقرب عُشر إذا كان ذلك ضروريًا.

(27) 11 (28) 7 (29) 12

(30) برهان، استعمل الجبر لإثبات نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية.

(31) خلايا نحل، تبني النحل خلاياها على هيئة سداسيات منتظمة. أوجد قياسات الزوايا الداخلية والخارجية لكل شكل سداسي منتظم.

جبر، أوجد قياس كل زاوية داخلية باستعمال المعلومات المعطاة.

(32) مضلع مكون من 10 أضلاع قياسات زواياه الداخلية هي:

$$x + 5, x + 10, x + 20, x + 30, x + 35, \\ x + 40, x + 60, x + 70, x + 80, x + 90$$

الزاوية	القياس (°)
A	$6x$
B	$4x + 13$
C	$x + 9$
D	$2x - 8$
E	$4x - 1$

(33) المضلع ABCDE المبنية قياسات زواياه الداخلية في الجدول المجاور.

(34) تبرير، وضح لماذا تطبق نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية، ونظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية على المضلعات المحدبة فقط.

مسائل مهارية التفكير العليا

(35) مسألة مفتوحة، ارسم مضلعًا محدبًا منتظمًا وآخر غير منتظم لهما العدد نفسه من الأضلاع. قارن مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل منهما.

(36) تحدد، يمكن استعمال الصيغتين التاليتين لإيجاد قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم:

$$s = \frac{180(n-2)}{n}, s = 180 - \frac{360}{n}$$

(37) أصّتب، اشرح كيف يرتبط عدد المثلثات التي تجزئ مضلعًا بنظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية.

(40) **مراجعة**، إذا كان ناتج طرح x من x^2 يساوي 72، فما إحدى قيمتي x ؟

- A -36
B -9
C -8
D 72

(41) **مراجعة**، قيمة المقدار $\frac{3^2 \cdot 4^5 \cdot 5^3}{5^3 \cdot 3^3 \cdot 4^6}$ تساوي:

- A $\frac{1}{60}$
B $\frac{1}{12}$
C $\frac{3}{4}$
D 12

(38) إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع يساوي مثلي مجموع قياسات زواياه الخارجية، فما نوع هذا المضلع؟

- A خماسي
B سداسي
C ثماني
D عشاري

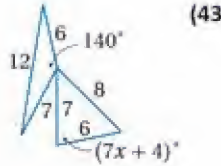
(39) إذا كان المضلع المرسوم منتظماً، فما $m\angle ABC$ ؟

- A 140°
B 144°
C 162°
D 180°

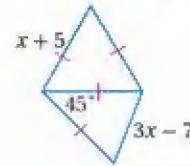


مراجعة تراكمية

اكتب مبنية نصف القيم الممكنة لـ x . (الدرس 5-4)



(43)



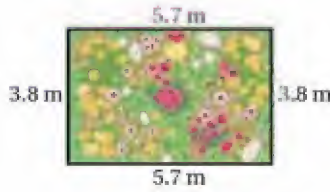
(42)

حدد إذا كانت القياسات المبينة في الأسئلة 44-46 يمكن أن تكون أطوال أضلاع لمثلث. اكتب نعم أو لا، وبرر إجابتك. (الدرس 4-4)

(46) 14.3, 12, 2.2

(45) 8.4, 7.2, 3.5

(44) 5, 17, 9



(47) **بستنة**، أحاط مهندس زراعي حوضاً للزهور بشريط بلاستيكي أسود.

فإذا كان طول الحوض 5.7 m وعرضه 3.8 m، وكان الشريط البلاستيكي يباع بالقطعة الكاملة وطول القطعة 5 m، فأوجد محيط حوض الزهور، وحدد عدد القطع من الشريط البلاستيكي التي سيشتريها المهندس. (مهارة سابقة)

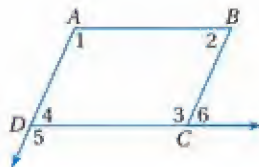
استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة وضرورية، في الشكل المجاور $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

سمّ جميع أزواج الزوايا في كل مما يلي: (الدرس 1-2)

(48) زاويتان داخليتان متحالفتان.

(49) زاويتان داخليتان متبادلتان.



معمل الجداول الإلكترونية زوايا المضلعات

يمكن إيجاد قياس كل زاوية داخلية وقياس كل زاوية خارجية ومجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع منتظم عدد أضلاعه n باستعمال الجداول الإلكترونية.

نشاط

- صمم جداولاً إلكترونيةً متبعا الخطوات التالية:
- اكتب عناوين للأعمدة كما هو وارد في الجدول الإلكتروني أدناه.
- اكتب الأرقام 10-3 في العمود A.
- عدد المثلثات الناتجة عن الأقطار المرسومة من أحد رؤوس المضلع أقل بـ 2 من عدد أضلاعه.
- اكتب صيغة للخلية B2 ليتم طرح 2 من كل عدد في الخلية A2.
- اكتب صيغة للخلية C2 بحيث يحسب الجدول الإلكتروني مجموع قياسات الزوايا الداخلية.
- تذكر أن الصيغة هي $S = (n - 2)180$.
- استمر في كتابة صيغ لتجد الحسابات المطلوبة. ثم طبق هذه الصيغ حتى سطر 9، ستظهر الصورة النهائية للجدول الإلكتروني كما هو مبين أدناه:

	A	B	C	D	E	F
1	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلية	قياس كل زاوية داخلية	قياس كل زاوية خارجية	مجموع قياسات الزوايا الخارجية
2	3	1	180	60	120	360
3	4	2	360	90	90	360
4	5	3	540	108	72	360
5	6	4	720	120	60	360
6	7	5	900	128.57	51.43	360
7	8	6	1080	135	45	360
8	9	7	1260	140	40	360
9	10	8	1440	144	36	360
10						

حلل النتائج

- اكتب صيغة لإيجاد قياس كل زاوية داخلية في المضلع.
- اكتب صيغة لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية.
- هل يمكن أن يكون عدد الأضلاع 1 أو 2؟ فسر إجابتك.
- استعمل الجدول الإلكتروني في حل الأسئلة 4-6.
- كم عدد المثلثات في مضلع عدد أضلاعه 15؟
- أوجد قياس الزاوية الخارجية لمضلع عدد أضلاعه 15؟
- أوجد قياس الزاوية الداخلية لمضلع عدد أضلاعه 110؟

متوازي الأضلاع Parallelogram

5-2



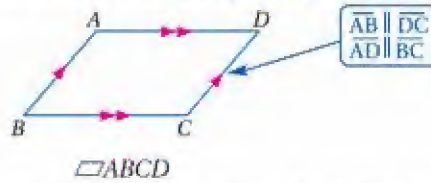
الاستعداد

يستعمل الملاحون مسطرة متوازية الحافتين لتحديد خط سيرهم. فيثبتون إحدى حافتيها عند نقطة الانطلاق، ثم يحركون مسطرة أخرى حتى تصل حافتها إلى قرص البوصلة الموجود على الخريطة. وتحدد قراءة البوصلة الاتجاه الواجب عليهم ملوكه. كل زوج من الأضلاع المتقابلة في المسطرة متوازي.

الأفكار الرئيسية

- اتعرف خصائص أضلاع وزوايا متوازي الأضلاع وأطرافها.
- اتعرف خصائص قطري متوازي الأضلاع وأطرافها.

أضلاع وزوايا متوازي الأضلاع، متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.



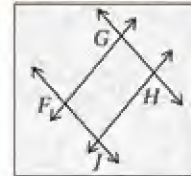
يساعدك معمل الهندسة أدناه على التوصل إلى استنتاجات حول أضلاع وزوايا متوازي الأضلاع.

معمل الهندسة

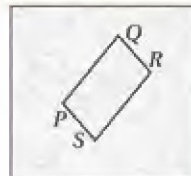
خصائص متوازي الأضلاع

اعمل نموذجًا

الخطوة 1: ارسم زوجين من المستقيمتين المتوازيين والمتقاطعة على الورقة. سم الرؤوس F, G, H, J



الخطوة 2: انسخ $FGHJ$ وسم متوازي الأضلاع الجديد $PQRS$ بحيث تكون $\angle F \cong \angle P$



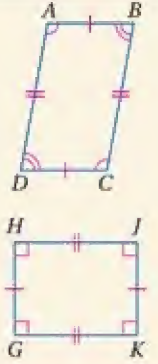
الخطوة 3: دوز $PQRS$ على $FGHJ$ لمقارنة الأضلاع والزوايا.



حلل

- (1) اكتب كافة القطع المستقيمة المتطابقة.
- (2) اكتب كافة الزوايا المتطابقة.
- (3) توصل إلى استنتاج حول علاقات الزوايا.
- (4) اختبر استنتاجك.

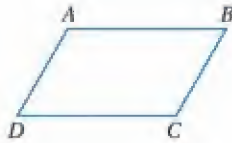
يقود هذا المعمل الهندسي إلى أربع خصائص لمتوازي الأضلاع:

النظريات	
	5.3 الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة.
	5.4 الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.
	5.5 الزوايا المتخالفة في متوازي الأضلاع متكاملة.
	5.6 إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة فإن زواياه الأربعة قوائم.
أمثلة	$\overline{AB} \cong \overline{DC}$ $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ $\angle A \cong \angle C$ $\angle B \cong \angle D$ $m\angle A + m\angle B = 180$ $m\angle B + m\angle C = 180$ $m\angle C + m\angle D = 180$ $m\angle D + m\angle A = 180$ $m\angle G = 90$ $m\angle H = 90$ $m\angle J = 90$ $m\angle K = 90$

سنبرهن النظريتين 5.3 و 5.5 في السؤاليين 34 و 35

مثال

برهان نظرية 5.4



اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية 5.4.

المعطيات: $\square ABCD$

المطلوب إثبات أن: $\angle A \cong \angle C$, $\angle D \cong \angle B$

البرهان:

العبارة

المبررات

(1) معطى	(1) $\square ABCD$
(2) تعريف متوازي الأضلاع	(2) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
(3) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن الزوايا الداخلية المتخالفة متكاملة.	(3) $\angle A$ و $\angle D$ متكاملتان. $\angle C$ و $\angle D$ متكاملتان. $\angle C$ و $\angle B$ متكاملتان.
(4) مكملتي الزاوية الواحدة متطابقتين.	(4) $\angle A \cong \angle C$ $\angle D \cong \angle B$

تحقق من فهمك



(1) برهان، اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 5.6.

المعطيات: $\square MNPQ$ متوازي أضلاع

$\angle M$ زاوية قائمة.

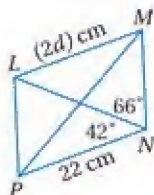
المطلوب: إثبات أن $\angle N$, $\angle P$, $\angle Q$ زوايا قوائم.

إرشادات

رسم الأشكال

تصاغ النظريات بمصطلحات عامة. ويُضَمَّن البرهان رسوماً للأشكال تمكّنك من الرجوع إلى القطع المستقيمة والزوايا المحددة.

مثال من واقع الحياة



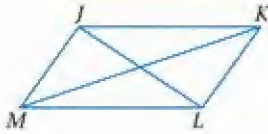
(2) شعار: الشكل الرباعي $LMNP$ متوازي أضلاع، صمم كجزء من شعار جديد لشركة. أوجد $m\angle LMN$, $m\angle PLM$ ، قيمة d .

نظرية جمع الزوايا
الزوايا المتطابقة في متوازي الأضلاع متطابقة.
تعريف الزوايا المتطابقة
بالتعويض
الزوايا المتخالفة في متوازي الأضلاع متكاملة
بالتعويض
مطرح 108 من الطرفين.
الأضلاع المتطابقة في متوازي الأضلاع متطابقة.
تعريف القطع المستقيمة المتطابقة
بالتعويض.
بقسمة الطرفين على 2.

$$\begin{aligned} m\angle MNP &= 66 + 42 = 108 \\ \angle PLM &\cong \angle MNP \\ m\angle PLM &= m\angle MNP \\ m\angle PLM &= 108 \\ m\angle PLM + m\angle LMN &= 180 \\ 108 + m\angle LMN &= 180 \\ m\angle LMN &= 72 \\ \overline{LM} &\cong \overline{PN} \\ LM &= PN \\ 2d &= 22 \\ d &= 11 \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

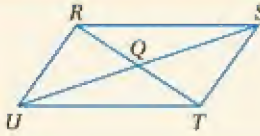
(2) ارجع إلى $\square LMNP$. إذا كان محيط متوازي الأضلاع 74 cm وحدة، فأوجد MN .



قطعا متوازي الأضلاع، \overline{KM} و \overline{JL} قطران في متوازي الأضلاع $JKLM$. النظرية 5.7 التالية تحدد العلاقة بين قطري متوازي الأضلاع.

النظرية 5.7

قطعا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.



$$\text{مثال، } \overline{SQ} \cong \overline{QU}, \overline{RQ} \cong \overline{QT}$$

سبعة من النظرية 5.7 في سؤال 36

قطعا متوازي الأضلاع

مثال على اختبار معياري

3 ما إحداثيات نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي $A(2, 5), B(6, 6), C(4, 0), D(0, -1)$ ؟

$$\text{A } (4, 2) \quad \text{B } (4.5, 2) \quad \text{C } \left(\frac{7}{6}, -\frac{5}{2}\right) \quad \text{D } (3, 2.5)$$

اقرأ فقرة الاختبار

بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر فإن نقطة تقاطعهما هي نقطة منتصف كل من \overline{BD} و \overline{AC}

حل فقرة الاختبار

أوجد نقطة منتصف \overline{AC} .

قانون نقطة المنتصف
بالتبسيط

$$\begin{aligned} \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) &= \left(\frac{2 + 4}{2}, \frac{5 + 0}{2}\right) \\ &= (3, 2.5) \end{aligned}$$

إرشادات الاختبار

التحقق من صحة

الإجابات

تحقق من صحة إجابتك دائماً. وللتحقق من صحة إجابة هذا السؤال أوجد إحداثيات نقطة منتصف \overline{BD} .

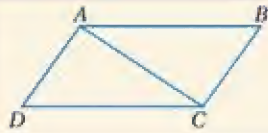
أي أن إحداثيات نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع $ABCD$ هي $(3, 2.5)$.
فالجواب هو البديل D.

تحقق من فهمك

3 هندسة إحصائية، ما إحداثيات نقطة تقاطع قطري $RSTU$ الذي إحداثيات رؤوسه هي
 $R(-8, -2), S(-6, 7), T(6, 7), U(4, -2)$
A $(-1, 2.5)$ B $(1, -4)$ C $(5, 4.5)$ D $(-1.5, -2.5)$

وتصف النظرية 5-8 خاصية أخرى لقطري متوازي الأضلاع.

5.8 استثنائية



كلا قطري متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

مثال، $\triangle ACD \cong \triangle CAB$

ستبرهن النظرية 5.8 في سؤال 37

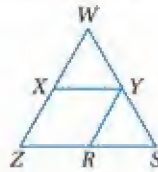
تأمل

برهان، اكتب برهاناً من النوع المذكور.

مثال 1
(ص 18)

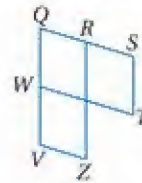
(2) برهان حر

المعطيات، $\square XYRZ, \overline{WZ} \cong \overline{WS}$
المطلوب، إثبات أن $\angle XYR \cong \angle S$



(1) برهان ذو عمودين

المعطيات، $\square WQST$ و $\square VZRQ$
المطلوب، إثبات أن $\angle Z \cong \angle T$



أكمل كلاً مما يأتي حول $\square QRST$. وبرر إجابتك.

مثال 2
(ص 18)

(3) $\overline{SV} \cong ?$

(4) $\triangle VRS \cong ?$

(5) $\angle TSR$ تكمل ؟

استعمل $\square JKLM$ لإيجاد كل قياس أو قيمة كل رمز.

$m\angle JML$ (7)

$m\angle MJK$ (6)

$m\angle KJL$ (9)

$m\angle JKL$ (8)

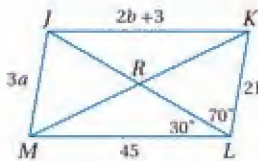
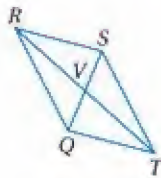
b (11)

a (10)

(12) تدريب على اختبار معياري، إحداثيات بعض رؤوس متوازي الأضلاع $GHJK$ هي

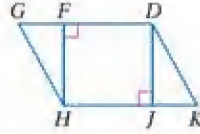
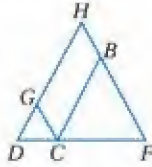
$G(-3, 4), H(1, 1), J(3, -5)$ فما إحداثيات الرأس K؟

A $(-1, 1)$ B $(-2, 0)$ C $(-1, -2)$ D $(-2, -1)$

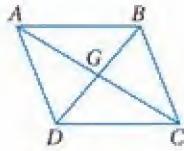


برهان : اكتب برهاناً ذا عمودين

- (13) المعطيات، $\overline{FH} \perp \overline{GD}$, $\overline{DJ} \perp \overline{HK}$ ، $\square DGHK$, $\overline{HD} \cong \overline{FD}$ ، $\square BCGH$, $\angle F \cong \angle GCB$ المطلوب، إثبات أن $\triangle DJK \cong \triangle HFG$



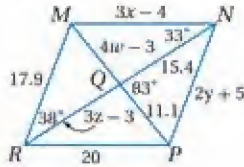
التمرين	الإرشادات
1	الأسئلة 13, 14, 34-37
2	الأسئلة 15-30
3	الأسئلة 31-33



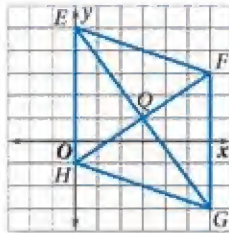
أكمل كلاً مما يأتي حول $\square ABCD$. وبرر إجابتك.

- (15) $\angle DAB \cong ?$ (16) $\angle ABD \cong ?$
 (17) $\overline{AB} \parallel ?$ (18) $\overline{BG} \cong ?$
 (19) $\triangle ABD \cong ?$ (20) $\angle ACD \cong ?$

جبر : استعمل $\square MNPR$ لإيجاد كل قياس أو قيمة كل رمز مما يلي. قرب الجواب إلى أقرب عُشر إن كان ضرورياً:



- (21) $m\angle MNP$ (22) $m\angle NRP$
 (23) $m\angle RNP$ (24) $m\angle RMN$
 (25) $m\angle MQN$ (26) $m\angle MQR$
 (27) x (28) y
 (29) w (30) z



هندسة إحدائية : للأسئلة 31-33 ارجع إلى $\square EFGH$.

- (31) استعمل قانون المسافة للتحقق من أن القطرين يتصف كل منهما الآخر.
 (32) حدد إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين أم لا.
 (33) أوجد ميل كل من \overline{EH} و \overline{EF} . هل الأضلاع المتجاورة متعامدة؟ برر إجابتك.

اكتب برهاناً من النوع المذكور.

- (34) برهان ذو عمودين للنظرية 5.3 (35) برهان ذو عمودين للنظرية 5.5
 (36) برهان حر للنظرية 5.7 (37) برهان ذو عمودين للنظرية 5.8

(38) تصميم : صف خصائص متوازي الأضلاع التي يمكن أن يكون قد استعملها مصمم الخزانة في الشكل المجاور ليضع مقبض الأدراج.

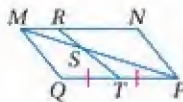
- (39) جبر : في متوازي الأضلاع ABCD يتقاطع القطران \overline{AC} , \overline{BD} عند النقطة P. إذا كان $AP = 3a + 18$, $AC = 12a$, $PB = a + 2b$, $PD = 3b + 1$ فأوجد قيمة كل من a, b وطول القطر \overline{BD} .



«الربط مع الحياة»
 نجح مصمموا الآلات في تصميم آليات عمل جميلة وواقعية ومعتدلة.

(40) جبر، $ABCD$ متوازي أضلاع فيه: $AB = 2x + 5$, $m\angle BAC = 2y$, $m\angle B = 120$
 $m\angle CAD = 21$, $CD = 21$ أوجد قيمة x و y

(41) مسألة مفتوحة، ارسم متوازي الأضلاع بحيث يكون طول أحد أضلعه مثلي طول الضلع المجاور.

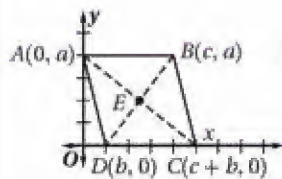


(42) تحدد، قارن بين الزوايا المتناظرة في المثلثين $\triangle PST$ و $\triangle MSR$ إذا علمت أن الشكل $MNPQ$ متوازي أضلاع فيه $MR = \frac{1}{4} MN$. ماذا يمكنك أن تستنتج حول هذين المثلثين؟

(43) أجب، صف خصائص أضلاع متوازي الأضلاع وقطريه.

مسائل مهارات التفكير العليا

تدريب على اختبار معياري



(45) الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع. ما إحداثيات النقطة E ؟

- A $(\frac{a+c}{2}, \frac{b}{2})$ C $(\frac{a}{c}, \frac{c}{2})$
 B $(\frac{c+b}{2}, \frac{a+b}{2})$ D $(\frac{c+b}{2}, \frac{a}{2})$

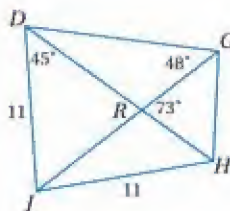
(44) قياس زاويتين متحالفتين في متوازي أضلاع هو $(3x + 42)^\circ$ و $(9x - 18)^\circ$. فما قياس كل زاوية؟

- A 13, 167
 B 58.5, 31.5
 C 39, 141
 D 81, 99

مراجعة تراكمية

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع محدب مما يلي: (الدرس 1-5)

- (46) عدد أضلاعه 14
 (47) عدد أضلاعه 22
 (48) عدد أضلاعه 17
 (49) عدد أضلاعه 36



اكتب متباينة تربط بين قياسي كل زوج من الزوايا أو طولي كل زوج من القطع

المستقيمة فيما يلي: (الدرس 5-5)

DG, GH (51)

$m\angle DRJ, m\angle HRJ$ (50)

$m\angle JDH, m\angle DHJ$ (52)

(53) أعمال، يعمل خالد في محل لبيع الهدايا بعد دوامه المدرسي. ويتقاضى 10 ريالات عن كل ساعة عمل بالإضافة إلى 15% من قيمة الهدايا التي يبيعها. اكتب معادلة تمثل دخله في أسبوع إذا بلغت قيمة مبيعاته 550 ريالاً. (الدرس 1-5)

استعد

مهارة سابقة وضرورية، إحداثيات رؤوس شكل رباعي هي $A(-5, -2)$, $B(-2, 5)$, $C(2, -2)$, $D(-1, -9)$. حدد إذا كانت كل قطعة مستقيمة مما يلي ضلعاً أم قطرًا للشكل الرباعي، وأوجد ميل كل قطعة. (الدرس 3-2)

\overline{CD} (56)

\overline{BD} (55)

\overline{AB} (54)

اقرأ

التسلسل الهرمي للمضلعات

التسلسل الهرمي هو تصنيف لمجموعة من الأشياء. ومن ومن الأمثلة عليه ترتيب المضلعات: المستطيل، المعين، شبه المنحرف، متوازي الأضلاع، المربع، الشكل الرباعي، شكل الطائرة الورقية. في تسلسل هرمي كما هو موضح.

وسوف ندرس المستطيل والمربع والمعين وشبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية في الدروس الآتية من الفصل 5



استعمل المعلومات أدناه لتساعدك على قراءة التسلسل الهرمي:

- يكتب المفهوم الأوسع في رأس الهرم متبوعاً بالمفاهيم الأخرى في ترتيب. فمثلاً، المضلع هو أوسع مفهوم في التسلسل الهرمي، والمربع مفهوم محدد جداً.
- كل مفهوم متضمن في المستوى الأعلى المرتبط به. فمثلاً، جميع المربعات هي: معينات، ومستطيلات، ومتوازيات أضلاع، وأشكال رباعية، ومضلعات. ومن ناحية أخرى شبه المنحرف متطابق الضلعين ليس مربعاً أو شكل طائرة ورقية.
- بعض - وليس كل - مفاهيم كل مستوى متضمنة في المستوى الأدنى في التسلسل الهرمي، فمثلاً قد يكون شبه المنحرف متطابق الضلعين، أو يكون المستطيل مربعاً.

اقرأ لتتعلم

اعتمد على التسلسل الهرمي المجاور، واكتب أمام كل عبارة "صحيحة" أو "خاطئة"، أو المعلومات غير كافية":



- (1) كل المفصليات عناكب.
- (2) بعض الحشرات ديدان مفلطحة.
- (3) جميع الديدان الشريطية مفلطحة.
- (4) بعض المفصليات حشرات.
- (5) كل العناكب لافقاريات.
- (6) ارسم تسلسلاً هرمياً يبين العلاقة بين المثلثات متطابقة الأضلاع، والمضلعات، والمثلثات متطابقة الضلعين، والمثلثات، والمثلثات مختلفة الأضلاع.

يمكنك استعمال آلة حاسبة بيانية أو برمجية رسم هندسي مناسبة لاكتشاف خصائص متوازي الأضلاع.

نشاط

رسم شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان ومتطابقان.

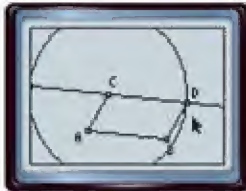
الخطوة الأولى: ارسم قطعة مستقيمة وسمها \overline{AB} لتكون أحد أضلاع الشكل الرباعي



الخطوة الأولى والثانية

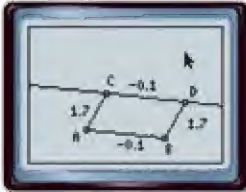
الخطوة الثانية: ارسم مستقيماً موازياً للقطعة المستقيمة. سيظهر مستقيم عليه نقطة سمها C .

الخطوة الثالثة: افتح الفرجار بقدر طول \overline{AB} باختيار أحد طرفي القطعة ثم الطرف الآخر وارسم دائرة مركزها C .



الخطوة الثالثة والرابعة

الخطوة الرابعة: ارسم نقطة عند تقاطع المستقيم والدائرة، وسمها D ثم كرر الخطوة الأولى لرسم \overline{AC} و \overline{BD} .



الخطوة الخامسة

الخطوة الخامسة: اخف الدائرة ثم أوجد ميل كل من \overline{AB} , \overline{BD} , \overline{CD} , \overline{AC}

حلل النتائج

- 1) ما العلاقة بين الضلعين \overline{AB} و \overline{CD} ؟ اشرح كيف عرفت ذلك.
- 2) ما العلاقة بين ميلي كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي $ABDC$ ؟ وما نوع هذا الشكل؟ فسر إجابتك.
- 3) انقر على النقطة A واسحبها لتغير هيئة الشكل $ABDC$. ماذا تلاحظ؟
- 4) كوّن استنتاجاً حول الشكل الرباعي الذي فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان.
- 5) استعمل الآلة الحاسبة البيانية لرسم شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان. ثم أوجد ميل كل ضلع من أضلاعه. كوّن استنتاجاً قائماً على ملاحظاتك.

تمييز متوازي الأضلاع Tests for Parallelograms

5-3



الاستعداد

تبدو واجهة القرميد في هذا المبنى وكأنها متوازي أضلاع، والأضلاع المتقابلة فيها تظهر متساوية في الطول.
كيف يمكنك التأكد من أن الشكل المحدد باللون الأحمر متوازي أضلاع فعلاً؟

الأفكار الرئيسية

- اتعرف الشروط الكافية ليكون الشكل رباعي متوازي أضلاع.
- أثبت أن مجموعة من النقاط في المستوى الأحادي تشكل متوازي أضلاع.

الشروط الكافية لمتوازي الأضلاع: من تعريف متوازي الأضلاع تكون الأضلاع المتقابلة متوازية. لذلك، إذا كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متوازيين فإنه متوازي أضلاع. ويمكن استعمال طرق أخرى لتحديد إذا كان شكل رباعي متوازي أضلاع أم لا.

معمل الهندسة

تمييز متوازي الأضلاع

نموذج



- احضر أربع ماضات بحيث يكون كل اثنتين منها متساويتين في الطول.
- صلها بإدخال سلك رفيع مرن فيها لتكون شكلاً رباعياً، كما في الشكل المجاور.
- يَدَل الماضات لتكون شكلاً رباعياً آخر.

حل

- (1) قس المسافة بين كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي في ثلاثة مواقع مختلفة على الأقل، وكرر هذه العملية لعدة أشكال. ماذا يمكنك أن تستنتج حول الأضلاع المتقابلة في كل شكل؟
- (2) صنف الأشكال الرباعية التي كونتها.
- (3) قارن طول كل ضلعين متقابلين.
- (4) أوجد قياسات الزوايا الأربع في كل الأشكال الرباعية التي كونتها. ما العلاقات التي وجدتها؟

استنتج

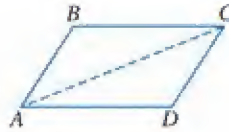
- (5) ما الشروط الضرورية للتأكد من أن شكلاً رباعياً هو متوازي أضلاع؟

النتظريات	متى يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع؟
مثال	
	5.9 إذا كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متطابقين فإنه متوازي أضلاع.
	5.10 إذا كانت كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي متطابقتين فإنه متوازي أضلاع.
	5.11 إذا نصف قطرا شكل رباعي كل منهما الآخر فإنه متوازي أضلاع.
	5.12 إذا كان ضلعان متقابلان في شكل رباعي متوازيين ومتطابقين فإنه متوازي أضلاع.

سوف نبرهن النظريتان 5.9, 5.11 في السؤالين 17, 18 على الترتيب

اكتب برهانًا

مثال



1 برهان، اكتب برهانًا حرًا للنظرية 5.10.

المعطيات، $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$

المطلوب، إثبات أن $ABCD$ متوازي أضلاع.

البرهان:

بما أن كل نقطتين تحددان مستقيمًا فيمكننا رسم \overline{AC} . لدينا الآن مثلثان. ونعلم أن مجموع قياسات زوايا المثلث 180 لذلك فإن مجموع قياسات زوايا المثلثين 360. إذن

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360$$

بما أن $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$, $m\angle A = m\angle C$, $m\angle B = m\angle D$ فبالتعويض نجد أن $2(m\angle A) + 2(m\angle B) = 360$ أي أن $m\angle A + m\angle A + m\angle B + m\angle B = 360$ وبقسمة طرفي المعادلة السابقة على 2 يتبع أن $m\angle A + m\angle B = 180$. وهذا يعني أنهما زاويتان متحالفتان متكاملتان. إذن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

وبالمثل $2m\angle A + 2m\angle D = 360$ أو $m\angle A + m\angle D = 180$. وهاتان زاويتان متحالفتان متكاملتان تحتمان أن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. إذن كل ضلعين متقابلين متوازيان. فالشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.

تحقق من فهمك

1 برهان، اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 5.12

2 هن، تبدو بعض الأجزاء في الرسم أدناه وكأنها متوازي أضلاع، اذكر المعلومات اللازمة لتحديد إذا كانت هذه الأجزاء متوازي أضلاع أم لا.



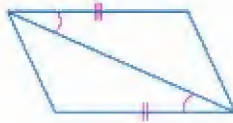
يكون الجزء متوازي أضلاع إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين، أو إذا كان هناك ضلعان متقابلان متطابقين ومتوازيين، أو إذا كان القطران يتصف كل منهما الآخر، أو إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتين.

تحقق من فهمك

2 هن، لدى فاطمة عدة قطع من السيراميك تخطط لاستعمالها في عمل لوحة فسيفساء. كيف يمكنها التأكد من أن القطع ذات الأشكال الرباعية منها على شكل متوازي أضلاع؟



3 حدد كان الشكل الرباعي إلى اليسار متوازي أضلاع. برر إجابتك.
كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس، فهما متطابقتان.
وإذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



تحقق من فهمك

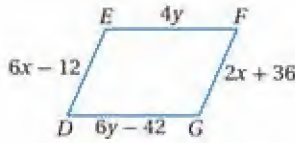
3 حدد إذا كان الشكل الرباعي المرسوم متوازي أضلاع أم لا.

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا حقق أحد الشروط التالية:

تمييز متوازي الأضلاع

ملخص المظاهر

- 1 كل ضلعين متقابلين متوازيان. (التعريف)
- 2 كل ضلعين متقابلين متطابقان. (النظرية 5.9)
- 3 كل زاويتين متقابلتين متطابقتان. (النظرية 5.10)
- 4 القطران يتصف كل منهما الآخر. (النظرية 5.11)
- 5 فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان. (النظرية 5.12)



4 جبر، أوجد قيمة كل من x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

بما أن الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة فإن:

ضلعان متقابلان

$$\overline{DE} \cong \overline{FG}$$

ضلعان متقابلان

$$\overline{EF} \cong \overline{DG}$$

تعريف القطع المتطابقة

$$DE = FG$$

تعريف القطع المتطابقة

$$EF = DG$$

بالنعويض

$$6x - 12 = 2x + 36$$

بالنعويض

$$4y = 6y - 42$$

طرح $2x$ وإضافة 12 إلى الطرفين

$$4x = 48$$

طرح $6y$ من الطرفين

$$-2y = -42$$

قسمة الطرفين على 4

$$x = 12$$

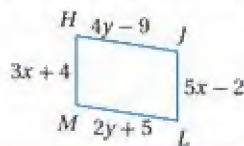
قسمة الطرفين على -2

$$y = 21$$

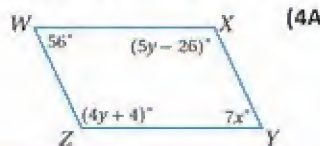
وعليه فإنه عندما $x = 12$ و $y = 21$ ، فإن الشكل $DEFG$ يكون متوازي أضلاع.

تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل من x و y في السؤالين التاليين بحيث يكون كل شكل رباعي فيهما متوازي أضلاع:



(4B)



(4A)

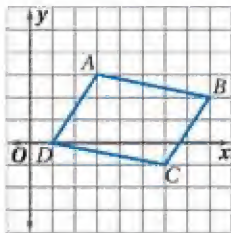
متوازي الأضلاع والمستوى الإحداثي، يمكننا استعمال قانوني المسافة والميل لتحديد إذا كان شكل رباعي في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.

استعمال الميل والمسافة

مثال

5 هندسة إحداثية، حدد إذا كان الشكل الذي إحداثيات رؤوسه

$A(3, 3)$, $B(8, 2)$, $C(6, -1)$, $D(1, 0)$ متوازي أضلاع أم لا. استعمال قانون الميل.



إذا كانت الأضلاع المتقابلة لشكل رباعي متوازية فإنه متوازي أضلاع.

$$\overline{AB} \text{ ميل} = \frac{2-3}{8-3} = \frac{-1}{5}$$

$$\overline{DC} \text{ ميل} = \frac{-1-0}{6-1} = \frac{-1}{5}$$

$$\overline{AD} \text{ ميل} = \frac{3-0}{3-1} = \frac{3}{2}$$

$$\overline{BC} \text{ ميل} = \frac{-1-2}{6-8} = \frac{3}{2}$$

بما أن كل ضلعين متقابلين لهما الميل نفسه، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

لذلك فالشكل $ABCD$ متوازي أضلاع حسب التعريف.

تحقق من فهمك

(5) حدد إذا كان الشكل الذي إحداثيات رؤوسه

$F(-2, 4)$, $G(4, 2)$, $H(4, -2)$, $I(-2, -1)$ متوازي أضلاع أم لا.

استعمل قانون نقطة المنتصف

إرشادات

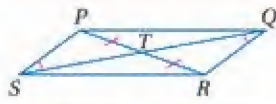
أخطاء شائعة

لا تثبت أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع يكفي أن يتحقق شرط واحد من الشروط الخمس (المنظريات الأربع - التعريف).

إرشادات

هندسة إحداثية

يمكن استعمال قانون نقطة المنتصف لتحديد إذا كان شكل رباعي هو متوازي أضلاع حسب النظرية 5.11.



(1) برهان، اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أن الشكل PQRS متوازي أضلاع إذا علم أن $\overline{PT} \cong \overline{TR}$ و $\angle TSP \cong \angle TQR$.

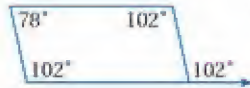
مثال 1
(ص 26)



(2) هن، صمم خالد لوحة فنية مكوّنة من ثلاثة أجزاء. اذكر طريقة لتحديد إذا كانت الأجزاء على شكل متوازي أضلاع أم لا.

مثال 2
(ص 27)

حدد إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا، برر إجابتك.

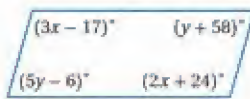


(4)

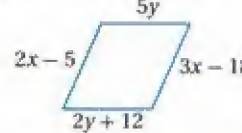


(3)

جبر، أوجد قيمة كل من x و y كي يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



(6)



(5)

هندسة إحداثية، حدد إذا كان الشكل المعطى إحداثيات رؤوسه في السؤالين 7 و 8 متوازي أضلاع أم لا. استعمل الطريقة المشار إليها.

مثال 5
(ص 28)

(7) قانون الميل $B(0, 0), C(4, 1), D(6, 5), E(2, 4)$

(8) قانون نقطة المنتصف $E(-4, -3), F(4, -1), G(2, 3), H(-6, 2)$

تمارين ومسائل

حدد إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع أم لا، برر إجابتك.



(11)



(10)



(9)



(14)



(13)

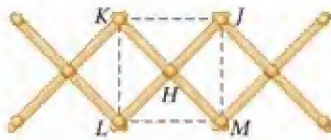


(12)



(15) أشكال هندسية، يتكون الشكل المجاور من سبع قطع مربع صغير، مثلثان صغيران قائما الزاوية ومتطابقان، مثلثان كبيران قائما الزاوية ومتطابقان، مثلث متوسط قائم الزاوية، وشكل رباعي. كيف يمكن تحديد نوع الشكل الرباعي.

الأسئلة	التمرين
3	التمرين 1
9-14	التمرين 2
15-17	التمرين 3
18, 19	التمرين 4
20-25	التمرين 5
26-28	التمرين 6



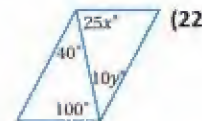
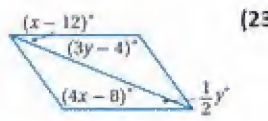
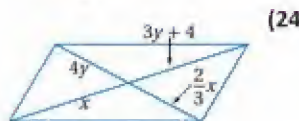
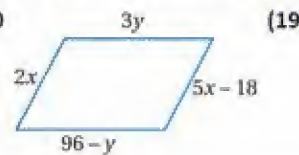
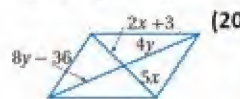
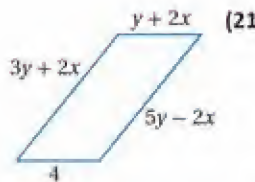
16 أمثلة، اشترى حازم علاقة ملابس قابلة للطي فيها 11 مفصلاً كما يظهر في الشكل المجاور، فإذا كانت النقطة H منتصف كل من KM و JL ، فما نوع الشكل $JKLM$ ؟ وضع إجابتك.

برهان، اكتب برهاناً إذا عمودين لكل نظرية مما يلي:

17 النظرية 5.9

18 النظرية 5.11

جبر، أوجد قيمة كل من x و y ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



هندسة إحداثية، حدد إذا كان الشكل الذي إحداثيات رؤوسه معطاة في كل من الأسئلة 25-27 متوازي أضلاع. استعمل الطريقة المشار إليها.

(25) $B(-6, -3)$, $C(2, -3)$, $E(4, 4)$, $G(-4, 4)$ قانون نقطة المنتصف.

(26) $H(5, 6)$, $J(9, 0)$, $K(8, -5)$, $L(3, -2)$ قانون المسافة

(27) $C(-7, 3)$, $D(-3, 2)$, $F(0, -4)$, $G(-4, -3)$ قانوني المسافة والميل

(28) رؤوس الشكل الرباعي $QSTW$ هي $Q(-3, 3)$, $S(4, 1)$, $T(-1, -2)$, $W(-5, -1)$ حدد كيف تحرك أحد الرؤوس ليصبح الشكل $QSTW$ متوازي أضلاع.

هندسة إحداثية، إذا كانت ثلاثة رؤوس لمتوازي أضلاع كما هو مبين في السؤالين 29 و 30، فأوجد الإحداثيات الممكنة للرأس الرابع.

(30) $Q(-2, 2)$, $R(1, 1)$, $S(-1, -1)$

(29) $A(1, 4)$, $B(7, 5)$, $C(4, -1)$

31 تبرير، ادعت شيماء اكتشافها نظرية جديدة في الهندسة، مفادها أن: قطر متوازي الأضلاع ينصف زاويتي متوازي الأضلاع عند طرفي القطر. حدد إذا كانت هذه النظرية صحيحة أم لا. أعطِ مثلاً للتأكيد أو مثلاً مضاداً.

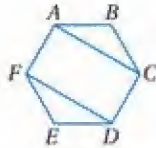
32 مسألة مفتوحة، ارسم متوازي أضلاع. سمّ الزوايا المتطابقة. اشرح كيف حددت أنه متوازي أضلاع.

مسائل مهارات التفكير العليا

33 اكتشاف الخطأ: فيما يلي يصف كل من أحمد وخالد طريقة لبيان أن شكلاً رباعياً هو متوازي أضلاع. من منهما طريقته صحيحة؟ وضح إجابتك.

خالد
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كانت ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين.

أحمد
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كانت ضلعان متقابلان متطابقين والضلعان الآخران متوازيين.



34 تحد: اكتب برهاناً لإثبات أن الشكل $FDCA$ متوازي أضلاع حيث الشكل $ABCDEF$ سداسي منتظم.

35 اجتنب: اذكر متى يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع؟

تدريب على اختيار معياري

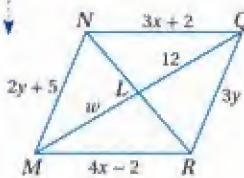
37 مراجعة: قاد خالد سيارته لمدة 5 ساعات وكان معدل سرعته 58 mi/h . فإذا كانت سرعته خلال الساعات الثلاث الأولى 50 mi/h ، فكم كانت سرعته في الساعتين الأخيرتين بالأميال في الساعة؟

66	C	70	A
54	D	60	B

38 إذا كان الضلعان \overline{AB} و \overline{DC} للشكل الرباعي $ABCD$ متوازيين. فما هي المعلومة الإضافية والكافية لإثبات أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؟

- $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ A
- $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ B
- $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ C
- $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ D

مراجعة تراكمية



استعمل $\square NQRM$ المجاور لإيجاد قياس أو قيمة كل رمز. (الدرس 5-2)

- x (39)
- w (38)
- QR (41)
- NQ (40)

إذا كان قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم كما هو مبين في الأسئلة 43-46 فأوجد عدد أضلاع كل مضلع. (الدرس 5-3)

- 162 (45)
- 168 (44)
- 144 (43)
- 135 (42)

46 رياضة: ذهب وائل إلى النادي الرياضي لأكثر من ساعتين بقليل، فسيح في بركة السباحة دورة كاملة ثم تدرب على رفع الأثقال. أثبت أنه قام بواحد من النشاطين لمدة تزيد عن الساعة. (الدرس 4-3)

الاستعداد للدرس الآخر

مهارة سابقة وضرورية: استعمل الميل لتحديد إذا كانت \overline{AB} و \overline{BC} متعامدتين أم لا. (الدرس 2-3)

- $A(-1, 2), B(0, 7), C(4, 1)$ (48)
- $A(2, 5), B(6, 3), C(8, 7)$ (47)



الأسئلة

كثير من الألعاب الرياضية تمارس على مضمار مخطط بخطوط متوازية. فملعب كرة التنس الأرضي يحوي خطوطاً متوازية تخدم كل لاعب. وتقسّم الخطوط المتوازية الملعب للمباريات الفردية والزوجية. وساحة اللعب محددة بخطوط متعامدة.

الأفكار الرئيسية

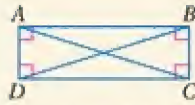
- نعرف خصائص المستطيل وأطبقيها.
- أحدد إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً أم لا.

المفردات

المستطيل
rectangle

خصائص المستطيل: المستطيل شكل رباعي زواياه الأربع قوائم. ولأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان فإنه حالة خاصة من متوازي الأضلاع. لذلك، فللمستطيل جميع خصائص متوازي الأضلاع، بالإضافة إلى أن قطريه متطابقان.

النظرية 5.13



إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً فإن قطريه متطابقان.

$$\overline{AC} \cong \overline{BD}$$

سوف تترجم النظرية 5.13 في السؤال 32

إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً فإن الخصائص التالية صحيحة:

مفاهيم أساسية		
المستطيل		
المستطيل شكل رباعي زواياه الأربع قوائم.		
	أمثلة	الخصائص
	$\overline{AB} \cong \overline{DC}$ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$	1) الأضلاع المتقابلة متطابقة ومتوازية.
	$\angle A \cong \angle C$ $\angle B \cong \angle D$	2) الزوايا المتقابلة متطابقة.
	$m\angle A + m\angle B = 180$ $m\angle B + m\angle C = 180$ $m\angle C + m\angle D = 180$ $m\angle D + m\angle A = 180$	3) الزوايا المتجاورة متكاملة.
	$\overline{AC} \cong \overline{BD}$ وينصف كل منهما الآخر	4) القطران متطابقان وينصف كل منهما الآخر.
	$m\angle DAB = m\angle BCD =$ $m\angle ABC = m\angle ADC = 90$	5) جميع الزوايا الأربع قوائم.

مسألة من واقع الحياة

قطر المستطيل



1 جبر: الشكل الرباعي $MNOP$ لوحة إعلانية مستطيلة الشكل، فإذا كان $MO = 6x + 14$ و $PN = 9x + 5$ ، فأوجد قيمة x ثم أوجد NR .

نظرًا المستطيل متطابقان

$$\overline{MO} \cong \overline{PN}$$

تعريف تطابق القطع المستقيمة

$$MO = PN$$

بالتعويض

$$6x + 14 = 9x + 5$$

طرح $6x$ من الطرفين

$$14 = 3x + 5$$

طرح 5 من الطرفين

$$9 = 3x$$

قسمة الطرفين على 3

$$3 = x$$

قطر المستطيل ينصف كل منهما الآخر

$$NR = \frac{1}{2} PN$$

بالتعويض

$$= \frac{1}{2} (9x + 5)$$

بالتعويض بـ 3 عن x

$$= \frac{1}{2} (9 \cdot 3 + 5)$$

$$= \frac{1}{2} (27 + 5)$$

$$= \frac{1}{2} (32)$$

$$= 16$$

تحقق من فهمك

1 ارجع إلى المستطيل $MNOP$. إذا كان $MO = 4y + 12$ و $PR = 3y - 5$ ، فأوجد قيمة y .

يمكن رسم المستطيل باستعمال المستقيمات المتعامدة.

إنشاءات هندسية

المستطيل

الخطوة 1: استعمل حافة

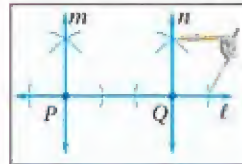
مستقيمة لرسم المستقيم ℓ . عين

النقطتين P و Q على ℓ .

والآن، ارسم مستقيمين عموديين

على ℓ يمران بالنقطتين P و Q

وسمهما m و n .



الخطوة 2: ثبت الفرجار في

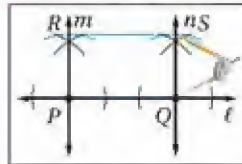
النقطة P وبفتحة مناسبة القطع

المستقيم m في النقطة R .

وبالفتحة نفسها ثبت الفرجار في

النقطة Q واقطع المستقيم n في

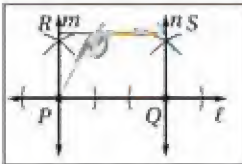
النقطة S . وارسم RS .



الخطوة 3: افتح الفرجار فتحة

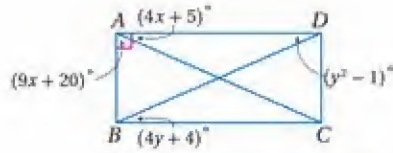
تساوي PS وقارنها بالفتحة التي

تساوي QR . ستجدعهما متساويين.



مثال

زوايا المستطيل



2 جبر، إذا كان الشكل $ABCD$ مستطيلًا، فأوجد قيمة y .
بما أن المستطيل متوازي أضلاع فإن الأضلاع المتقابلة متوازية. فتكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.

نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة

$$\angle ADB \cong \angle CBD$$

تعريف الزوايا المتطابقة

$$m\angle ADB = m\angle CBD$$

بالتعويض

$$y^2 - 1 = 4y + 4$$

نطرح $4y$ و 4 من الطرفين.

$$y^2 - 4y - 5 = 0$$

بالتحليل.

$$(y - 5)(y + 1) = 0$$

$$y - 5 = 0$$

$$y + 1 = 0$$

$$y = 5$$

$$y = -1$$

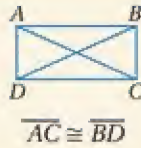
بإحلال $y = -1$ لأنها تؤدي إلى زاوية قياسها 0 .

تحقق من فهمك

2 ارجع إلى المستطيل $ABCD$. وأوجد قيمة x .

إثبات أن متوازي الأضلاع مستطيل، عكس النظرية 5-13 صحيح أيضًا.

النظرية 5.14



إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين، فإنه مستطيل.

سوف نبرهن النظرية 5-14 في السؤال 33.

قطرا متوازي الأضلاع

مثال من واقع الحياة



الربط مع الحياة

من المهم أن تكون زوايا فتحة النافذة قوائم، حتى تغطي النافذة الفتحة كاملة دون فراغات، لأنه مع مرور الوقت قد يتسرب الهواء والرطوبة من الفراغات بين الفتحة والنافذة.



نلاحظ، فتح أحمد نافذة لغرفته، فقام بقياس أبعاد الفتحة ليتأكد من أن الأضلاع المتقابلة متطابقة، ثم قام بقياس طولي القطرين ليتأكد من أنهما متطابقان. كيف يتأكد أن زوايا الفتحة قوائم؟

ارسم أولًا شكلًا وسم رؤوسه.

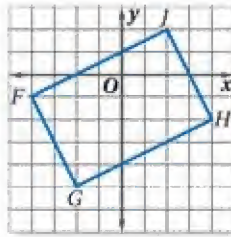
نعلم أن $WX \cong ZY$, $XY \cong WZ$, $WY \cong XZ$.

وبما أن $WX \cong ZY$ و $XY \cong WZ$ فإن الشكل $WXYZ$ متوازي أضلاع.

وبما أن $WY \cong XZ$ قطرا، وهما متطابقان، إذن فهو مستطيل، وبالتالي فإن زواياه قوائم. لذا فإن زوايا الفتحة قوائم.

تحقق من فهمك

3 صناعة يدوية، يعمل سلطان إطارًا لشهادته، كيف يتأكد من أن زوايا الإطار قوائم؟



المستطيل في المستوى الإحداثي

مثال

هندسة إحداثية ، إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $FGHI$ هي $F(-4, -1)$, $G(-2, -5)$, $H(4, -2)$, $I(2, 2)$ حدد إذا كان الشكل $FGHI$ مستطيلاً أم لا.

الطريقة الأولى ، استعمل قانون الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ لتري ما إذا كانت الأضلاع المتتالية متعامدة.

$$\overline{FI} \text{ ميل} = \frac{2 - (-1)}{2 - (-4)} = \frac{1}{2}$$

$$\overline{GH} \text{ ميل} = \frac{-2 - (-5)}{4 - (-2)} = \frac{1}{2}$$

$$\overline{FG} \text{ ميل} = \frac{-5 - (-1)}{-2 - (-4)} = -2$$

$$\overline{HI} \text{ ميل} = \frac{-2 - 2}{4 - 2} = -2$$

ولأن $\overline{GH} \parallel \overline{FI}$ و $\overline{FG} \parallel \overline{HI}$ فإن الشكل الرباعي $FGHI$ متوازي أضلاع، ولأن حاصل ضرب ميلي كل ضلعين متتاليين فيه يساوي -1 ، فإن هذا يعني أن $\overline{FI} \perp \overline{FG}$, $\overline{FI} \perp \overline{HI}$, $\overline{HI} \perp \overline{GH}$, $\overline{FG} \perp \overline{GH}$ لذلك، فالشكل $FGHI$ مستطيل حسب التعريف.

الطريقة الثانية ، استعمل قانون المسافة $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ لتحديد إذا كانت الأضلاع المتقابلة متطابقة أم لا.

علينا أولاً إثبات أن الشكل الرباعي $FGHI$ متوازي أضلاع.

$$\begin{aligned} FI &= \sqrt{(-4 - 2)^2 + (-1 - 2)^2} & GH &= \sqrt{(-2 - 4)^2 + (-5 - (-2))^2} \\ &= \sqrt{36 + 9} & &= \sqrt{36 + 9} \\ &= \sqrt{45} = 3\sqrt{5} & &= \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FG &= \sqrt{[-4 - (-2)]^2 + [-1 - (-5)]^2} & HI &= \sqrt{(2 - 4)^2 + [2 - (-2)]^2} \\ &= \sqrt{4 + 16} & &= \sqrt{4 + 16} \\ &= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} & &= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

بما أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي $FGHI$ متساويان في الطول فإنهما متطابقان، إذن فالشكل متوازي أضلاع.

$$\begin{aligned} FH &= \sqrt{(-4 - 4)^2 + [-1 - (-2)]^2} & GI &= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (-5 - 2)^2} \\ &= \sqrt{64 + 1} & &= \sqrt{16 + 49} \\ &= \sqrt{65} & &= \sqrt{65} \end{aligned}$$

وبما أن طولي القطرين يساوي $\sqrt{65}$ فإنهما متطابقان. إذن فالشكل $FGHI$ مستطيل حسب النظرية 5.14.

تحقق من فهمك

(4) هندسة إحداثية ، إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $JKLM$ هي $J(-10, 2)$, $K(-8, -6)$, $L(5, -3)$, $M(2, 5)$ حدد إذا كان الشكل $JKLM$ مستطيلاً أم لا. برر إجابتك.

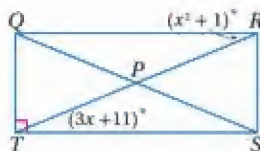
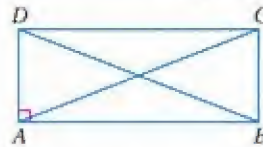
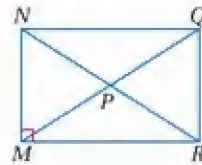
إرشادات

المستطيل ومتوازي الأضلاع

كل مستطيل متوازي أضلاع، ولكن ليس كل متوازي أضلاع مستطيلاً.

- (1) جبر، الشكل $ABCD$ مستطيل. إذا كان $AC = 30 - x$ و $BD = 4x - 60$ ، فأوجد قيمة x .
- (2) جبر، الشكل $MNQR$ مستطيل. إذا كان $NR = 2x + 10$ و $NP = 2x - 30$ ، فأوجد MP .

مثال 1
(ص 33)



- جبر، الشكل الرباعي $QRST$ مستطيل. أوجد كلاً من:
- (3) قيمة x
- (4) $m\angle RPS$

مثال 2
(ص 34)

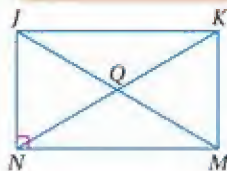
- (5) عمل إطار، لدى سمير لوحة على شكل مستطيل أبعادها 12 in و 48 in. أراد عمل إطار لهذه اللوحة. كيف يتأكد صانع الإطارات أن الإطار مستطيل؟ وضح إجابتك.

مثال 3
(ص 34)

- (6) هندسة إحداثية، إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $EFGH$ هي $E(-4, -3)$, $F(3, -1)$, $G(2, 3)$, $H(-5, 1)$. حدد إذا كان الشكل $EFGH$ مستطيلاً أم لا.

مثال 4
(ص 35)

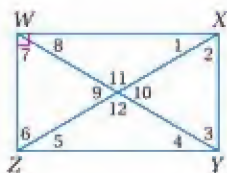
تمارين ومسائل



- جبر، الشكل الرباعي $JKMN$ مستطيل.
- (7) إذا كان $NQ = 5x - 3$ و $QM = 4x + 6$ ، فأوجد NK .
- (8) إذا كان $NQ = 2x + 3$ و $QK = 5x - 9$ ، فأوجد JQ .
- (9) إذا كان $NM = 8x - 14$ و $JK = x^2 + 1$ ، فأوجد JK .
- (10) إذا كان $m\angle NJM = 2x - 3$ و $m\angle KJM = x + 5$ ، فأوجد قيمة x .
- (11) إذا كان $m\angle NKM = x^2 + 4$ و $m\angle KNM = x + 30$ ، فأوجد $m\angle JKN$.
- (12) إذا كان $m\angle JKN = 2x^2 + 2$ و $m\angle NKM = 14x$ ، فأوجد قيمة x .

التمرين	الإرشادات
1	للأسئلة 7-12
2	13-21
3	22, 23
4	24-31

- إذا كان الشكل $WXYZ$ مستطيلاً وكان $m\angle 1 = 30$ ، فأوجد كلاً مما يلي:



- (13) $m\angle 2$
- (14) $m\angle 3$
- (15) $m\angle 4$
- (16) $m\angle 5$
- (17) $m\angle 6$
- (18) $m\angle 7$
- (19) $m\angle 8$
- (20) $m\angle 9$
- (21) $m\angle 12$

- (22) رصيف، وظف عامل ليصب رصيفاً مستطيل الشكل بالأسمت، كيف يمكنه التأكد من أن هذا الرصيف مستطيل؟

- (23) تلفاز، تقاس شاشة التلفاز بحسب طول قطرها. ما طول قطر هذه الشاشة؟



هندسة إحدائية، حدد إذا كان الشكل $DFGH$ مستطيلاً أم لا إذا كانت إحداثيات رؤوسه كما هي معطاة في كل سؤال من الأسئلة 24-26. وبرر إجابتك.

$$D(9, -1), F(9, 5), G(-6, 5), H(-6, 1) \quad (24)$$

$$D(6, 2), F(8, -1), G(10, 6), H(12, 3) \quad (25)$$

$$D(-4, -3), F(-5, 8), G(6, 9), H(7, -2) \quad (26)$$

هندسة إحدائية، إحداثيات رؤوس الشكل $WXYZ$ هي $W(2, 4), X(-2, 0), Y(-1, -7), Z(9, 3)$. استند من هذه المعلومات في حل الأسئلة 27-29.

(27) أوجد كل من WY و XZ

(28) أوجد إحداثيات نقطة منتصف كل من \overline{WY} و \overline{XZ}

(29) هل الشكل $WXYZ$ مستطيل؟ وضح إجابتك.

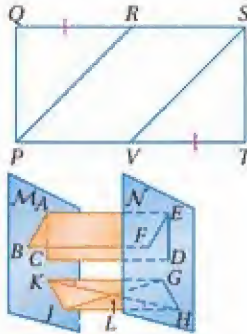
هندسة إحدائية، إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع $ABCD$ هي $A(-4, -4), B(2, -1), C(0, 3), D(-6, 0)$

(30) حدد ما إذا كان متوازي الأضلاع $ABCD$ مستطيلاً أم لا.

(31) إذا كان الشكل $ABCD$ مستطيلاً، وكانت النقاط E, F, G, H منتصفات أضلاعه، فما نوع الشكل $EFGH$ ؟

برهان، اكتب برهاناً ذا عمودين لكل من الأسئلة 32-35.

(32) النظرية 5.13 (33) النظرية 5.14



(34) المعطيات، $PQST$ مستطيل.

$$\overline{QR} \cong \overline{VT}$$

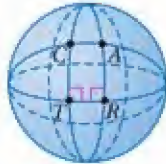
المطلوب، إثبات أن $\overline{PR} \cong \overline{VS}$

(35) المعطيات، $DEAC$ و $FEAB$ مستطيلان.

$$\angle GKH \cong \angle JHK$$

\overline{HK} و \overline{GL} تتقاطعان عند L .

المطلوب، إثبات أن الشكل $GHJK$ متوازي أضلاع.



هندسة غير إقليدية، في الشكل المجاور، $CART$ شكل رباعي مرسوم على سطح كرة فيه: $\overline{CT} \perp \overline{TR}, \overline{AR} \perp \overline{TR}, \overline{CT} \cong \overline{AR}$.

استند من هذه المعلومات في حل الأسئلة 36-38.

(36) هل $\overline{CT} \parallel \overline{AR}$ ؟ فسر إجابتك.

(37) قارن بين AC و TR ؟

(38) هل يوجد في الهندسة غير الإقليدية مستطيل؟ وضح إجابتك.

(39) بحث، استعمل الإنترنت أو أي مصدر آخر لاستقصاء أوجه الشبه والاختلاف بين الهندسة الإقليدية والهندسة غير الإقليدية.

إرشادات

مراجعة

لمراجعة الهندسة غير الإقليدية ارجع إلى توسع الدرس 2-6.

- (40) **تبرير:** ارسم مثالاً مضاداً للجملة "إذا تطابق قطرا شكل رباعي فإنه مستطيل".
- (41) **مسألة مفتوحة:** ارسم مثلثين قائمي الزاوية ومتطابقين ولهما وتر مشترك. هل تشكل الأضلاع الأخرى للمثلثين مستطيلًا؟ وضح إجابتك.
- (42) **اكتشف الخطأ:** عرّف كل من محمود و عمر المستطيل كما يلي. من منهما إجابه خطأ؟ وضح إجابتك.

عمر
المستطيل هو متوازي أضلاع
إحدى زواياه قائمة.

محمود
المستطيل له ضلعان متقابلان
متوازيان وإحدى زواياه قائمة.

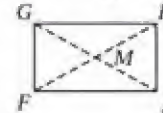
- (43) **تحد:** ما عدد المستطيلات التي يمكن رسمها باستعمال أربع نقاط من بين اثني عشرة نقطة كرووس للمستطيل؟
- (44) **أجته:** كيف يمكنك تحديد إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا أم لا؟

تدريب على اختيار معياري

- (46) **مراجعة:** قطعة أرض مستطيلة الشكل محاطة بسياج طوله 80 m. يزيد طول أحد أضلاعها بـ 10 m عن طول الضلع الآخر. فما المعادلة التي تستعمل لإيجاد طول الضلع الأقصر (s)؟

- A $10s + s = 80$
- B $4s + 10 = 80$
- C $s(s + 10) = 80$
- D $2(s + 10) + 2s = 80$

- (45) إذا كان $FJ = -3x + 5y$, $FM = 3x + y$ و $GH = 11$, $GM = 13$ فما قيمة كل من x و y اللتان تجعلان متوازي الأضلاع FGHJ مستطيلًا؟

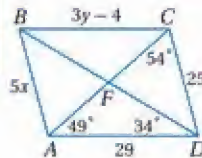


- A $x = 3, y = 4$
- B $x = 7, y = 8$
- C $x = 4, y = 3$
- D $x = 8, y = 7$

مراجعة تراكمية



- (47) هن بصري: تحتوي الصورة إلى اليسار على عدة أشكال من متوازي الأضلاع وبعده ألوان. صف إحدى الطرق للتحقق من أن هذه الأشكال متوازي أضلاع. (الدروس 3-5)



- لأسئلة 48-51 استعمل $ABCD$ لإيجاد قيمة كل رمز أو قياس كل زاوية. (الدروس 2-5)

- (48) $m\angle AFD$
- (49) $m\angle CDF$
- (50) y
- (51) x

الاستدلال

- مهارة سابقة وضرورية: أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يلي: (مهارة سابقة)

- (52) $(1, -2), (-3, 1)$
- (53) $(-5, 9), (5, 12)$
- (54) $(1, 4), (22, 24)$

اختبار منتصف الفصل

الدروس 1 - 5 إلى 4 - 5

المختبر

5

جبر، في كل من السؤالين 10 و 11 أوجد قيمة كل من x و y اللتين تجعلان الشكل الرباعي متوازي أضلاع. (الدروس 3-5)

$$(6y - 57)^\circ \quad (5x - 19)^\circ$$

$$(3x + 9)^\circ \quad (3y + 36)^\circ$$

$$3y - 2$$

$$x + 4$$

$$2x - 4$$

$$4y - 8$$

هندسة إحداثية، حدد إذا كان كل شكل رؤوسه معطاة في السؤالين 12 و 13 متوازي أضلاع أم لا. استعمل الطريقة المشار إليها. (الدروس 3-5)

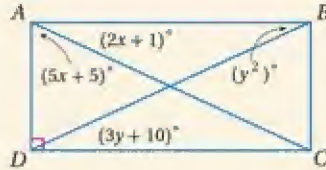
$$Q(-3, -6), R(2, 2), S(-1, 6), T(-5, 2) \quad (12)$$

قانونا المسافة والميل

$$W(-6, -5), X(-1, -4), Y(0, -1), Z(-5, -2) \quad (13)$$

قانون نقطة المنتصف

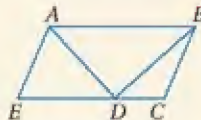
إذا كان الشكل الرباعي $ABCD$ مستطيلاً فأجب عن السؤالين 14 و 15. (الدروس 4-5)



14 أوجد قيمة x .

15 أوجد قيمة y .

16 اختيار من متعدد، الشكل الرباعي $ABCE$ أدناه متوازي أضلاع. إذا كانت $\angle ADE \cong \angle BDC$ ، فأني الجمل التالية صحيحة؟ (الدروس 4-5)



$$\overline{ED} \cong \overline{AD} \quad \text{C} \quad \overline{AD} \cong \overline{DB} \quad \text{A}$$

$$\overline{AE} \cong \overline{DC} \quad \text{D} \quad \overline{ED} \cong \overline{DC} \quad \text{B}$$



1 ثلج، إذا كانت صورة بلورة الثلج على شكل سداسي منتظم. فأوجد مجموع قياسات زواياه الداخلية. (الدروس 1-5)

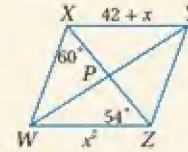
2 إذا كان قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم $147\frac{3}{11}$ ، فأوجد عدد أضلاع هذا المضلع. (الدروس 1-5)

3 ما مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع الذي عدد أضلاعه 12؟ (الدروس 1-5)

4 أوجد قياس كل زاوية خارجية للخماسي المنتظم. (الدروس 1-5)

5 إذا كان قياس كل زاوية خارجية لمضلع منتظم يساوي 40° فكم ضلعاً لهذا المضلع؟ (الدروس 1-5)

استعمل $WXYZ$ لإيجاد كل مما يلي: (الدروس 2-5)



$$WZ = ? \quad (6)$$

$$m\angle XYZ = ? \quad (7)$$

8 اختيار من متعدد، إذا كان قياسا زاويتين متقابلتين لمتوازي أضلاع: $(5x - 25)^\circ$ و $(3x + 5)^\circ$ ، فأوجد قياسي هاتين الزاويتين. (الدروس 2-5)

$$50, 50 \quad \text{A}$$

$$55, 125 \quad \text{B}$$

$$90, 90 \quad \text{C}$$

$$109, 71 \quad \text{D}$$

9 $JKLM$ متوازي أضلاع إحداثيات ثلاثة من رؤوسه هي $J(0, 7)$, $K(9, 7)$, $L(6, 0)$ أوجد إحداثيات الرأس M الممكنة. (الدروس 2-5)

المعين والمربع Rhombus and Square

5-5



الاستعداد

طور عالم دراجة هوائية بإطارات مربعة، تسهل قيادتها على طرق خاصة منحنية كما في الصورة.

الأفكار الرئيسية

- التعرف لخصائص المعين وأثبتتها.
- التعرف لخصائص المربع وأثبتتها.

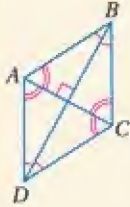
المصطلحات

المعين
Rhombus

المربع
Square

خصائص المعين: **المعين** هو حالة من متوازي الأضلاع. والمعين هو شكل رباعي جميع أضلاعه متطابقة. وتتوفر فيه جميع خصائص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى خصائص أخرى سنذكرها من خلال النظريات التالية:

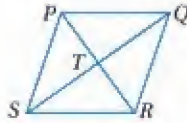
النظريات		المعين
أمثلة		
5.15	قطر المعين متعامدان.	$\overline{AC} \perp \overline{BD}$
5.16	إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متعامدين فإنه معين. (عكس النظرية 5.15)	إذا كان $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ فإن $ABCD$ معين.
5.17	القطر في المعين ينصف الزاويتين المتقابلتين اللتين يمرّ بهما.	$\angle DAC \cong \angle BAC \cong \angle DCA \cong \angle BCA$ $\angle ABD \cong \angle CBD \cong \angle ADB \cong \angle CDB$



سوف تبرز من النظريتين 5.16 و 5.17 في السؤاليين 9 و 10 على الترتيب.

مثال

برهان النظرية 5-15



المعطيات: $PQRS$ معين.

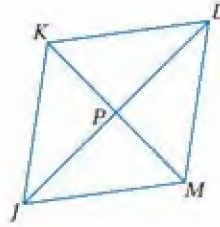
المطلوب: إثبات أن $\overline{PR} \perp \overline{SQ}$

برهان حرر حسب تعريف المعين فإن $\overline{PS} \cong \overline{RS} \cong \overline{QR} \cong \overline{PQ}$

وبما أن المعين متوازي أضلاع، وقطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، فإن \overline{QS} ينصف \overline{PR} في T . لذلك $\overline{PT} \cong \overline{RT}$.

و $\overline{QT} \cong \overline{QT}$ لأن تطابق القطع المستقيمة انعكاسي، إذن $\triangle PQT \cong \triangle RQT$ حسب مسلمة SSS.

ومنه ينتج أن $\angle QTP \cong \angle QTR$ حسب تعريف المثلثات المتطابقة، وبما أن $\angle QTP$ و $\angle QTR$ متجاورتان على خط مستقيم، لذلك فكل زاوية منهما قائمة؛ لأن الزاويتين المتطابقتين والمتجاورتين على خط مستقيم تكونان قائمتين. وبما أن $\angle QTP$ قائمة فإن $\overline{PR} \perp \overline{SQ}$ حسب تعريف المستقيمتين المتعامدة.



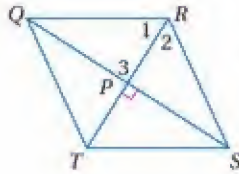
تحقق من فهمك

- 1) برهان، اكتب برهانًا حرًا.
المعطيات، متوازي أضلاع $JKLM$
 $\triangle JKL$ متطابق الضلعين.
المطلوب، إثبات أن $JKLM$ معين.

إرشادات

برهان

بما أن أضلاع المعين
الأربعة متطابقة فإن
قطره ينقسم إلى مثلثين
متطابقين الضلعين
ومتطابقين، وقطرا
المعين ينقسمان إلى
أربعة مثلثات قائمة
الزاوية ومتطابقة.



قياسات في المعين

مثال

- 2) جبر: استعمل المعين $QRST$ والمعلومات المعطاة لإيجاد قيمة كل متغير.

a) أوجد قيمة y إذا كان $m\angle 3 = y^2 - 31$.

$$m\angle 3 = 90$$

قطرا المعين متعامدان.

$$y^2 - 31 = 90$$

بالتبويض

$$y^2 = 121$$

بإضافة 31 للطرفين.

$$y = \pm 11$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين.

أي أن قيمة y يمكن أن تكون 11 أو -11.

b) أوجد $m\angle TQS$ إذا كان $m\angle RST = 56$.

$$m\angle TQR = m\angle RST$$

الزوايا المتطابقة متطابقة.

$$m\angle TQR = 56$$

بالتبويض

وبما أن قطري المعين ينصفان الزاويتين المتقابلتين اللتين يمران بهما، فإن

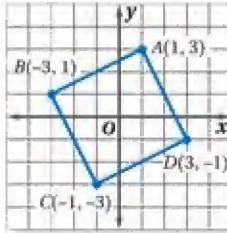
$$m\angle TQS = \frac{1}{2}(56) = 28$$

تحقق من فهمك

- 2) جبر: استعمل المعين $QRST$ لإيجاد $m\angle QTS$ ، إذا كان $m\angle 2 = 57$.

خصائص المربع: إذا كان الشكل الرباعي معينًا ومستطيلًا فإنه يكون مربعًا، وتحقق جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين في المربع.





هندسة إحصائية، حدد إذا كان متوازي الأضلاع $ABCD$ معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. برر إجابتك.

استكشف استعمل إحداثيات الرؤوس المحددة على المستوى الإحداثي.

خطك إذا كان قطرا الشكل $ABCD$ متطابقين فإنه مستطيل وإذا كان القطران متعامدين فإنه يكون إما معيناً وإما مربعاً. وإذا كان القطران متطابقين ومتعامدين فإن الشكل $ABCD$ يكون مربعاً.

حل استعمل قانون المسافة لمقارنة طولي القطرين.

$$DB = \sqrt{[3 - (-3)]^2 + (-1 - 1)^2} \quad AC = \sqrt{[1 - (-1)]^2 + [3 - (-3)]^2}$$

$$= \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \quad = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

استعمل الميل لتحديد إذا كان القطران متعامدين أم لا.

$$\text{ميل } \overline{DB} = \frac{1 - (-1)}{-3 - 3} = -\frac{1}{3} \quad \text{ميل } \overline{AC} = \frac{-3 - 3}{-1 - 1} = 3$$

وبما أن حاصل ضرب ميل \overline{AC} بميل \overline{DB} يساوي -1 فإن القطرين متعامدان.

ولأن \overline{AC} و \overline{DB} متساويان في الطول فإنهما متطابقان. إذن فالشكل $ABCD$ معين ومستطيل ومربع.

تحقق يمكنك التحقق من أن الشكل $ABCD$ مربع بإيجاد طول كل ضلع وميله. وستجد أن الأضلاع الأربعة متطابقة، وكل ضلعين متتاليين متعامدين.

تحقق من فهمك

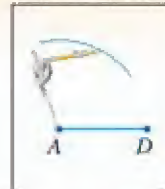
(3) هندسة إحصائية، إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع $JKLM$ هي:

$J(5, 0)$, $K(8, -11)$, $L(-3, -14)$, $M(-6, -3)$. حدد إذا كان متوازي الأضلاع معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. برر إجابتك.

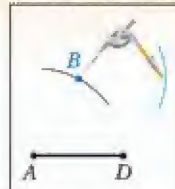
إنشاءات هندسية

المعين

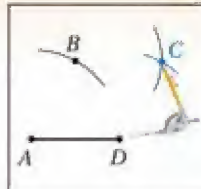
الخطوة 1: ارسم قطعة مستقيمة \overline{AD} . ثبت الفرجار عند النقطة A وافتحه بقدر \overline{AD} ، وارسم قوساً أعلى \overline{AD} .



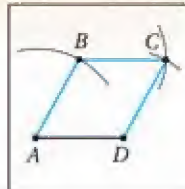
الخطوة 2: عين أي نقطة على القوس مثل B . واستعمل فتحة الفرجار نفسها وثبتته عند النقطة B ، وارسم قوساً إلى يمين B .



الخطوة 3: ثبت الفرجار عند النقطة D ، وارسم قوساً يقطع القوس المرسوم من النقطة B . سمّ نقطة التقاطع C .



الخطوة 4: استعمل حافة مستقيمة لرسم \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} .



نتيجة: بما أن جميع الأضلاع متطابقة فإن الشكل الرباعي $ABCD$ معين.



4 **بيسبول**، يكون الميدان الأوسط للعبة البيسبول مربعًا كما هو مبين في الصورة إلى اليسار. هل موقع الرامي يقع في مركز الميدان؟ وضح إجابتك.

بما أن المربع متوازي أضلاع فإن قطريه ينصف كل منهما الآخر. بما أن المربع مستطيل فإن قطريه متطابقان. لذلك فالمسافة من الموقع الأول إلى الموقع الثالث تساوي المسافة بين الهدف والموقع الثاني.

لذلك فالمسافة من الهدف إلى مركز الميدان تساوي نصف

المسافة 127 ft و $3 \frac{3}{8} \text{ in}$ أي 63 ft و $7 \frac{11}{16} \text{ in}$

ولكن هذه المسافة أطول من المسافة من الهدف إلى موقع الرامي. لذلك فموقع الرامي لا يقع عند مركز الميدان بل هو أقرب إلى الهدف بـ 3 ft .

تحقق من فهمك

4 **زجاج ملون**، صممت كوثر قطعة زجاج ملونة تتكون من أجزاء كل منها معين. صف كيف يمكنك تحديد إذا كانت الأجزاء على شكل معين فعلاً أم لا.

إذا كان الشكل الرباعي معيناً أو مربعاً فإن الخصائص التالية تكون صحيحة:

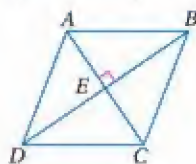
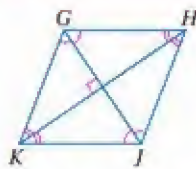
ملخص الملاحظات	خواص المعين والمربع
1) يحقق المعين كافة خصائص متوازي الأضلاع.	المربع
2) جميع الأضلاع متطابقة.	1) يحقق المربع كافة خصائص متوازي الأضلاع.
3) القطران متعامدان.	2) يحقق المربع كافة خصائص المستطيل.
4) القطران ينصفان زوايا المعين.	3) يحقق المربع كافة خصائص المعين.

إرشادات

المربع والمعين

كل مربع معين، وليس كل معين مربع.

تأكد



1 **يرهان**، اكتب برهاناً ذا عمودين.
المعطيات: $\triangle KGH, \triangle HJK, \triangle GHJ, \triangle JKG$ مثلثات متطابقة الضلعين.
المطلوب: إثبات أن $GHJK$ معين.

مثال 1
(ص 40)

جبر، في المعين $ABCD$ ، $AB = 2x + 3$ و $BC = 5x$ ، استند من هذه المعطيات في الإجابة عن الأسئلة من 2-5:

مثال 2
(ص 41)

2 أوجد قيمة x .

3 أوجد AD .

4 أوجد $m\angle AEB$.

5 أوجد $m\angle BCD$ إذا كان $m\angle ABC = 83.2$.

مثال 3
(ص 42)

هندسة إحصائية: باستعمال كل مجموعة من إحداثيات الرؤوس في السؤالين 6 و 7، حدد إذا كان $MNPQ$ معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا. برّر إجابتك.

$$M(0, 3), N(-3, 0), P(0, -3), Q(3, 0) \quad (6)$$

$$M(-4, 0), N(-3, 3), P(2, 2), Q(1, -1) \quad (7)$$

8 تجديد: تجدد عائلة خليفة مطبخًا. فإذا كان طول كل ضلع لأرضية المطبخ يساوي 10 ft. فما القياسات الأخرى التي يجب معرفتها لتحديد إذا كانت أرضية المطبخ مربعة أم لا؟

مثال 4
(ص 43)

تمارين ومسائل

برهان: اكتب برهانًا حرًا لكل من النظريتين التاليتين:

النظرية 5.17 (10)

النظرية 5.16 (9)

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين لكل سؤال من الأسئلة 11-14.

(12) المعطيات: $\triangle TPX \cong \triangle QPX \cong$

(11) المعطيات: $\triangle WZY \cong \triangle WXY$

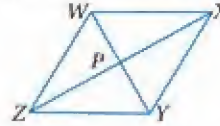
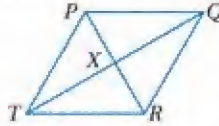
$$\triangle QRX \cong \triangle TRX$$

$$\triangle WZY, \triangle XYZ$$

مثلثان متطابقا الضلعين.

المطلوب: إثبات أن $TPQR$ معين.

المطلوب: إثبات أن $WXYZ$ معين.



(14) المعطيات: $QRST$ و $QRTV$ معينان.

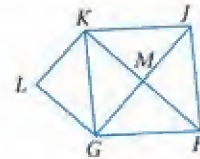
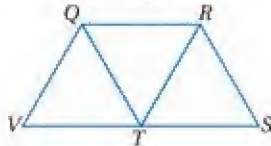
(13) المعطيات: $\triangle LGK \cong \triangle MJK$

المطلوب: إثبات أن $\triangle QRT$ متطابق

$GHIK$ متوازي أضلاع.

الأضلاع.

المطلوب: إثبات أن $GHIK$ معين.



جبر: استعمل المعين $XYZW$ حيث $m\angle WYZ = 53$

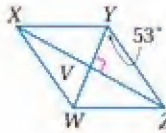
$$VW = 3, XV = 2a - 2, ZV = \frac{5a + 1}{4} \quad \text{في حل الأسئلة 15-18.}$$

(16) أوجد $m\angle XYW$

(15) أوجد $m\angle YZV$

(18) أوجد XW

(17) أوجد XZ



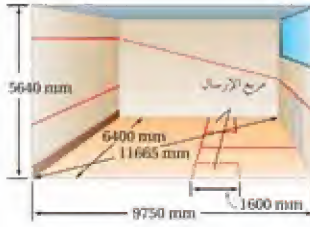
هندسة إحصائية: باستعمال كل مجموعة من إحداثيات الرؤوس في الأسئلة 19-22، حدد إذا كان $EFGH$ معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا. برّر إجابتك.

$$E(1, 10), F(-4, 0), G(7, 2), H(12, 12) \quad (19)$$

$$E(-7, 3), F(-2, 3), G(1, 7), H(-4, 7) \quad (20)$$

$$E(1, 5), F(6, 5), G(6, 10), H(1, 10) \quad (21)$$

$$E(-2, -1), F(-4, 3), G(1, 5), H(3, 1) \quad (22)$$



إسكواش، للسؤالين 23 و 24 استعمل الشكل إلى اليسار لقاعة لعبة الإسكواش.

23) يشير الشكل إلى أن طول قطر أرضية القاعة 11665 mm. هل هذا صحيح؟ وضح إجابتك.

24) أماكن الإرسال مربعة الشكل، أوجد طول قطرها.

ارسم كل شكل مما يلي باستعمال المسطرة والفرجار.

25) مربعًا طول أحد أضلاعه 3 cm.

26) مربعًا طول قطره 5 cm.



27) هيسيفساء، يتكون هذا النمط من أشكال متكررة. استعمل مسطرة أو منقلة لتحديد نوع الأشكال الرباعية حمراء اللون.

28) تصميم، قاعدة حامل أحواض الزهور إلى اليمين مربعة، وقاعدة كل صندوق من الصناديق الخمسة مربعة، وطول ضلع قاعدة كل صندوق صغير تساوي نصف طول ضلع قاعدة الحامل. استعمل المعلومات إلى اليمين لإيجاد أبعاد قاعدة صندوق صغير.

29) المحيط، إذا كان طولي قطري معينين 12 cm و 16 cm، فأوجد محيطه.



استعمل شكل فن (Venn) لتحديد إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو ليست صحيحة أبدًا:

30) متوازي الأضلاع يكون مربعًا.

31) المربع يكون معينًا.

32) المستطيل يكون متوازي أضلاع.

33) المعين يكون مستطيلًا وليس مربعًا.

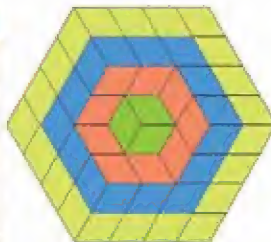
34) المعين يكون مربعًا.

35) صح أم خطأ؟ لا يمكن أن يكون الشكل الرباعي مربعًا ما لم يكن مستطيلًا.



الربيع مع الحياة
ارتفاع حامل أحواض الزهور
36 1/2 in وطول ضلع
قاعدته 15 3/4 in.

المدامي	عدد المعينات
1	3
2	12
3	27
4	48
5	
6	
x	



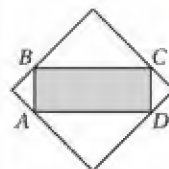
36) تحد، يتكون النمط إلى اليمين من سلسلة من المعينات تتوالى لتكون أشكالًا سداسية متزايدة في المساحة. انقل الجدول وأكمّله.

مسائل مهارات التفكير العليا

- (37) **تحذير** اكتب عكس النظرية 5.17. ثم اكتب برهانًا حرًا له.
- (38) **مسألة مفتوحة** أوجد إحداثيات رؤوس مربع يقع قطراه على المستقيمين $y = x$ و $y = -x + 6$ برر إجابتك.
- (39) **أثبت** ارجع إلى المعلومات في الصفحة 40. ووضح الفرق بين المربع والمعين، ثم صف كيف تسير عجالات معيَّنة الشكل ليست مربعة. على أرض متكررة الانحناء.

تدريب على اختيار معياري

(40) تقع النقاط A, B, C, D على مربع إذا كانت مساحة المربع 36 وحدة مربعة. فما محيط المستطيل $ABCD$ ؟



- A 24 وحدة
B $12\sqrt{2}$ وحدة
C 12 وحدة
D $6\sqrt{2}$ وحدة

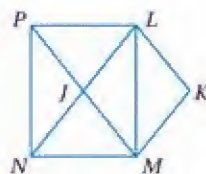
(41) **مراجعة** إذا لم يكن للمعادلة أدناه حلول حقيقية، فأي الأعداد التالية لا يمكن أن يكون قيمة a ؟

$$ax^2 - 6x + 2 = 0$$

- A 4
B 5
C 6
D 7

مراجعة تراكمية

جبر، استعمل المستطيل $LMNP$ ، ومتوازي الأضلاع $LKMJ$ ، والمعلومات المعطاة لحل كل سؤال من الأسئلة 42-44. (الفرض 4-5)



- (42) إذا كان $LN = 10$ ، $LJ = 2x + 1$ ، $PJ = 3x - 1$ فأوجد قيمة x .
- (43) إذا كان $m\angle PLK = 110$ فأوجد $m\angle LKM$.
- (44) إذا كان $m\angle MJN = 35$ فأوجد $m\angle MPN$.

هندسة إحصائية، حدد إذا كانت النقاط في كل من السؤالين 45، 46 هي رؤوس متوازي أضلاع أم لا. استعمل الطريقة المشار إليها. (الفرض 3-5)

- (45) قانون المسافة $P(0, 2)$ ، $Q(6, 4)$ ، $R(4, 0)$ ، $S(-2, -2)$
- (46) قانون الميل $K(-3, -7)$ ، $L(3, 2)$ ، $M(1, 7)$ ، $N(-3, 1)$
- (47) **هندسة** المسافة بين مكة المكرمة والمدينة المنورة 358 km. والمسافة بين مكة المكرمة ومدينة حائل 790 km. استعمل نظرية متباينة المثلث لإيجاد المسافة الممكنة بين مدينتي حائل والمدينة المنورة.

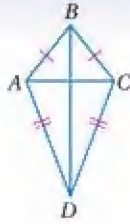
استعد لتدريس الآخر

مهارة سابقة وضرورية، حل كل معادلة مما يلي:

$$\frac{1}{2}(4x + 6 + 2x + 13) = 15.5 \quad (50) \quad \frac{1}{2}(7x + 3x + 1) = 12.5 \quad (49) \quad \frac{1}{2}(8x - 6x - 7) = 5 \quad (48)$$

شكل الطائرة الورقية

Kite



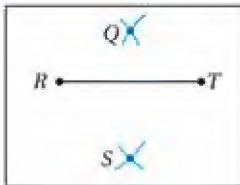
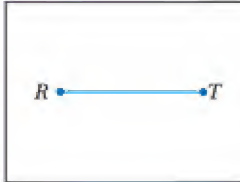
شكل الطائرة الورقية هو شكل رباعي فيه زوجان متمايزان من الأضلاع المتجاورة والمتطابقة. ففي شكل الطائرة الورقية إلى اليسار، القطر \overline{BD} يقسم الشكل إلى مثلثين متطابقين (SSS)، القطر \overline{AC} يقسم الشكل إلى مثلثين متطابقين الضلعين ولكنهما غير متطابقين.

ارسم شكل الطائرة الورقية $QRST$.

نشاط

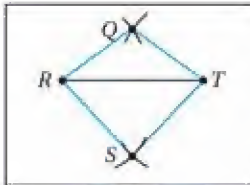
ارسم \overline{RT} .

الخطوة الأولى



افتح الفرجار فتحة أكبر من $\frac{1}{2}RT$. وثبته عند النقطة R وارسم قوساً أعلى \overline{RT} . وبالفتح نفسها انقل الفرجار وثبته عند النقطة T وارسم قوساً يقطع القوس الأول. سم نقطة التقاطع Q . كبر فتحة الفرجار وثبته عند النقطة R وارسم قوساً أسفل \overline{RT} . وبالفتح نفسها انقل الفرجار وثبته عند T وارسم قوساً يقطع القوس السابق. سم نقطة التقاطع S .

الخطوة الثانية

ارسم $QRST$.

الخطوة الثالثة

نموذج

- 1 ارسم \overline{QS} في شكل الطائرة الورقية $QRST$. استعمل المنقلة لقياس الزوايا الناتجة عن تقاطع \overline{RT} و \overline{QS} .
- 2 أوجد قياسات الزوايا الداخلية لشكل الطائرة الورقية $QRST$. هل توجد زوايا متطابقة؟
- 3 سم نقطة تقاطع \overline{RT} و \overline{QS} بالنقطة N . أوجد طول كل من \overline{QN} , \overline{NS} , \overline{TN} , \overline{NR} . ما العلاقة بين هذه القطع؟
- 4 كم زوجاً من المثلثات المتطابقة يمكنك أن تجد في شكل الطائرة الورقية $QRST$ ؟
- 5 ارسم شكل طائرة ورقية آخر وسمه $JKLM$. وكرر الأسئلة 1-4.
- 6 كوّن استنتاجاً حول زوايا وأضلاع وقطرها شكل الطائرة الورقية.
- 7 حدد إذا كانت الخطوط المستقيمة التي معادلاتها $y = 4x - 3$, $y = 7x - 60$, $x - 4y = -3$ ، $x - 7y = -60$ تحدد أضلاع شكل طائرة ورقية أم لا. برر إجابتك.

شبه المنحرف Trapezoid

5-6



الأسئلة

تعد الأهرامات في جمهورية مصر العربية من أبرز المعالم السياحية التي يعود تاريخها إلى وقت مبكر من عهد الفراعنة. وبعض أوجه تلك الأهرامات تظهر فيها عدة أشكال هندسية، منها ما يسمى شبه منحرف.

الأفكار الرئيسية

- التعرف على خاصائص شبه المنحرف وأطبقتها.
- حل مسائل تتضمن القطعة المتوسطة لشبه المنحرف.

المفردات

شبه منحرف

Trapezoid

شبه منحرف متطابق الساقين
Isosceles Trapezoid

القطعة المتوسطة

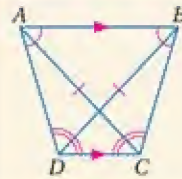
Median

خصائص شبه المنحرف: شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ققط ضلعان متوازيان. يسمى كل منهما قاعدة. وكل قاعدة تشكل مع ساقَي شبه المنحرف زاويتين هما زاويتا القاعدة. ويسمى الضلعان غير المتوازيين ساقَي شبه المنحرف. وإذا كان الساقان متطابقين فإنه يسمى شبه منحرف متطابق الساقين.



شبه المنحرف متطابق الساقين

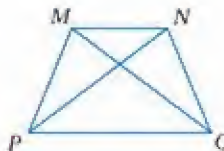
المنظريات



مثال:
 $\angle DAB \cong \angle CBA$
 $\angle ADC \cong \angle BCD$
 $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

5.18 زاويتا كل قاعدة لشبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان.

5.19 قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقان.



برهان النظرية 5.19

مثال

اكتب برهاناً تسلسلياً للنظرية 5.19

المعطيات: $MNOP$ شبه منحرف متطابق الساقين.

المطلوب: إثبات أن $\overline{MO} \cong \overline{NP}$

البرهان:



(1) برهان، اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 5.18.

مسألة من واقع الحياة

تحديد شبه المنحرف متطابق الساقين



2 فن، الباب المفتوح في لوحة هذا الرسام هو في الواقع مستطيل، إلا أنه للتعبير عنه كشكل ثلاثي البعد، فإنه يرسم على المستوى على شكل شبه منحرف. استعمل المسطرة والمثقلة لتحديد إذا كانت صورة الباب في اللوحة شبه منحرف متطابق الساقين أم لا.

صورة الباب في اللوحة شبه منحرف متطابق الساقين؛ فقاعدته متوازيتان ومختلفتان في الطول. أما ساقيه فهما غير متوازيين وهما متساويان في الطول.

(2) استعمل الفرجار والمسطرة لرسم مثلث متطابق الأضلاع. وارسم قطعة مستقيمة طرفاه منتصفا ضلعين من أضلاع المثلث. استعمل المثقلة والمسطرة لتحديد إذا كانت هذه القطعة المستقيمة تقسم المثلث إلى مثلث متطابق الأضلاع وشبه منحرف متطابق الساقين أم لا.

مسألة

تحديد شبه المنحرف

3 هندسة إحداثية، إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $JKLM$ هي $J(-18, -1)$, $K(-6, 8)$, $L(18, 1)$, $M(-18, -26)$

(a) تحقق من أن الشكل $JKLM$ شبه منحرف.

يكون الشكل الرباعي شبه منحرف إذا كان فيه فقط ضلعان متقابلان متوازيان. استعمل قانون الميل.

$$\overline{JK} \text{ ميل} = \frac{8 - (-1)}{-6 - (-18)} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \quad \overline{ML} \text{ ميل} = \frac{1 - (-26)}{18 - (-18)} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

$$\overline{JM} \text{ ميل} = \frac{-26 - (-1)}{-18 - (-18)} = \frac{-25}{0} \text{ (غير معرف)} \quad \overline{KL} \text{ ميل} = \frac{1 - 8}{18 - (-6)} = \frac{-7}{24}$$

بما أن $\overline{JK} = \overline{ML}$ ميل، فإن $\overline{JK} \parallel \overline{ML}$ ، والشكل $JKLM$ شبه منحرف.

(b) حدد إذا كان الشكل $JKLM$ شبه منحرف متطابق الساقين أم لا. وضع إجابتك.

استعمل قانون المسافة لبيان أن الساقين متطابقتان.

$$JM = \sqrt{[-18 - (-18)]^2 + [-1 - (-26)]^2} \quad KL = \sqrt{(-6 - 18)^2 + (8 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{0 + 625} = \sqrt{625} = 25 \quad = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25$$

بما أن الساقين متطابقتان، فإن الشكل $JKLM$ شبه منحرف متطابق الساقين.

3 إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $QRST$ هي: $Q(-8, -4)$, $R(0, 8)$, $S(6, 8)$, $T(-6, -10)$.
تحقق من أن الشكل $QRST$ شبه منحرف، ثم حدد إن كان شبه المنحرف متطابق الساقين.



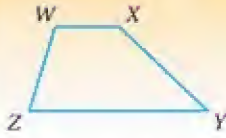
القطعة المتوسطة لشبه المنحرف: تسمى القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ساقَي شبه المنحرف **القطعة المتوسطة**. وهي توازي كلا من القاعدتين وعلى بعدين متساويين من القاعدتين. ويمكن رسم القطعة المتوسطة لشبه المنحرف باستعمال المسطرة والفرجار.

معمل الهندسة

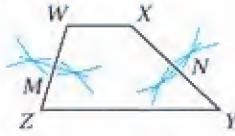
القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

نموذج

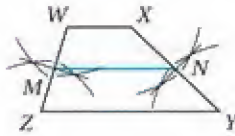
الخطوة الأولى: ارسم شبه المنحرف $WXYZ$ الذي ساقاه \overline{XY} , \overline{WZ} .



الخطوة الثانية: ارسم العمودين المنصفين لكل من WZ , XY وسم نقطتي المنتصف M و N .



الخطوة الثالثة: ارسم \overline{MN} .



حل

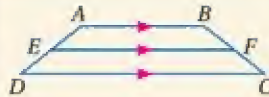
- أوجد طول كل من \overline{WX} , \overline{ZY} , \overline{MN} لأقرب ملليمتر.
- اكتب تخميناً مبنياً على ملاحظاتك.
- ارسم شبه منحرف آخر متطابق الساقين، وكرر الخطوات السابقة. هل تخمينك صحيح؟ وضح إجابتك.

نتائج معمل الهندسة تفرد إلى النظرية 5.20 التالية:

النظرية 5.20

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلا من القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طولييهما.

$$\text{مثال: } EF = \frac{1}{2} (AB + DC)$$



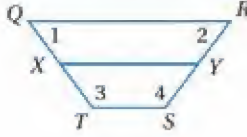
سوف نبرهن النظرية 5.20 في السؤال 26 من الدرسي 5-7.

شبه المنحرف متطابق الساقين

إذا مددت ساقَي شبه المنحرف متطابق الساقين حتى يلتقيا فإنك ستحصل على مثلث متطابق الضلعين. تذكر أن زاويتي القاعدة للمثلث متطابق الضلعين متطابقتان.

جبر: شبه المنحرف متطابق الساقين $QRST$ في الشكل المجاور يمثل أرضية بركة سباحة، والقطعة المتوسطة XY تمثل الحد الفاصل بين جزأي البركة اللذين عمقاهما 1m و 2m .

(a) أوجد TS إذا كان $QR = 22$ و $XY = 15$.



$$XY = \frac{1}{2}(QR + TS) \quad \text{النظرية 5.20}$$

$$15 = \frac{1}{2}(22 + TS) \quad \text{بالتعويض}$$

$$30 = 22 + TS \quad \text{بضرب الطرفين في 2}$$

$$8 = TS \quad \text{بطرح 22 من الطرفين}$$

(b) أوجد $m\angle 1, m\angle 2, m\angle 3, m\angle 4$ إذا كان $m\angle 1 = 4a - 10$ و $m\angle 3 = 3a + 32.5$.

بما أن $\overline{QR} \parallel \overline{TS}$ ، إذن $\angle 1, \angle 3$ متكاملتان. ولأن شبه المنحرف متطابق الساقين، فإن $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4$.

$$m\angle 1 + m\angle 3 = 180 \quad \text{نظرية الزاويتين الداخليتين المتجاورتين}$$

$$4a - 10 + 3a + 32.5 = 180 \quad \text{بالتعويض}$$

$$7a + 22.5 = 180 \quad \text{بتجميع الحدود المتشابهة}$$

$$7a = 157.5 \quad \text{بطرح 22.5 من الطرفين}$$

$$a = 22.5 \quad \text{بقسمة الطرفين على 7}$$

وحيث إن $a = 22.5$ فإن $m\angle 1 = 80$ و $m\angle 3 = 100$.

ولأن $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4$ ، فإن $m\angle 2 = 80$ و $m\angle 4 = 100$.

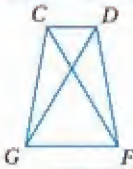
تحقق من فهمك

4A جبر: شبه منحرف متطابق الساقين في $JKLM$ و $\overline{JK} \parallel \overline{LM}$ و القطعة المتوسطة.

أوجد RP إذا كان $JK = 2(x + 3)$ ، $RP = 5 + x$ ، $ML = \frac{1}{2}x - 1$.

4B أوجد قياس كل زاوية من زوايا الشكل $JKLM$ إذا كان $m\angle L = x$ ، $m\angle J = 3x + 12$.

فائدة



1 برهان: $CDFG$ شبه منحرف متطابق الساقين قاعدته \overline{CD} ، \overline{FG} . اكتب برهانًا تلسلياً لإثبات أن $\angle DGF \cong \angle CFG$.

مثال 1
(ص 48)



2 تصميم: تستخدم الأشكال الهندسية بكثرة في تصميم السيارات. ما الأشكال الرباعية في الصورة المجاورة؟

مثال 2
(ص 49)

هندسة إحداثية: إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $QRST$ هي $Q(-3, 2)$ ، $R(-1, 6)$ ، $S(4, 6)$ ، $T(6, 2)$.

مثال 3
(ص 49)

3 تحقق من أن الشكل $QRST$ شبه منحرف.

4 حدد إذا كان الشكل $QRST$ شبه منحرف متطابق الساقين أم لا. وضع إجابتك.

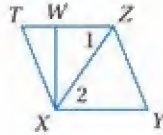
- (5) جبر، $EFGH$ شبه منحرف متطابق الساقين قاعدته \overline{EF} و \overline{GH} وقطعته المتوسطة \overline{YZ} . فإذا كان $EF = 3x + 8$, $GH = 4x - 10$, $YZ = 13$ فأوجد قيمة x .
- (6) جبر، أوجد قياس كل زاوية من زوايا شبه المنحرف $EFGH$ إذا كان $m\angle E = 7x$, $m\angle G = 16x - 4$.

تمارين ومسائل

برهان، اكتب برهانًا تسلسليًا لكل سؤال من الأسئلة 7-10.

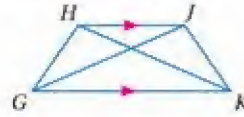
8 المعطيات، $\triangle TZX \cong \triangle YXZ$
 $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$

المطلوب، إثبات أن الشكل $XYZW$ شبه منحرف.



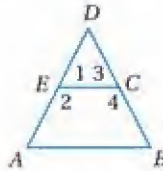
7 المعطيات، $\overline{HJ} \parallel \overline{GK}$
 $\triangle HGK \cong \triangle JKG$, $\overline{HG} \parallel \overline{JK}$

المطلوب، إثبات أن الشكل $GHJK$ شبه منحرف متطابق الساقين.



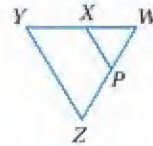
10 المعطيات، النقطان E, C منتصفا \overline{AD} , \overline{DB}
 $\overline{AD} \cong \overline{DB}$, $\angle A \cong \angle 1$ و

المطلوب، إثبات أن الشكل $ABCE$ شبه منحرف متطابق الساقين.



9 المعطيات، الشكل $ZYXP$ شبه منحرف متطابق الساقين.

المطلوب، إثبات أن $\triangle PWX$ متطابق الضلعين.



- (11) رايات، تمنع في الرايات أدناه، ثم استعمل المسطرة والمنقلة لتحديد إذا كانت أي راية منها تحتوي متوازي أضلاع أو مستطيلًا أو معينًا أو مربعًا أو شبه منحرف.



- (12) تصميم داخلي، تعمل ريم ستارة صغيرة لنافذة المطبخ. واستعملت قطعًا من القماش قطعها قطريًا لتشكل ستارة كما في الشكل. حدد نوع المضلعات التي تشكلت في الستارة.

هندسة إحداثية، بيّن أن الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه كما في الأسئلة 13-16، شبه

منحرف، وحدد هل هو شبه منحرف متطابق الساقين أم لا.

(13) $A(-3, 3)$, $B(-4, -1)$, $C(5, -1)$, $D(2, 3)$

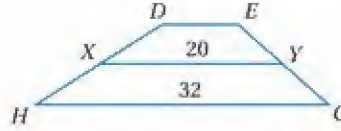
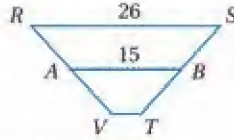
(14) $G(-5, -4)$, $H(5, 4)$, $J(0, 5)$, $K(-5, 1)$

(15) $C(-1, 1)$, $D(-5, -3)$, $E(-4, -10)$, $F(6, 0)$

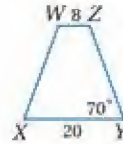
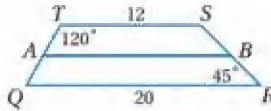
(16) $Q(-12, 1)$, $R(-9, 4)$, $S(-4, 3)$, $T(-11, -4)$

جبر، أوجد المطلوب في كل مما يلي:

- (17) في شبه المنحرف $DEGH$ النقطتان X و Y منتصفا ساقيه. أوجد DE .
(18) في شبه المنحرف $RSTV$ النقطتان A و B منتصفا ساقيه. أوجد VT .



- (19) في شبه المنحرف المتطابق الساقين $XYZW$. (20) في شبه المنحرف $QRST$ النقطتان A و B منتصفا ساقيه. أوجد $m\angle Q$, $m\angle S$.
أوجد طول القطعة المتوسطة $m\angle W$, $m\angle Z$.



- للسؤالين 21 و 22 استعمل شبه المنحرف $QRST$ المجاور.
(21) إذا كانت \overline{GH} القطعة المتوسطة لشبه المنحرف $RSBA$. فأوجد GH .
(22) إذا كانت \overline{JK} القطعة المتوسطة لشبه المنحرف $ABTQ$. فأوجد JK .

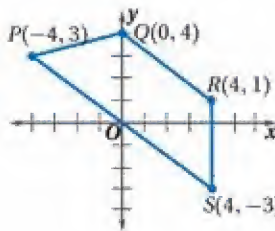
إنشاءات هندسية، استعمل الفرجار والمسطرة لرسم كل شكل مما يلي:

- (23) شبه منحرف متطابق الساقين.

- (24) شبه منحرف طول قطعه المتوسطة 2 cm.

هندسة إحداثية، حدد إذا كان كل من الشكلين اللذين إحداثيات رؤوسهما كما في السؤالين 25 و 26 شبه منحرف، أو متوازي أضلاع، أو مربعًا، أو معينًا.

- (25) $B(1, 2)$, $C(4, 4)$, $D(5, 1)$, $E(2, -1)$ (26) $G(-2, 2)$, $H(4, 2)$, $J(6, -1)$, $K(-4, -1)$



هندسة إحداثية، للأسئلة 27-29 ارجع إلى الشكل الرباعي $PQRS$ المجاور.

- (27) حدد ما إذا كان الشكل شبه منحرف أم لا. وإن كان كذلك فهل هو متطابق الساقين؟ وضح إجابتك.

- (28) هل القطعة المتوسطة محتواة في المستقيم الذي معادلته $y = -\frac{3}{4}x + 1$ ؟ برر إجابتك.

- (29) أوجد طول القطعة المتوسطة

- (30) مسألة مفتوحة، ارسم شبه منحرف متطابق الساقين، وشبه منحرف غير متطابق الساقين. وارسم القطعة المتوسطة لكل منهما. هل القطعة المتوسطة توازي القاعدتين في الحالتين؟ برر إجابتك.

- (31) تحد، اكتب عكس النظرية 5.19، ثم اكتب برهانًا حرًا له.

- (32) ما الشكل الذي لا ينتمي للمجموعة التي تحتوي الأشكال الثلاثة الأخرى؟



مسائل مهارات التفكير العليا

اختبار 33 اذكر خصائص شبه المنحرف، والحد الأدنى من الشروط ليكون الشكل الرباعي شبه منحرف.

تدريب على اختبار معياري

34 أي شكل يمكن أن يكون مثلاً مضاداً للاستنتاج التالي؟

إذا كان قطرا شكل رباعي متطابقين فإن الشكل مستطيل.

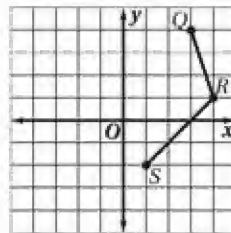
A المربع

B المعين

C متوازي الأضلاع

D شبه المنحرف متطابق الساقين

35 مراجعة، بين الشكل التالي جزءاً من شبه المنحرف $QRST$ المتطابق السابقين.



ما إحداثيات النقطة T اني تجعل $\overline{TQ} \parallel \overline{SR}$ وليكتمل شبه المنحرف $QRST$ ؟

A (0, 1) C (-2, -1)

B (-1, 0) D (-2, 0)

مراجعة تراكمية

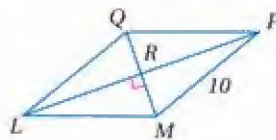
جبر، في المعين $LMPQ$ ، $MP = 10$ ، $m\angle QPM = 8x$ ، $m\angle QLM = 2x^2 - 10$ أوجد كل ما يلي: (التدريس 5-5)

QL (37)

$m\angle LPQ$ (36)

$m\angle LQM$ (39)

$m\angle LQP$ (38)



هندسة إحداثية، للأستلة 40-42 ارجع للشكل الرباعي $RSTV$ الذي إحداثيات رؤوسه هي

$R(-7, -3)$ ، $S(0, 4)$ ، $T(3, 1)$ ، $V(-4, -7)$ (التدريس 5-4)

40 أوجد RS و TV .

41 أوجد إحداثيات منتصف \overline{RT} و \overline{SV} .

42 هل الشكل $RSTV$ مستطيل؟ برر إجابتك.

43 حجاج: بين الجدول إلى اليسار عدد الحجاج إلى بيت الله الحرام في عامين.

ما معدل الزيادة السنوية في عددهم؟ (التدريس 2-3)

السنة	1422هـ	1424هـ
عدد الحجاج	1944760	2120054

استعد للتدوير الأخير

مهارة سابقة وضرورية، أوجد ميل كل قطعة مستقيمة فيما يلي إذا كانت إحداثيات طرفيها كما هو مبين: (التدريس 2-3)

(46) (c, c) ، (c, d)

(45) $(-a, b)$ ، (a, b)

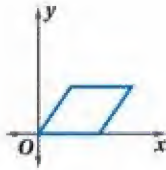
(44) $(0, a)$ ، $(-a, 2a)$

البرهان الإحداثي والأشكال الرباعية

Coordinate Proof with Quadrilaterals

5-7

الاستعداد



تعلمت في دراستك للفصل الدراسي الأول كيف تعين رؤوس مثلث بإحداثيات تحوي متغيرات. وقد استعملت قانون المسافة وقانون نقطة المنتصف والبرهان الإحداثي لإثبات النظريات المتعلقة بالمثلثات. والشيء نفسه يمكن عمله مع الأشكال الرباعية.

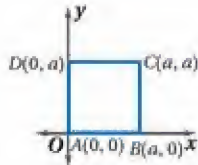
الأفكار الرئيسية

- أرسم وأسمي الأشكال الرباعية في المستوى الإحداثي لاستعماليها في البرهان الإحداثي.
- أثبت النظريات باستعمال البرهان الإحداثي.

رسم الأشكال: الخطوة الأولى لاستعمال البرهان الإحداثي هي رسم الشكل في المستوى الإحداثي. واختيار الرسم المناسب للشكل يجعل البرهان سهلاً.

رسم مربع

مثال



1 أرسم وسمّ مربعاً طول ضلعه a وحدة في المستوى الإحداثي.

- لتكن A, B, C, D رؤوس مربع طول ضلعه a وحدة.
- أرسم المربع بحيث يكون الرأس A عند نقطة الأصل، والضلع \overline{AB} منطبقاً على الجزء الموجب لمحور السينات، والضلع \overline{AD} منطبقاً على الجزء الموجب لمحور الصادات ثم عين الرأس C .
- الإحداثي الصادي للرأس B يساوي صفراً؛ لأنه يقع على محور السينات، وبما أن طول الضلع يساوي a ، فإن الإحداثي السيني للرأس B يساوي a .
- الرأس D يقع على محور الصادات لذلك فإن الإحداثي السيني له يساوي صفراً والإحداثي الصادي له يساوي $a + 0 = a$.
- الإحداثي السيني للرأس C يساوي a أيضاً وكذلك الإحداثي الصادي له يساوي $a + 0 = a$ ؛ لأن طول الضلع \overline{BC} يساوي a وحدة.

إرشادات

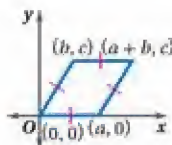
مراجعة

لمراجعة رسم الأشكال في المستوى الإحداثي انظر الدوس 3-7.

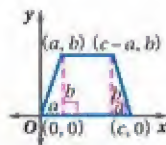
تحقق من فهمك

1 أرسم وسمّ مستطيلاً في المستوى الإحداثي وليكن طوله $2a$ وحدة وعرضه a وحدة.

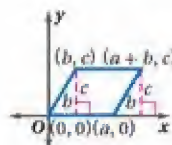
فيما يلي بعض الأمثلة لأشكال رباعية مرسومة في المستوى الإحداثي. لاحظ كيف رسمت هذه الأشكال بحيث تكون إحداثيات رؤوسها أبسط ما يمكن.



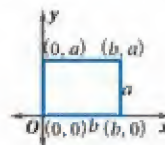
معيّن



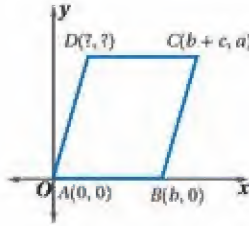
شبه منحرف متطابق الساقين



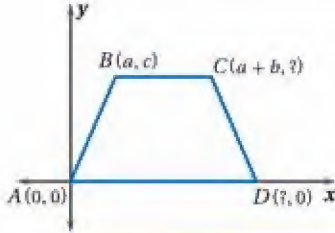
متوازي أضلاع



مستطيل



2 في الشكل المجاور أوجد الإحداثيات المجهولة لمتوازي الأضلاع. الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة ومتوازية. لذلك فالإحداثي الصادي للرأس D يساوي a . طول \overline{AB} يساوي b ، وطول \overline{DC} يساوي b . لذلك، فالإحداثي السيني للرأس D يساوي $(b+c) - b = c$. إذن إحداثيات الرأس D هي (c, a) .



2 في الشكل المجاور أوجد الإحداثيات المجهولة لشبه المنحرف المتطابق الساقين.

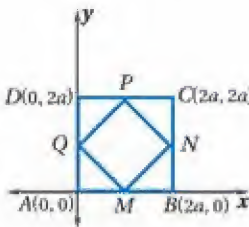
تحقق من فهمك

برهان التخريعات: عندما يرسم الشكل في المستوى الإحداثي يمكننا برهان النظريات باستعمال قانون الميل، وقانون نقطة المنتصف، وقانون المسافة.

برهان إحداثي

مثال

3 ارسم مربعاً في المستوى الإحداثي. عين نقاط منتصفات الأضلاع وستسمى M, N, P, Q . اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن $MNPQ$ مربع.



الخطوة الأولى هي رسم مربع في المستوى الإحداثي. وتحديد رؤوسه لجعل الحسابات أبسط ما يمكن. المعطيات: $ABCD$ مربع. والنقاط M, N, P, Q هي منتصفات أضلاعه.

المطلوب: إثبات أن $MNPQ$ مربع.

البرهان الإحداثي:

من قانون نقطة المنتصف تكون إحداثيات النقط M, N, P, Q كما يلي:

$$M\left(\frac{2a+0}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = (a, 0)$$

$$N\left(\frac{2a+2a}{2}, \frac{2a+0}{2}\right) = (2a, a)$$

$$P\left(\frac{0+2a}{2}, \frac{2a+2a}{2}\right) = (a, 2a)$$

$$Q\left(\frac{0+0}{2}, \frac{0+2a}{2}\right) = (0, a)$$

أوجد ميل كل من $\overline{QP}, \overline{MN}, \overline{QM}, \overline{PN}$.

$$\overline{QP} \text{ ميل} = \frac{2a-a}{a-0} = 1$$

$$\overline{QM} \text{ ميل} = \frac{0-a}{a-0} = -1$$

$$\overline{MN} \text{ ميل} = \frac{a-0}{2a-a} = 1$$

$$\overline{PN} \text{ ميل} = \frac{a-2a}{2a-a} = -1$$

لاحظ أن كل ضلعين متقابلين لهما الميل نفسه، لذلك فهما متوازيان. وكل ضلعين متتابعين متعامدان لأن حاصل ضرب ميليهما يساوي -1

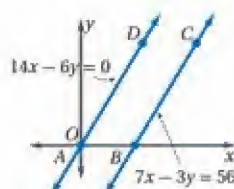
استعمل قانون المسافة لإيجاد طول كل من \overline{QP} و \overline{QM} .

$$\begin{aligned} QP &= \sqrt{(0-a)^2 + (a-2a)^2} & QM &= \sqrt{(0-a)^2 + (a-0)^2} \\ &= \sqrt{a^2 + a^2} & &= \sqrt{a^2 + a^2} \\ &= \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} & &= \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} \end{aligned}$$

إذن، فالشكل $MNPQ$ مربع؛ لأن كل ضلعين متقابلين متوازيان، وكل ضلعين متتابعين متطابقان ومتعامدان.

تحقق من فهمك

(3) اكتب برهاناً إحدائياً للجملة: "إذا كان ضلعان متقابلان في شكل رباعي متوازيين ومتطابقين فإن الشكل متوازي أضلاع".



خصائص الأشكال الرباعية

مسألة من واقع الحياة

(4) مواقف السيارات اكتب برهاناً إحدائياً لإثبات أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ حيث يمثلان حدي موقف سيارة.

المعطيات، $14x - 6y = 0$; $7x - 3y = 56$

المطلوب، إثبات أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

البرهان: أعد كتابة المعادلتين بصيغة الميل - المقطع.

$$14x - 6y = 0$$

$$\frac{-6y}{-6} = \frac{-14x}{-6}$$

$$y = \frac{7}{3}x$$

$$7x - 3y = 56$$

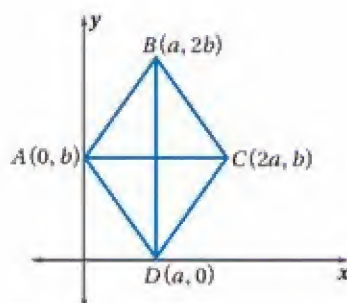
$$\frac{-3y}{-3} = \frac{-7x + 56}{-3}$$

$$y = \frac{7}{3}x - \frac{56}{3}$$

بما أن \overline{AD} و \overline{BC} لهما الميل نفسه فإنهما متوازيان.

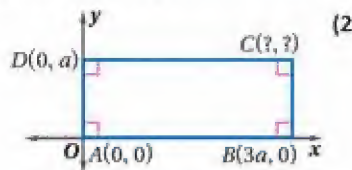
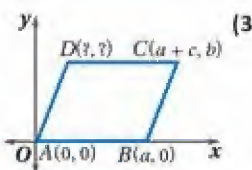
تحقق من فهمك

(4) اكتب برهاناً إحدائياً لإثبات أن القطيعين المتقاطعين لنافذة على شكل معين متعامدان.



- (1) ارسم وسم مستطيلاً طوله a وحدة وعرضه $a + b$ وحدة في المستوى الإحداثي. أوجد الإحداثيات المجهولة لكل شكل رباعي في ما يلي:

مثال 1
(ص 55)



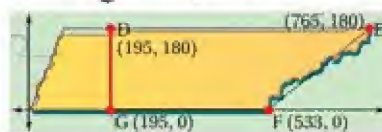
مثال 2
(ص 56)

اكتب برهاناً إحداثياً لكل جملة مما يلي:

- (4) قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.
(5) قطرا المربع متعامدان.
(6) **قطعة أرض**: في الشكل أدناه قطعة أرض يمكن تجزئتها إلى جزأين يشبهان الأشكال الرباعية. اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن $DEFG$ شبه منحرف. (جميع القياسات مقربة ومعطاة بالأمتار).

مثال 3
(ص 56)

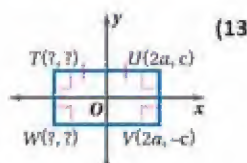
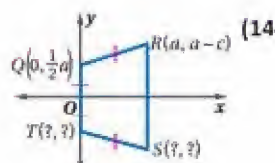
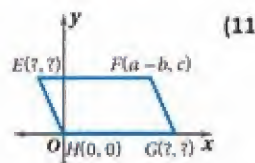
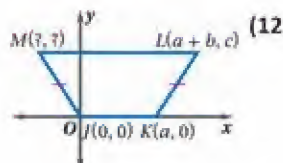
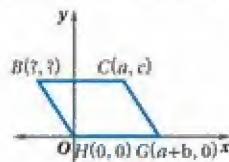
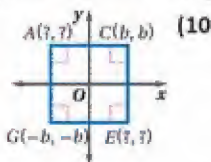
مثال 4
(ص 57)



تمارين ومسائل

- ارسم وسم كلاً من الشكلين الرباعيين التاليين في المستوى الإحداثي.
(7) شبه منحرف متطابق الساقين ارتفاعه c وحدة وطول قاعدتيه هما: a وحدة، $a + 2b$ وحدة.
(8) متوازي أضلاع طول أحد أضلاعه c وحدة وارتفاعه b وحدة.
أوجد الإحداثيات المجهولة لكل من متوازي الأضلاع أو شبه المنحرف فيما يلي.

الترتيب	الإرشادات
1	الأسئلة 7, 8
2	9-14
3	15-20
4	21-23





الربط مع الحياة

يزداد برج بيزا المائل غوصاً في الأرض. وفي عام 1838 حفر حول أساساته للكشف على قواعد الأعمدة.

ارسم وسم كل شكل في المستوى الإحداثي، ثم اكتب برهاناً إحدائياً لكل مما يلي:

- (15) قطراً المستطيل متطابقان.
- (16) إذا تطابق قطراً متوازي أضلاع فإنه مستطيل.
- (17) قطراً شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقان.
- (18) القطعة المتوسطة لشبه المنحرف متطابق الساقين توازي كلا من القاعدتين.
- (19) القطع المستقيمة الواصلة بين منتصفات أضلاع مستطيل تشكل مربعاً.
- (20) القطع المستقيمة الواصلة بين منتصفات أضلاع شكل رباعي تشكل متوازي أضلاع.

عمارة: للأسئلة 21-23، استعمل المعلومات التالية:

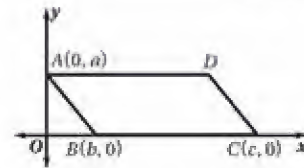
يبلغ طول برج بيزا المائل حوالي 60m. ويميل البرج حوالي 5.5° ، لذلك فالمسقط الرأسى للركن الأيمن العلوي يبعد عن الركن الأيمن السفلي مسافة 4.5 m.

- (21) ارسم وسم البرج في المستوى الإحداثي.
- (22) هل من الممكن أن تكتب برهاناً إحدائياً لإثبات أن الأضلاع التي تمثل البرج متوازية؟ وضح إجابتك.
- (23) من المعلومات المعطاة، ماذا يمكنك أن تستنتج؟
- (24) **تبرير:** اشرح كيف ترسم شكلاً رباعياً في المستوى الإحداثي لتبسيط خطوات البرهان.
- (25) **مسألة مفتوحة:** ارسم وسم شبه منحرف بحيث يقع اثنان من رؤوسه على محور الصادات.
- (26) **تحذير:** ارسم وسم شبه منحرف غير متطابق الساقين في المستوى الإحداثي، ثم اكتب برهاناً إحدائياً لإثبات النظرية 5.20.
- (27) **أمثلة:** وضح كيف يمكن أن يستعمل المستوى الإحداثي، في البراهين. ضمن إجابتك إرشادات لرسم شكل في المستوى الإحداثي.

مسائل مهارات التفكير العليا

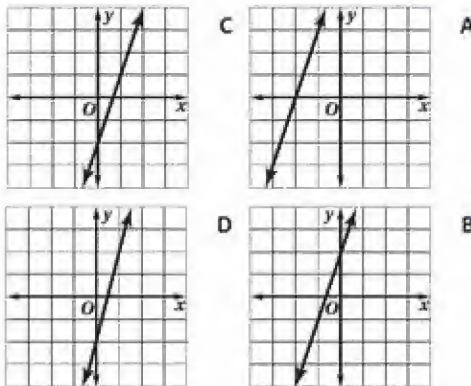
تدريب على اختيار معياري

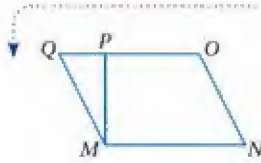
(28) في الشكل أدناه، $ABCD$ متوازي أضلاع. ما إحدائيات النقطة D ؟



- A $(a, c + b)$
- B $(c + b, a)$
- C $(b - c, a)$
- D $(c - b, a)$

(29) **مراجعة:** أي التمثيلات البيانية الآتية تمثل المعادلة $-3x + y = -2$ ؟

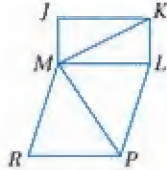




30) برهان، اكتب برهاناً ذا عمودين. (الدرس 5-6)

المعطيات، $MNOP$ شبه منحرف قاعدته \overline{MN} ، \overline{OP} ، $\overline{MN} \cong \overline{QO}$.
المطلوب، إثبات أن الشكل $MNOQ$ متوازي أضلاع.

إذا كان الشكل $JKLM$ مستطيلاً، والشكل $MLPR$ معيناً، وكان $m\angle JMK = 55$ ، $m\angle MRP = 70$ ، فأوجد ما يلي: (الدرس 5-5)



31) $m\angle MPR$

32) $m\angle KML$

33) $m\angle KLP$

34) هندسة إحداثية: إذا كانت إحداثيات رؤوس $\triangle STU$ هي $S(0, 5)$ ، $T(0, 0)$ ، $U(-2, 0)$ وإحداثيات رؤوس $\triangle XYZ$ هي $X(4, 8)$ ، $Y(4, 3)$ ، $Z(6, 3)$ ، فبين أن $\triangle STU \cong \triangle XYZ$. (الدرس 3-4)

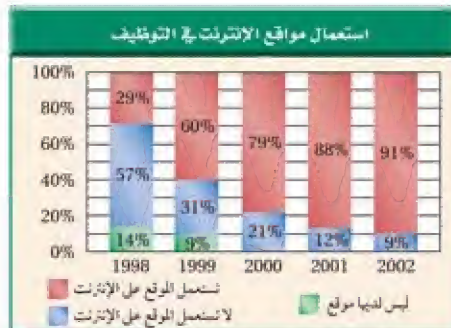


عمارة: للسؤالين 35، 36، استعمل المعلومة التالية:

يبين الشكل إلى اليسار البنية الأساسية لبناية لتوفير الطاقة طورها أحد العلماء عام 1940. (الدرس 3-1)

35) كم مثلثاً متطابق الأضلاع في الشكل؟

36) كم مثلثاً منفرج الزاوية في الشكل؟



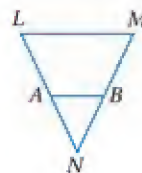
أعمال: للأسئلة 37-39، ارجع إلى التمثيل بالأعمدة إلى اليسار. (الدرس 2-3)

37) كم كان معدل التغير للشركات التي لا تستعمل موقعها لتوظيف عاملين جدد بين العامين 1998 و 2002؟

38) كم كان معدل التغير للشركات التي تستعمل موقعها لتوظيف عاملين جدد بين العامين 1998 و 2002؟

39) تتباً بالسنة التي تستعمل فيها جميع الشركات مواقع لها على الإنترنت لتوظيف العاملين، برز إجابتك.

40) برهان، اكتب برهاناً ذا عمودين. (الدرس 1-7)



المعطيات، $NL = NM$

$AL = BM$

المطلوب، إثبات أن $NA = NB$

المطلوبات

نظم أفكار

تأكد أنك دوت المفاهيم الأساسية في مخطوبتك.

مفاهيم أساسية

زوايا المضلعات (الدرس 1-5)

• مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع يعطى بالعلاقة $S = 180(n - 2)$.
حيث n يمثل عدد الأضلاع

• مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدب 360.

خصائص متوازي الأضلاع (الدرس 2-5)

- الأضلاع المتقابلة متطابقة ومتوازية.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتجاورة متكاملة.
- إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زوايا الأربعة الأخرى قائمة.
- القطران ينصف كل منهما الآخر.

تمييز متوازي الأضلاع (الدرس 3-5)

- إذا توافرت في شكل رباعي خصائص متوازي الأضلاع فإنه متوازي أضلاع.

خصائص المستطيل والمعين والمربع وشبه المنحرف (الدرس 4-5 إلى 6-5)

- للمستطيل جميع خصائص متوازي الأضلاع، والقطران متطابقان وينصف كل منهما الآخر، وجميع زواياه قائمة.
- للمعين جميع خصائص متوازي الأضلاع، وجميع أضلاعه متطابقة، وقطراه متعامدان، وينصفان زواياه.
- للمربع جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين.
- في شبه المنحرف متطابق الساقين، زاويتا كل قاعدة متطابقتان وقطراه متطابقان.

المفردات الأساسية

- القطر (ص 10)
- متوازي الأضلاع (ص 17)
- المستطيل (ص 32)
- المعين (ص 40)
- المربع (ص 40)
- شكل الطائفة الورقية (ص 47)
- شبه المنحرف المتطابق الساقين (ص 48)
- شبه المنحرف (ص 48)
- القطعة المتوسطة (ص 50)

اختبر مبرراتك

بين إذا كانت كل جملة ممايلي صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فاستبدل الكلمة التي تحتها خط لتصبح الجملة صحيحة.

- (1) قطرا المعين متعامدان.
- (2) لشبه المنحرف جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين.
- (3) إذا كان متوازي الأضلاع معيناً فإن قطريه متطابقان.
- (4) كل متوازي أضلاع شكل رباعي.
- (5) المعين هو شكل رباعي فيه فقط ضلعان متقابلان متوازيان.
- (6) كل قطر من قطري المستطيل ينصف زاويتين متقابلتين من زواياه.
- (7) إذا كان الشكل الرباعي معيناً ومستطيلاً فإنه مربع.
- (8) زاويتا إحدى قاعدتي شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقتان.
- (9) جميع المربعات مستطيلات.
- (10) إذا وجد في الشكل الرباعي ضلعان متوازيان ومتطابقان فإنه يكون معيناً.

مراجعة الدروس

زوايا المضلعات (الصفحات: 10-15)

5-1

مثال 1، أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية، وقياس كل زاوية داخلية لمضلع منتظم عدد أضلاعه 10.

$$S = 180(n - 2)$$

$$n = 10 \quad = 180(10 - 2)$$

$$\text{بالتبسيط} \quad = 180(8) = 1440$$

إذن مجموع قياسات الزوايا الداخلية 1440. وقياس كل زاوية داخلية يساوي $1440 \div 10 = 144$.

11) أثاث، الطاولة الظاهرة في الصورة أدناه عُملت على شكل مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية 135. أوجد عدد أضلاعه.



متوازي الأضلاع (الصفحات: 17-22)

5-2

مثال 2، متوازي WXYZ، أوجد أضلاع. $m\angle XWZ$ و $m\angle YZW$

$$m\angle YZW = m\angle WXY$$

$$= 82 + 33 = 115$$

$$m\angle XWZ + m\angle WXY = 180$$

$$m\angle XWZ + (82 + 33) = 180$$

$$m\angle XWZ + 115 = 180$$

$$m\angle XWZ = 65$$



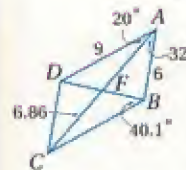
استعمل $\square ABCD$ لإيجاد كلًا مما يلي:

$m\angle BCD$ (12)

AF (13)

$m\angle BDC$ (14)

BC (15)

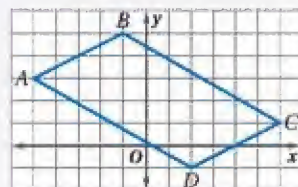


16) هن، إحدى الطرائق لرسم مكعب هي أن ترسم ثلاثة أشكال من متوازي الأضلاع. اذكر أي خصائص لمتوازي الأضلاع يجب أن يستعملها الفنان لرسم المكعب.

تمييز متوازي الأضلاع (الصفحات: 25-31)

5-3

مثال 3، حدد إذا كان الشكل أدناه متوازي أضلاع أم لا. استعمل قانوني المسافة والميل.



حدد إذا كان الشكل المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يلي متوازي أضلاع أم لا. استعمل الطريقة المشار إليها.

17) $A(-2, 5)$, $B(4, 4)$, $C(6, -3)$, $D(-1, -2)$
 قانون المسافة

18) $H(0, 4)$, $J(-4, 6)$, $K(5, 6)$, $L(9, 4)$
 قانون نقطة المنتصف.

19) $S(-2, -1)$, $T(2, 5)$, $V(-10, 13)$, $W(-14, 7)$
 قانون الميل.

$$AB = \sqrt{[-5 - (-1)]^2 + (3 - 5)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$CD = \sqrt{(6 - 2)^2 + [1 - (-1)]^2}$$

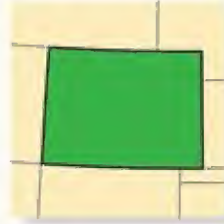
$$= \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{AB} \text{ ميل} = \frac{5 - 3}{-1 - (-5)} = \frac{1}{2}$$

$$\overline{CD} \text{ ميل} = \frac{-1 - 1}{2 - 6} = \frac{1}{2}$$

وبما أن الضلعين المتقابلين متطابقان ومتوازيان فإن
الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.

20 جغرافيا، الشكل أدناه يمثل تقريباً حدود منطقة ما.
صف كيف يمكنك التأكد من أن هذا الشكل متوازي
أضلاع.



المستطيل (الصفحات 38-32)

5-4

مثال 4، ارجع إلى المستطيل $ABCD$. إذا كان
 $DF = x + 13$ و $CF = 4x + 1$ فأوجد قيمة x .

الفقران ينصف كل منهما الآخر
وهما متطابقان.

$$\overline{CF} \cong \overline{DF}$$

تعريف القطع المتطابقة

$$CF = DF$$

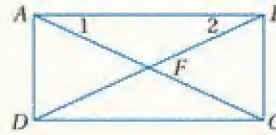
$$\text{بالتعويض} \quad 4x + 1 = x + 13$$

$$\text{بطرح } x \text{ من الطرفين} \quad 3x + 1 = 13$$

$$\text{بطرح 1 من الطرفين} \quad 3x = 12$$

$$\text{بقسمة الطرفين على 3} \quad x = 4$$

21 إذا كان $m\angle 1 = 12x + 4$ ، $m\angle 2 = 16x - 12$ في المستطيل $ABCD$ ، فأوجد $m\angle 2$.



22 تحف، تعمل مريم لحافاً. فإذا قطعت قطعاً مستطيلة
من أقمشة مختلفة، فكيف يمكنك التأكد من أن كل
واحدة من قطعها مستطيلة الشكل بالفعل على الرغم
من أنها لا تملك منقولة؟

المعين والمربع (الصفحات 46-40)

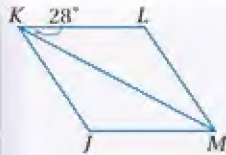
5-5

مثال 5، أوجد $m\angle JMK$ في المعين المجاور.

بما أن الأضلاع المتقابلة
للمعين متوازية، فإن
 $\overline{KL} \parallel \overline{JM}$

وكذلك $\angle JMK \cong \angle LKM$

حسب نظرية الزاويتين الداخليتين المتبادلتين،
وبالتعويض نجد أن $m\angle JMK = 28$



23 إشارات المرور، إشارة المرور هذه على شكل
متوازي أضلاع. حدد إن كانت مربعة أيضاً أم لا.

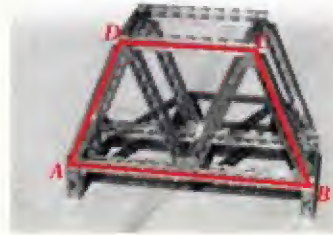


دليل الدراسة والمراجعة

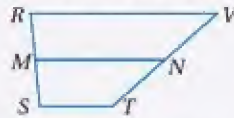
5-6

شبه المنحرف (الصفحات 54-48)

- (24) إذا علمت أن \overline{XY} قطعة متوسطة في شبه المنحرف $JKLM$ ، فأوجد قيمة a إذا كان $JK = 28$, $XY = 4a - 4.5$, $ML = 3a - 2$
- (25) كيف يمكنك التأكد من أن الشكل $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين؟



مثال 6 \overline{MN} قطعة متوسطة لشبه المنحرف $RSTV$.
أوجد قيمة x إذا كان $MN = 60$ ،
 $ST = 4x - 1$, $RV = 6x + 11$



قانون القطعة المتوسطة
لشبه المنحرف

$$MN = \frac{1}{2}(ST + RV)$$

بالتعويض $60 = \frac{1}{2}[(4x - 1) + (6x + 11)]$

بضرب الطرفين في 2 $120 = 4x - 1 + 6x + 11$

بالتبسيط $120 = 10x + 10$

بطرح 10 من الطرفين $110 = 10x$

بقسمة الطرفين على 10 $11 = x$

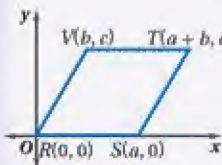
5-7

البرهان الإحداثي والأشكال الرباعية (الصفحات 60-55)

- للسؤالين 26 و 27 ارسم وسم كل شكل في المستوى الإحداثي، ثم اكتب برهاناً إحداثياً لكل مما يلي:
- (26) قطرا المربع متعامدان.
- (27) قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.
- (28) اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن الشكل $WXYZ$ مستطيل.



مثال 7 اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن كل ضلعين متقابلين للمعين $RSTV$ متوازيان.



المعطيات: $RSTV$ معين

المطلوب: إثبات أن

$$\overline{RV} \parallel \overline{ST}, \overline{RS} \parallel \overline{VT}$$

البرهان الإحداثي:

$$\overline{RV} \text{ ميل} = \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b}$$

$$\overline{RS} \text{ ميل} = \frac{0-0}{a-0} = 0$$

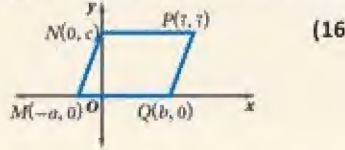
$$\overline{ST} \text{ ميل} = \frac{c-0}{(a+b)-a} = \frac{c}{b}$$

$$\overline{VT} \text{ ميل} = \frac{c-c}{(a+b)-b} = 0$$

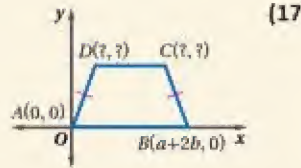
وبما أن ميلي \overline{ST} و \overline{RV} متساويان فإن

$\overline{RV} \parallel \overline{ST}$ ، وبما أن ميلي \overline{VT} و \overline{RS} متساويان أيضاً فإن $\overline{RS} \parallel \overline{VT}$

أوجد الإحداثيات المجهولة لكل متوازي أضلاع أو شبه منحرف.



(16)



(17)

(18) ارسم وسم شبه منحرف متطابق الساقين في المستوى الإحداثي، ثم اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن القطعة المتوسطة توازي كلا من القاعدتين.

(19) إبحار: كثير من قوارب الإبحار لها في أسفلها قطعة حديد طويلة لتحفظ القارب متزاناً عند اشتداد الرياح. قطعة الحديد هذه لها شكل شبه المنحرف المجاور وأعلىها وأسفلها متوازيان. وإذا كان طول الوتر الأساسي 9.8 ft وطول الوتر الأصغر 7.4 ft، فأوجد طول الوتر الأوسط.



(20) اختبار من متعدد: إذا كان قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم 108. فما هو هذا المضلع؟

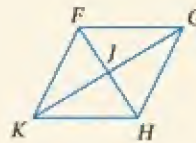
- A ثماني
B سداسي
C خماسي
D مثلث

(1) ما قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم عدد أضلاعه 10؟

(2) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشعاعي المنتظم.

(3) إذا علمت أن قياس كل زاوية داخلية لمضلع منتظم 162° . فما عدد أضلاعه؟

أكمل كلاً مما يلي باستعمال الشكل الرباعي $FGHK$. وبرر إجابتك.



(4) $\overline{HK} \cong ?$

(5) $\angle FKH \cong ?$

(6) $\angle FJK \cong ?$

(7) $\overline{GH} \parallel ?$

حدد إذا كان الشكل المعطاة رؤوسه في كل من الأسئلة 8-11 متوازي أضلاع أم لا. وبرر إجابتك.

(8) $A(4, 3), B(6, 0), C(4, -8), D(2, -5)$

(9) $S(-2, 6), T(2, 11), V(3, 8), W(-1, 3)$

(10) $F(7, -3), G(4, -2), H(6, 4), J(12, 2)$

(11) $W(-4, 2), X(-3, 6), Y(2, 7), Z(1, 3)$

جبر: الشكل $QRST$ مستطيل.

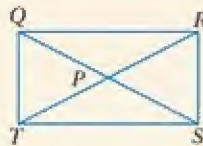
(12) إذا كان $QP = 3x + 11$ ،

$PS = 4x + 8$ ، فأوجد QS .

(13) إذا كان $m\angle QTR = 2x^2 + 7$

$m\angle SRT = x^2 + 18$

فأوجد $m\angle QTR$.



هندسة إحداثية: حدد إذا كان متوازي الأضلاع $ABCD$ معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. برر إجابتك.

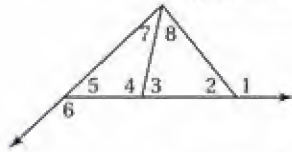
(14) $A(12, 0), B(6, -6), C(0, 0), D(6, 6)$

(15) $A(-2, 4), B(5, 6), C(12, 4), D(5, 2)$

(4) جبر، إذا كان ناتج طرح x من x^2 يساوي 56. فأَي مما يأتي يمثل قيمة x ؟

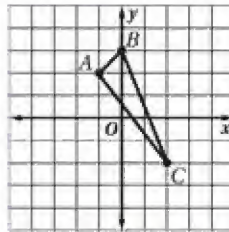
- A -8
B -7
C 16
D 56

(5) أي البدائل الآتية تشمل جميع الزوايا التي قياس كل منها يجب أن يكون أقل من $m\angle 6$ ؟



- A $\angle 1, \angle 2, \angle 4, \angle 7, \angle 8$
B $\angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5$
C $\angle 2, \angle 4, \angle 6, \angle 7, \angle 8$
D $\angle 2, \angle 4, \angle 7, \angle 8$

(6) شبكات، إذا كان المثلث ABC يطابق $\triangle HIJ$ ، فكم طول الضلع HJ ؟



إرشادات للاختيار

سؤال 6 تذكر أن قانون المسافة بين نقطتين هو،

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

أجب عن كل من الأسئلة الآتية:

(1) أي شكل يمكن أن يكون مثالاً مضاداً للاستنتاج التالي؟

إذا كانت جميع زوايا شكل رباعي قوائم فإن الشكل الرباعي مربع.

- A متوازي الأضلاع
B المستطيل
C المعين
D شبه المنحرف

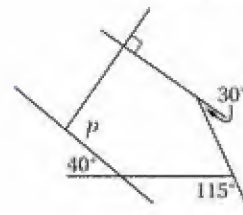
(2) في الشكل أدناه، ارتفاع المثلث $\triangle PST$.



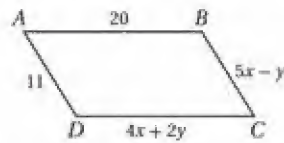
إذا فرضنا أن TQ هي أقصر قطعة مستقيمة من T إلى PS ، فإن هذا يعني أن TQ ارتفاع $\triangle PST$. وحيث إن $\triangle PST$ له ارتفاع واحد فقط من الرأس T ، فإن ذلك يناقض المعطى. ما النتيجة التي يمكن الخروج بها من هذا التناقض؟

- A $TQ > TP$
B $TQ < TP$
C $TQ > TR$
D $TQ < TR$

(3) أوجد $m\angle p$ بالدرجات؟



9) ما قيم x و y التي تجعل الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؟



- $x = 3, y = 4$ C $x = 4, y = 3$ A
 $x = \frac{11}{9}, y = \frac{31}{9}$ D $x = \frac{31}{9}, y = \frac{11}{9}$ B

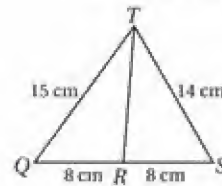
- 10) ما عكس العبارة "إذا كان الشكل مربعاً فإنه مستطيل"؟
 A إذا لم يكن الشكل مستطيلاً فإنه ليس مربعاً.
 B إذا لم يكن الشكل مربعاً فإنه ليس مستطيلاً.
 C إذا كان الشكل مستطيلاً فإنه مربع.
 D إذا كان الشكل مستطيلاً فإنه ليس مربعاً.

سؤال ذو مستوى متقدم

سجل إجابتك على ورقة، وبين خطوات الحل.

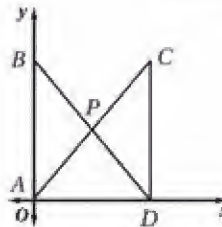
- 11) إذا كانت رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(0, 0), B(a, 0), C(a + b, c), D(b, c)$
 (a) ارسم $ABCD$ في المستوى الإحداثي وسمّه.
 (b) أثبت أن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.
 (c) إذا كان $a^2 = b^2 + c^2$ ، فحدد نوع متوازي الأضلاع $ABCD$. يور إجابتك باستعمال الهندسة الإحداثية.

7) أي مسلمة أو نظرية يمكن استعمالها لإثبات أن قياس $\angle QRT$ أكبر من قياس $\angle SRT$ ؟



- A المتباينة AAS
 B المتباينة ASA
 C المتباينة SAS
 D المتباينة SSS

8) أي جملة أو جعل تثبت أن $\triangle ABP \cong \triangle CDP$ ؟



- A ميل \overline{AB} = ميل \overline{CD} ، والمسافة من A إلى C تساوي المسافة من B إلى D
 B حاصل ضرب ميلي \overline{AB} و \overline{CD} يساوي -1 ، والمسافة من A إلى C تساوي المسافة من B إلى D
 C ميل \overline{AB} = ميل \overline{CD} ، والمسافة من B إلى P تساوي المسافة من D إلى P
 D حاصل ضرب ميلي \overline{AB} و \overline{CD} يساوي 1 ، والمسافة من A إلى B تساوي المسافة من D إلى C

هل تحتاج مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن سؤال....

نعد إلى

11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
5-7	1-3	5-2	3-7	4-5	3-3	4-2	مهارة سابقة	5-1	4-4	5-4

التناسب والتشابه Proportion and Similarity

الفصل

6

الأفكار العامة

- أتعرف المضلعات المتشابهة، وأستعمل النسب والتناسب في حل المسائل.
- أميز الأجزاء المتناسبة، وأستعمل المحيطات والارتفاعات ومنصفات الزوايا والقطع المستقيمة المتناظرة للمثلثات المتشابهة في حل المسائل.

المشردات

التناسب (ص. 71)

proportion

الضرب التبادلي (ص. 71)

cross products

المضلعات المتشابهة (ص. 78)

similar polygons

مقياس الرسم (ص. 79)

scale factor

القطعة المتوسطة (ص. 96)

midsegment

الربط مع الحياة

تناسبيه يتم تصميم بعض المجسمات الجمالية والدعائية لتوافق أشياء مشهورة مثل هذه العربة بحيث يكون هناك تناسب بين الأبعاد في تلك المجسمات ونظيراتها في الشكل الأصلي.

التناسب والتشابه: اعمل المظوية الآتية لمساعدتك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بورقة قياس A3.

المَظَوِيَّات

منظم المعارف



2 افتح الورقة وسطرها لتقسمها إلى ستة أقسام متساوية.



1 املو الورقة عريضاً، واترك هامشاً لعمل ثقب لتتمكن من تثبيتها في ملفك.



4 اكتب اسم الفصل على الصفحة الأولى.

6-4	6-1
6-5	6-2
المفردات	6-3

3 اكتب عن رأيتك لكل جزء مستعملاً أرقام الفروس.

التهيئة لفصل 6

تشخيص الاستعداد: هناك بديان للتأكد من المهارات السابقة الضرورية.



البديل 2

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obelkaneducation.com

البديل 1

أجب عن الاختبار الآتي. ارجع إلى «المراجعة السريعة» لمساعدتك في ذلك.

مراجعة سريعة

اختبار سريع

مثال 1

$$\text{حل المعادلة } \frac{5n+2}{n-1} = 2$$

$$\frac{5n+2}{n-1} = 2$$

$$\text{بالضرب } (n-1) \left(\frac{5n+2}{n-1} \right) = 2(n-1)$$

$$\text{بالتبسيط } 5n+2 = 2n-2$$

$$\text{بتجميع الحدود المتشابهة } 3n = -4$$

$$\text{بقسمة الطرفين على 3 } n = -\frac{4}{3}$$

مثال 2

أوجد ميل المستقيم الذي يحوي النقطتين $(-41, 17)$ و $(31, 29)$.

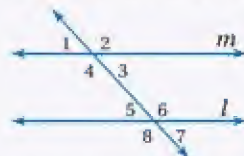
$$\text{قانون الميل (ميل المستقيم)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{بالتعويض } = \frac{29 - 17}{31 - (-41)}$$

$$\text{بالتبسيط } = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$$

مثال 3

هل $m \parallel l$ إذا كانت $\angle 4 \cong \angle 6$ ؟ برر إجابتك.



هاتان الزاويتان داخليتان متبادلتان. وإذا كانت الزاويتان الداخليتان المتبادلتان متطابقتين فإن المستقيمين متوازيين.

حل كلاً من المعادلات الآتية: (مهارة سابقة)

$$\frac{5}{6} = \frac{x-4}{12} \quad (2) \quad \frac{2}{3}y - 4 = 6 \quad (1)$$

$$\frac{2y}{4} = \frac{32}{y} \quad (4) \quad \frac{4}{3} = \frac{y+2}{y-1} \quad (3)$$

(5) ركوب الدراجات، قاد صلاح دراجته مسافة 15km في ساعتين. فكم كيلومتراً يقطع في 5 ساعات إذا قاد دراجته بمعدل السرعة نفسه؟

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين في كل من السؤالين

الآتيين: (الدرس 2-3)

$$(2, -3) \text{ و } (-6, -3) \quad (6)$$

$$(2, -2) \text{ و } (-3, 4) \quad (7)$$

(8) بلغت مخصصات التدريب والابتعاث في ميزانية

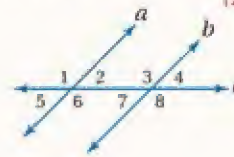
الدولة 646.5 مليون ريال سنة 1424هـ. وفي سنة

1425هـ بلغت 694.9 مليون ريال. فما معدل التغير في

المخصصات؟ (الدرس 2-3)

باستعمال المعلومات الآتية، حدد إذا كان $a \parallel b$ أم لا. واذكر المسألة أو النظرية التي تبرر إجابتك في كل من الأسئلة الآتية:

9-12. (الدرس 2-3)



$$\angle 3 \cong \angle 6 \quad (10)$$

$$\angle 1 \cong \angle 8 \quad (9)$$

$$\angle 2 \cong \angle 4 \quad (12)$$

$$\angle 5 \cong \angle 3 \quad (11)$$



الاستعداد

النسبة بين عرض شاشات أجهزة التلفزيون القياسية وارتفاعها ثابتة. فالنسبة بين عرض شاشة التلفزيون إلى ارتفاعها تساوي $4:3$ أو $\frac{4}{3}$.

فكرة الدرس

- أكتب نسبيًا.
- أستعمل خصائص التناسب.

المفردات

- النسبة
- ratio
- التناسب
- proportion
- الضرب التبادلي
- cross products
- الطرفان
- extremes
- الوسطان
- means

كتابة النسب: النسبة هي مقارنة بين كميتين باستعمال القسمة. قسمة a إلى b يمكن أن تكتب بصورة $\frac{a}{b}$ ، حيث b لا تساوي الصفر. كما يمكن أن تكتب هذه النسبة بصورة $a:b$.

مثال

كتابة النسبة

كرة القدم: لعب أحد أندية الدرجة الأولى في المملكة العربية السعودية 19 مباراة في موسم 1429 / 1430، وكان عدد الأهداف التي سجلها في ذلك الموسم 37 هدفًا. أوجد نسبة الأهداف التي سجلها في كل مباراة مقربة إلى أقرب عدد صحيح.

اقسم عدد الأهداف المسجلة على عدد المباريات التي أقيمت.

$$\left(\frac{\text{عدد الأهداف المسجلة}}{\text{عدد المباريات التي أقيمت}} \right) = \frac{37}{19} \approx \frac{2}{1}$$

نُسى النسبة التي مقامها 1 نسبة الوحدة.

تعني هذه النسبة أنه تم تسجيل هدفين في كل مباراة تقريبًا.

تحقق من فهمك

1) نسبة عدد الطلبة (ذكورًا وإناثًا) في المدارس الحكومية لمنطقة الرياض إلى عدد المدارس هي 4500000:20000. اكتب هذه النسبة بصورة نسبة الوحدة.



الربط مع واقع الحياة

لعب كرة القدم «الرياضة الأولى» في المملكة العربية السعودية من حيث الممارسة والمقامة، ويحقق أعضاء منتخبيها إنجازات عالية.

ويمكن أن يوسع مفهوم النسبة فيستعمل للمقارنة بين ثلاثة أعداد أو أكثر. فالتعبير $a:b:c$ يعني أن النسبة بين العددين الأول والثاني هي $a:b$ ، والنسبة بين العددين الثاني والثالث هي $b:c$ ، والنسبة بين العددين الأول والثالث هي $a:c$.

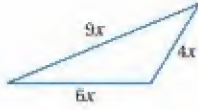
إرشادات

كتابة معادلات

يتطلب حل مسائل النسب الموسعة استعمال متغير ليكون عاملاً مشتركاً بين أطراف النسبة. وهذا يمكننا من كتابة معادلة لحل المسألة.

مثال محيطه يساوي 190 cm، والنسبة بين أطوال أضلاعه هي 4:6:9. أوجد طول أطول ضلع في المثلث.

استكشف عليك أن تطبق النسبة بين أطوال أضلاع المثلث ومحيطه لإيجاد طول الضلع الأطول.



خطك تذكر أنه يمكنك أن تجد كسوراً مكافئة لكسر معلوم بضرب بسطه ومقامه في عدد لا يساوي الصفر.

$$\text{لذلك } 2:3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{x} = \frac{2x}{3x}$$

لذلك 4:6:9 بصورة 4x:6x:9x واستعمال تلك القياسات لأضلاع المثلث.

$$\text{محيط المثلث} \quad 4x + 6x + 9x = 190$$

$$\text{بجميع الحدود المتشابهة} \quad 19x = 190$$

$$\text{بقسمة الطرفين على 19} \quad x = 10$$

أوجد الآن أطوال أضلاع المثلث:

$$4x = 4(10) = 40 \quad 6x = 6(10) = 60 \quad 9x = 9(10) = 90$$

إذن، طول أطول ضلع في المثلث يساوي 90 cm.

تحقق للتحقق من معقولة النتائج، اجمع أطوال الأضلاع للتأكد من أن المحيط يساوي 190.

$$40 + 60 + 90 = 190$$

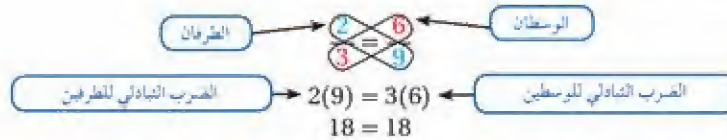
تحقق من فهمك

(2) محيط مثلث يساوي 392 in، والنسبة بين أطوال أضلاعه هي 3:3:8. أوجد طول أطول أضلاعه.

استعمال خصائص التناسب: تُسمى المعادلة التي تنص على أن نسبتين متساويتان **تناسباً**. فالكسور المتكافئة تشكل تناسباً، ولأن $\frac{2}{3}$ و $\frac{6}{9}$ كسران متكافئان، فإن $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ يعدّ تناسباً.

ويتضمن كل تناسب **نتائج ضرب تبادلي**. فنتيجة الضرب التبادلي في التناسب $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ هما

$$2 \times 9 \text{ و } 3 \times 6, \text{ وطرفا التناسب هما } 2 \text{ و } 9, \text{ ووسطا التناسب هما } 3 \text{ و } 6.$$



وفي كل تناسب يكون حاصل ضرب الطرفين مساوياً لحاصل ضرب الوسطين.

$$b \neq 0, d \neq 0$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{بضرب الطرفين بـ } bd \quad (bd) \frac{a}{b} = (bd) \frac{c}{d}$$

$$\text{بالتبسيط} \quad da = bc$$

$$\text{خاصية التباديل} \quad ad = bc$$

لغة الرياضيات

التناسب، عندما يكتب

التناسب باستعمال النقطتين

فإننا نقرأ النقطتين "إلى"

فمثلاً 2:3 يُقرأ "2 إلى 3".

ويكون الوسطان هما العددين

الداخليين، ويكون الطرفان

العددين الخارجيين.

الطرفان

$$2:3 = 6:9$$

الوسطان

التعبير
اللفظي
لكل عددين a و c ، ولكل عددين غير صفريين b و d ، يكون $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ إذا وفقط إذا كان $ad = bc$.

مثال
 $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$ إذا وفقط إذا كان $4 \cdot 15 = 5 \cdot 12$.

حل تناسب يعني إيجاد قيمة المتغير التي تجعل التناسب صحيحًا.

مسألة

حل تناسبات باستعمال الضرب التبادلي

3 حل كل تناسب مما يأتي:

$$\frac{3x-5}{4} = \frac{-13}{2} \quad (b)$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{75} \quad (a)$$

التناسب الأصلي $\frac{3x-5}{4} = \frac{-13}{2}$

التناسب الأصلي $\frac{3}{5} = \frac{x}{75}$

بالضرب التبادلي $2(3x-5) = 4(-13)$

بالضرب التبادلي $3(75) = 5x$

بالتبسيط $6x - 10 = -52$

بالضرب $225 = 5x$

إضافة 10 إلى الطرفين $6x = -42$

بقسمة الطرفين على 5 $45 = x$

بقسمة الطرفين على 6 $x = -7$

تحقق من فهمك

$$\frac{-4}{7} = \frac{6}{2x+5} \quad (3B)$$

$$\frac{x}{4} = \frac{11}{-6} \quad (3A)$$

يمكن أن تستعمل التناسبات لحل مسائل تتضمن شيتين متناسبتين. وهذا يعني أن النسب التي تقارن قياسات أجزاء أحد الشيتين مع قياسات أجزاء الشيء الآخر تشكل تناسبات صحيحة دائمًا.

مسألة

حل مسائل باستعمال التناسبات

4 صناعة الطائرات، طائرة طولها 78 m، والمسافة بين طرفي جناحيها 90 m. عمل نموذج يمثل هذه الطائرة. فإذا كانت المسافة بين طرفي جناحي النموذج 36 cm، فأوجد طول النموذج.

$$\frac{\text{طول الطائرة (بالمتر)}}{\text{طول النموذج (بالمتر)}} = \frac{\text{المسافة بين جناحي الطائرة (بالمتر)}}{\text{المسافة بين جناحي النموذج (بالمتر)}}$$

بالتعويض $\frac{78}{x} = \frac{90}{36}$

بالضرب التبادلي $(78)(36) = x \cdot 90$

بالضرب $2808 = 90x$

بقسمة الطرفين على 90 $31.2 = x$

إذن، فطول النموذج يساوي 31.2 cm.

تحقق من فهمك

4 يبين مقياس الرسم على خريطة أن كل 1.5 cm يمثل 100 km. فإذا كانت المسافة بين مدينتي حائل ونجران على الخريطة تساوي 23.8 cm، فكم كيلومترًا تبلغ المسافة على الأرض بين المدينتين تقريبًا؟

إرشادات

خطأ شائع

التناسب الوارد في مثال 4 ليس هو التناسب الصحيح الوحيد، بل توجد أربعة تناسبات متكافئة:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}, \frac{c}{d} = \frac{a}{b}$$

جميع هذه التناسبات لها نواتج الضرب التبادلي نفسها.

(1) **تحويل العملات:** إذا كان كل 105 ريال سعودي تعادل 19 ديناراً أردنياً، فما النسبة بين الريال السعودي إلى الدينار الأردني؟

مثال 1
(ص. 70)

(2) إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع مثلث هي 9:8:7، وكان محيطه 144 وحدة، فأوجد طول كل ضلع من أضلاعه.

مثال 2
(ص. 71)

(3) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث هي 5:7:8، فأوجد قياس كل من زواياه.
حل كلٍّ من التناسبات الآتية:

مثال 3
(ص. 72)

$$\frac{x-2}{2} = \frac{4}{5} \quad (6) \quad \frac{2.3}{4} = \frac{x}{3.7} \quad (5) \quad \frac{3}{x} = \frac{21}{6} \quad (4)$$

(7) **خرائط:** يشير مقياس الرسم على خريطة إلى أن كل 1.5 cm يمثل 200 km. فإذا كانت المسافة بين مدينتي الطائف وجدة على الخريطة تساوي 1.2 cm، فكم تكون المسافة على الأرض بين المدينتين تقريباً؟

مثال 4
(ص. 72)

تمارين ومسائل

(8) في مسح أجري على 1000 مواطن سعودي ممن يقودون السيارات، تبين أن 960 منهم حاصلون على رخصة قيادة السيارات. فما نسبة الحاصلين على الرخصة إلى الذين يقودون السيارات؟

(9) **كرة سلة:** في اختبار لاختيار فريق كرة السلة، حصل 30 طالباً على 15 نقطة. فما نسبة عدد النقاط إلى عدد الطلبة المتنافسين؟

(10) **تعليم:** في السنة الدراسية 2009 - 2008، كان عدد الطلبة في جامعة الملك عبد الله للعلوم والتقنية 825، وعدد أعضاء هيئة التدريس 275. فما نسبة الطلبة لكل عضو هيئة تدريس مقربة إلى أقرب شخص؟

(11) **تصميم:** صُمم نموذج بيت بارتفاع 10 in، إلا أن ارتفاعه الحقيقي بلغ 10 ft، فما نسبة ارتفاع نموذج البيت إلى ارتفاعه الحقيقي؟

أوجد أطوال أضلاع كل مثلث فيما يأتي:

(12) النسبة بين أطوال أضلاع المثلث هي 8:7:5، ومحيطه 240 ft.

(13) النسبة بين أطوال أضلاع المثلث هي 3:4:5، ومحيطه 72 cm.

(14) النسبة بين أطوال أضلاع المثلث هي $\frac{1}{6} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ ، ومحيطه 31.5 in.

(15) النسبة بين أطوال أضلاع المثلث هي $\frac{1}{5} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ ، ومحيطه 6.2 cm.

أوجد قياسات زوايا كل مثلث مما يأتي:

(16) النسبة بين قياسات زوايا المثلث هي 2:5:3.

(17) النسبة بين قياسات زوايا المثلث هي 6:9:10.

مساعدة الواجب المنزلي

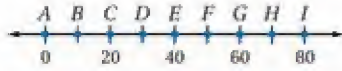
التمرين	الامثلة
1	8-11
2	12-17
3	18-25
4	26-29

حل كلاً من التناسبات الآتية:

$$\frac{11}{20} = \frac{55}{20x} \quad (21) \quad \frac{4x}{24} = \frac{56}{112} \quad (20) \quad \frac{w}{6.4} = \frac{1}{2} \quad (19) \quad \frac{3}{8} = \frac{x}{5} \quad (18)$$

$$\frac{4x+3}{12} = \frac{5}{4} \quad (23) \quad \frac{2x-13}{28} = \frac{-4}{7} \quad (22)$$

$$\frac{3x-1}{2} = \frac{-2}{x+2} \quad (25) \quad \frac{b+1}{b-1} = \frac{5}{6} \quad (24)$$

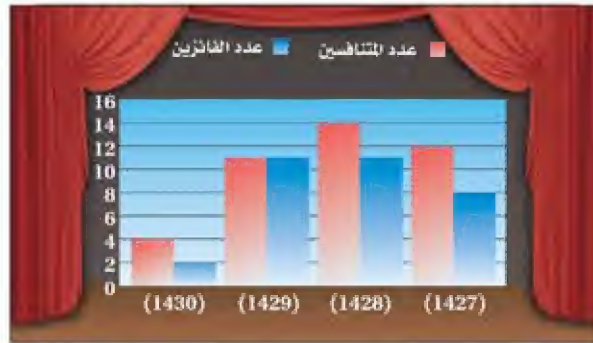


(26) استعمل خط الأعداد إلى اليسار، وأوجد نسبة AC إلى BH.

(27) سلك طوله 42 ft، قُسم إلى جزأين النسبة بين طوليهما هي 3:4. فما طول كل جزء؟

(28) آثاره في صورة لمنطقة أثرية ظهر عمود طوله 20 cm. فإذا كان طول العمود الحقيقي يساوي 2.1، فما النسبة بين طول العمود في الصورة إلى طوله الحقيقي؟

مسابقات، لحل السؤالين 29، 30، ارجع إلى التمثيل بالأعمدة الذي يبين عدد الطلبة المتقدمين لمنافسة حفظ القرآن الكريم في إحدى المدارس وعدد الفائزين في تلك المنافسة خلال أربع سنوات.



(29) أي السنوات كانت فيها نسبة الفائزين إلى المتنافسين هي النسبة الأكبر؟

(30) أي السنوات كانت فيها نسبة الفائزين إلى المتنافسين هي النسبة الأصغر؟

مياه، لحل السؤالين 31، 32، استعمل المعلومات الآتية:

يبلغ عدد سكان المملكة العربية السعودية 22673538 نسمة حسب إحصاءات عام 1425. إذا تم استهلاك 4 مليارات لتر من المياه في أحد أسابيع ذلك العام.

(31) أوجد معدل استهلاك الفرد للماء مقرباً لأقرب جزء من عشرة.

(32) إذا كان عدد سكان منطقة الرياض 5455363 نسمة، فكم عدد لترات الماء المستهلكة في منطقة الرياض في ذلك الأسبوع؟



الربيع مع واقع الحياة...
شارك في مسابقة الملك عبد العزيز الدولية لحفظ القرآن الكريم وتلاوته وتجويده على مدار دوراتها الثلاثين (1399-1429 هـ) 4690 متسابقاً فاز منهم 707 متسابقاً. وكانت الدورة (11) هي أكثر الفترات بـ أعداد المشاركين (227 متسابقاً).

الكتاب السنوي: لحل السؤالين 34 و 33، استعمل المعلومات الآتية:

تريد اللجنة المشرفة على إعداد الكتاب السنوي تصغير صورة قياسها $8 \text{ in} \times 10 \text{ in}$ لتتناسب مكاناً في الكتاب السنوي الذي أبعاده $4 \text{ in} \times 4 \text{ in}$.

(33) أوجد أكبر قياسات ممكنة للصورة بعد تصغيرها.

(34) ما النسبة المئوية لتصغير طول الصورة؟

المستطيل الذهبي: يستعمل بعض الفنانين المستطيل الذهبي في أعمالهم. ونسبة طول هذا المستطيل إلى عرضه تسمى النسبة الذهبية وتبلغ تقريباً 1.618.

(35) إذا كان بعدا مستطيل 19.42 m و 12.01 m . فهل هذا المستطيل ذهبي؟ ثم أوجد طول قطره.

(36) تلفاز: نسبة عرض شاشة التلفاز القياسي إلى ارتفاعها 4:3، ونسبة الأبعاد لنوع آخر غير قياسي هي 16:9. قارن هاتين النسبتين بالنسبة الذهبية، مبيّناً أي شاشات هذين النوعين تمثل مستطيلاً ذهبياً؟ برر إجابتك.

(37) بحث: استعمل الإنترنت أو أية مصادر أخرى لإيجاد أمثلة على مستطيلات ذهبية.

(38) مسألة مفتوحة: اكتب تناسبين طرّفاهما 5 و 8.

(39) تبوير: اشرح كيف ستحل التناسب $\frac{21}{x} = \frac{28}{48}$.

(40) حدد التناسب الذي لا ينتمي إلى مجموعة التناسبات الأخرى. وبرر إجابتك.

$$\frac{3}{8} = \frac{8.4}{22.4}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{5}{7.5}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{14}{16.8}$$

$$\frac{7}{9} = \frac{19.6}{25.2}$$

تحدّ: إذا كانت النسب بين أطول أضلاع ثلاثة مضلعات معطاة على النحو الآتي، فاعمل تخميناً حول نوع كل مضلع منها.

4:5:4:5 (43)

3:3:3:3 (42)

2:2:3 (41)

مسائل مهارات التفكير العليا

تدريب على اختيار معياري

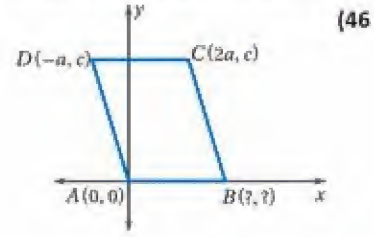
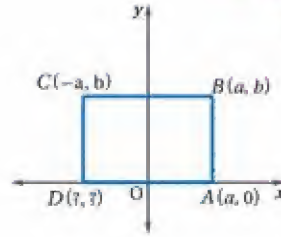
(45) مراجعة: طول قاعدة مثلث تقل عن مثلي ارتفاعه 6 cm ، ومساحة المثلث تساوي 270 cm^2 مربعاً. فكم ستمتدّ ارتفاع المثلث؟

18	H	12	F
21	J	15	G

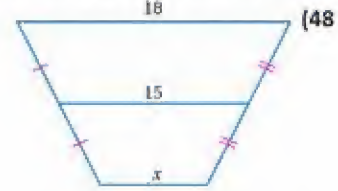
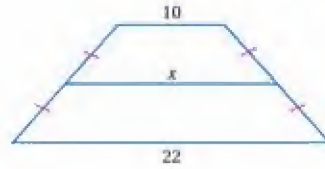
(44) يحتوي منتج غذائي على القمح والرز والشوفان بنسبة 2(قمح):1(رز):3(شوفان). فإذا عمل صاحب المصنع خليطاً، واستعمل 120 kg من الشوفان، فكم كيلوجراماً من القمح سيحتاجه؟

120	C	60	A
180	D	80	B

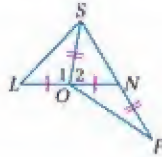
اذكر الإحداثيات المجهولة لكل متوازي أضلاع أو مستطيل مما يأتي: (الدروس 5-7)



جبر، أوجد القياس المجهول لكل شبه منحرف مما يأتي: (الدروس 5-6)



في الشكل أدناه \overline{SO} قطعة متوسطة في $\triangle SLN$. $m\angle 1 = 3x - 50$, $m\angle 2 = x + 30$. $\overline{OS} \cong \overline{NP}$. حدد إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً، أو أحياناً، أو ليست صحيحة أبداً: (الدروس 4-5)



$LS > SN$ (50)

$SN < OP$ (51)

$x = 45$ (52)



في الشكل إلى اليسار $m\angle 9 = 75$. أوجد قياس كل زاوية مما يأتي: (الدروس 2-2)

$\angle 3$ (53)

$\angle 8$ (56)

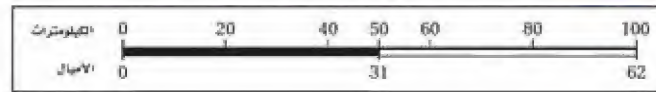
$\angle 12$ (58)

$\angle 5$ (54)

$\angle 6$ (55)

$\angle 11$ (57)

59 خرائط: ظهر المقياس الآتي على إحدى الخرائط بحيث كانت الكيلومترات في الأعلى والأميال في الأسفل.



افرض أن \overline{AB} و \overline{CD} قطعتان على هذه الخريطة. فإذا كان $AB = 100$ km، $CD = 62$ mi. فهل $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ؟ برّر إجابتك. (الدروس 1-7)

أسئلة للدروس السابقة

مهارة سابقة وضرورية: أوجد المسافة بين كل نقطتين في الأسئلة الآتية مقربة لأقرب عُشر: (مهارة سابقة)

$C(0, 0)$, $D(5, 12)$ (61)

$A(12, 3)$, $B(-8, 3)$ (60)

$G(3, \frac{3}{7})$, $H(4, -\frac{2}{7})$ (63)

$E(\frac{4}{5}, -1)$, $F(2, -\frac{1}{2})$ (62)

معمل الحاسبة البيانية متابعة فيبوناشي والنسب

توسع

6-1

عاش ليوناردو بيسانو فيبوناشي في الفترة (1250م - 1170م)، في إيطاليا، وتلقى تعليمه في شمال إفريقيا، ولذلك كانت أعماله مشابهة لأعمال الآخرين في شمال إفريقيا في ذلك الوقت. وقد نشر كتابه Liber abaci في سنة 1202م وقدم فيه ما يُسمى الآن متتابعة فيبوناشي، حيث يكون كل حد من حدودها بعد الأول والثاني، مساوياً مجموع الحدين السابقين له.

الحدود	1	2	3	4	5	6	7
أعداد فيبوناشي	1	1	2	3	5	8	13
		↑	↑	↑	↑	↑	↑
			1+1	1+2	2+3	3+5	5+8

نشاط

يمكنك استعمال CellSheet على الحاسبة البيانية لمعرفة حدود متتابعة فيبوناشي، ومقارنة كل حد بالحدين السابقين له.

FIB	TEAM	FIB	RATIO
1		1	
2	1	1	1
3	2	2	1
4	3	3	1.5
5	5	5	1.6667

أدخل إلى تطبيق CellSheet بالضغط على مفتاح

APPS اختر العدد لـ CellSheet، واضغط

على مفتاح ENTER.

أدخل عناوين الأعمدة في الصف 1. مستملاً

مفتاح ALPHA لإدخال الحروف، واضغط ["]

في بداية كل عنوان.

أدخل 1 في الخلية A2، ثم أدخل الصيغة

=A2+1 في الخلية A3. اضغط STO▶

لإدراج = في الصيغة، ثم استعمل F3 لنسخ هذه

الصيغة، واستعمل F4 للصقها في كل خلية في

العمود.

في العمود B نسجل أعداد فيبوناشي. أدخل العدد

1 في الخليتين B2 و B3؛ لأنه لا يوجد حدان سابقان لجمعهما، ثم أدخل الصيغة

=B2+B3 في الخلية B4. وانسخ هذه الصيغة أسفل العمود.

في العمود C سنجد نسبة كل حد إلى الحد السابق له. أدخل العدد 1 في الخلية

C2؛ لأنه لا يوجد حد سابق، ثم أدخل B3 / B2 في الخلية C3. انسخ هذه

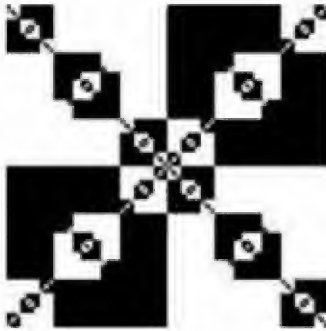
الصيغة أسفل العمود. يظهر على الشاشة نتائج الحدود من 1 إلى 10.

تحليل النتائج

- 1) ماذا يحصل لعدد فيبوناشي عندما تزداد رتبة الحد؟
- 2) ما النمط للأعداد الفردية والزوجية التي لاحظتها في متتابعة فيبوناشي؟
- 3) ما النمط الذي تلاحظه في عمود النسبة كلما ازدادت رتب الحدود؟
- 4) وسع الصفحة لحساب أول خمسين حدًا من متتابعة فيبوناشي. وصِف أية اختلافات في الأنماط التي ذكرتها في الأسئلة 1-3.
- 5) خمن: كيف ترتبط متتابعة فيبوناشي بالنسبة الذهبية؟

المضلعَات المتشابهة Similar Polygons

6-2



الأسئلة

يستعمل الفنانون في رسومهم أشكالاً متشابهة في الشكل ولكنها مختلفة في الأبعاد. فالصورة إلى اليسار تتضمن أنماطاً هندسية مكررة ومتشابهة. الأجزاء السوداء متشابهة في شكلها ومختلفة في وضعها وأبعادها، ومثلها الأشكال البيضاء أيضاً.

فكرة الدرس

- أحد المضلعات المتشابهة.
- أحل مسائل تتضمن مقياس الرسم.

المفردات

المضلعات المتشابهة
similar polygons
مقياس الرسم (معامل التشابه)
scale factor

تحديد الأشكال المتشابهة: عندما يكون للمضلعات الشكل نفسه وإن اختلفت في أطوال أضلاعها، فإنها تسمى **مضلعات متشابهة**.

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: يشابه مضلعان إذا فقط إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

الرموز: يقرأ الرمز ~ مشابه لـ.

مثال

المضلعات المتشابهة

إرشادات

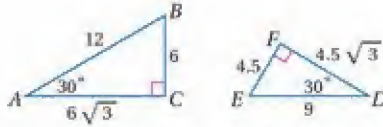
التشابه والتطابق

إذا كان المضلعان متطابقين فإنهما متشابهان أيضاً، وتكون جميع الزوايا المتناظرة متطابقة، وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة، والنسبة بين كل ضلعين متناظرين هي 1:1.

ترتيب رؤوس المضلع في أي عبارة تشابه مهم جداً؛ فهو يبين الأضلاع المتناظرة والزوايا المتناظرة.

الأضلاع المتناظرة	الزوايا المتناظرة	عبارة التشابه
$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$	$\angle A \cong \angle E$ $\angle B \cong \angle F$ $\angle C \cong \angle G$ $\angle D \cong \angle H$	

وكما هو الحال في المضلعات المتطابقة، فإن المضلعات المتشابهة يمكن تغيير وضعها ليُسَهَّلَ تحديد الأجزاء المتناظرة فيها.



1 حدد إذا كان المثلثان إلى اليسار متشابهين أم لا. وبرز إجابتك.

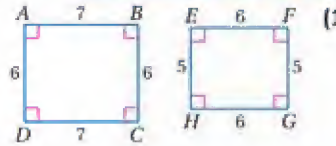
بما أن الزوايا القائمة جميعها متطابقة، فإن $\angle C \cong \angle F$. وبما أن $m\angle A = m\angle D$ ، فإن $\angle A \cong \angle D$. وحسب نظرية الزاوية الثالثة، فإن $\angle B \cong \angle E$ ، لذلك فالزوايا المتناظرة جميعها متطابقة.

بقي أن نحدد إن كانت الأضلاع المتناظرة متناسبة أم لا.

الضلعان المقابلان للزاويتين: 90°	الضلعان المقابلان للزاويتين: 30°	الضلعان المقابلان للزاويتين: 60°
$\frac{AB}{DE} = \frac{12}{9} = 1.\bar{3}$	$\frac{BC}{EF} = \frac{6}{4.5} = 1.\bar{3}$	$\frac{AC}{DF} = \frac{6\sqrt{3}}{4.5\sqrt{3}} = 1.\bar{3}$

وبما أن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة متساوية، والزوايا المتناظرة متطابقة، فإن $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

تحقق من فهمك



إرشادات

خطأ شائع

عندما تكون رؤوس مضلعين مسماة بحروف هجاء مرتبة، فإن هذا لا يعني أن الرؤوس المتناظرة هي عبارة التشابه ستتبع الترتيب نفسه لحروف الهجاء.

معامل التشابه: عند مقارنة أطوال الأضلاع المتناظرة لمضلعين متشابهين، فإن النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين تكون ثابتة. وتسمى هذه النسبة **مقياس الرسم** أو معامل التشابه للمضلعين.

مسألة من الحياة الحقيقية



2 سيارات. الصورة إلى اليسار نموذج مصغر لسيارة قديمة.

فإذا كان طول هذا النموذج 6.5 in، وطول السيارة 13 ft،

فما مقياس الرسم لهذا النموذج مقارنة بالسيارة؟

مراعياً أن يكون القياس بوحدة القياس نفسها.

$$13(12) = 156 \text{ in}$$

بتحويل الأقدام إلى بوصات.

$$\left(\frac{\text{طول النموذج}}{\text{طول السيارة الحقيقي}} \right) = \frac{6.5 \text{ in}}{156 \text{ in}} = \frac{1}{24}$$

اكتب النسب ثم بسط.

إذن، مقياس الرسم يساوي $\frac{1}{24}$. أي أن طول النموذج يساوي $\frac{1}{24}$ من طول السيارة الحقيقي.

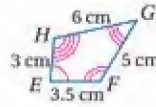
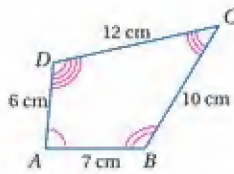
تحقق من فهمك

2 نموذج. تتكون عمارة من 5 طوابق، فإذا كان ارتفاع الطابق الواحد 4 m، ومُثلت بنموذج ارتفاعه 25 cm، فأوجد مقياس رسم النموذج مقارنة بالأصل.

إرشادات

التحقق من النتائج

عند حل المسائل التكلامية حلل جوابك للتحقق من أنه جواب معقول، وأنت أجبت عن السؤال المطلوب.



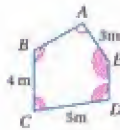
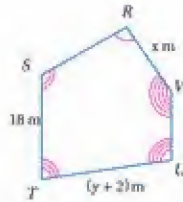
عند إيجاد مقياس الرسم لمضلعين متشابهين فإن قيمته تعتمد على ترتيب المقارنة.

- مقياس رسم الشكل الرباعي $ABCD$ إلى الشكل الرباعي $EFGH$ يساوي 2.
- ومقياس رسم الشكل الرباعي $EFGH$ إلى الشكل الرباعي $ABCD$ يساوي $\frac{1}{2}$.

مثال

الأجزاء المتناسبة ومعامل التشابه

3 المضلعان إلى اليسار متشابهان.



(a) اكتب عبارة تشابه، ثم أوجد قيمة كل من: UT, y, x

استعمل الزوايا المتطابقة لكتابة الرؤوس المتناظرة بالترتيب.

المضلع $RSTUV \sim$ المضلع $ABCDE$

والآن، اكتب التناسبات لإيجاد قيمة x و y .

لإيجاد قيمة y :

$$\frac{ST}{BC} = \frac{UT}{DC}$$

$$\frac{18}{4} = \frac{y+2}{5}$$

$$18(5) = 4(y+2)$$

$$90 = 4y + 8$$

$$82 = 4y$$

$$20.5 = y$$

الأضلاع المتناظرة متناسبة

$$ST = 18, BC = 4$$

$$UT = y + 2, DC = 5$$

بالضرب التبادلي

بالضرب

بطرح 8 من الطرفين.

بقسمة الطرفين على 4.

لإيجاد قيمة x :

$$\frac{ST}{BC} = \frac{VR}{EA}$$

الأضلاع المتناظرة متناسبة

$$ST = 18, BC = 4$$

$$VR = x, EA = 3$$

$$\frac{18}{4} = \frac{x}{3}$$

$$18(3) = 4(x)$$

$$54 = 4x$$

$$13.5 = x$$

بالضرب التبادلي

بالضرب

بقسمة الطرفين على 4.

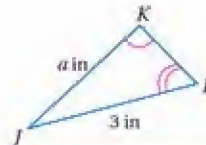
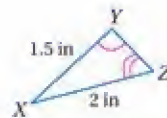
لذلك $UT = 20.5 + 2 = 22.5$ ، $UT = y + 2$

(b) أوجد مقياس الرسم للمضلع $RSTUV$ إلى المضلع $ABCDE$.

$$\frac{ST}{BC} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

النسبة بين كل ضلعين متناظرين $\frac{9}{2}$.

تحقق من فهمك



3 اكتب عبارة تشابه، ثم أوجد a .

ومعامل التشابه للمثلث

$\triangle XYZ$ إلى $\triangle JKL$

إرشادات

التحقق من صحة الحل

للتحقق من معامل التشابه أوجد النسبة بين طولي ضلعين متناظرين آخرين.

مثال

تكبير الأشكال أو تصغيرها

4 $\triangle ABC$ يشابه $\triangle XYZ$ بمقياس رسم $\frac{2}{3}$. إذا كانت أطوال أضلاع $\triangle ABC$ تساوي 6، 8، 10، فما أطوال أضلاع $\triangle XYZ$ ؟

اكتب التناسبات لإيجاد أطوال الأضلاع.

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle XYZ} \rightarrow \frac{6}{x} = \frac{2}{3}$$

$$18 = 2x$$

$$9 = x$$

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle XYZ} \rightarrow \frac{8}{y} = \frac{2}{3}$$

$$24 = 2y$$

$$12 = y$$

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle XYZ} \rightarrow \frac{10}{z} = \frac{2}{3}$$

$$30 = 2z$$

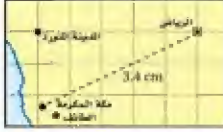
$$15 = z$$

إذن، أطوال أضلاع $\triangle XYZ$ تساوي 9، 12، 15.

4) المستطيل $QRST$ يشابه المستطيل $JKLM$ ، ومقياس الرسم هو $\frac{4}{5}$.
إذا كانت أطوال أضلاع المستطيل $QRST$ 5 cm, 12 cm، فما أطوال أضلاع المستطيل $JKLM$ ؟

مثال

مقاييس رسم الخرائط



5 خرائط، مقياس الرسم على خريطة للمملكة العربية السعودية هو 2 cm : 512 km. فإذا كانت المسافة بين مكة المكرمة والرياض على الخريطة تساوي 3.4 cm تقريباً، فكم ساعة تحتاج لقطع المسافة من الرياض إلى مكة المكرمة إذا قادت سيارتك بسرعة 96 km/h في الساعة؟



الريط مع واقع الحياة

استكشف كل مستمتين على الخريطة يمثلان 512 km. والمسافة على الخريطة بين مكة المكرمة والرياض 3.4 cm.

خطط اكتب تناسباً يربط القياسات الواقعية بمقياس الرسم لإيجاد المسافة الحقيقية بالكيلومترات، ثم استعمل العلاقة $d = rt$ لإيجاد الزمن. حيث d تعني المسافة، t الزمن، r السرعة.

$$\begin{aligned} \text{مستمترات} & \rightarrow \frac{2}{512} = \frac{3.4}{x} & \text{مستمترات} & \rightarrow \\ \text{كيلومترات} & & \text{كيلومترات} & \\ \text{بالضرب المتبادل} & & 2x = 1740.8 & \end{aligned}$$

حل

$$x = 870.4 \quad \text{بقسمة الطرفين على 2}$$

أي أن المسافة بين مكة المكرمة والرياض تساوي 870.4 km تقريباً.

$$d = rt$$

$$870.4 = 96t \quad \text{بالتعويض}$$

$$\frac{870.4}{96} = t \quad \text{بقسمة الطرفين على 96.}$$

$$9 \frac{1}{15} = t \quad \text{بالتبسيط.}$$

أي أن الرحلة من الرياض إلى مكة المكرمة ستستغرق 9 ساعات، أو 9 ساعات و 4 دقائق.

تحقق

اختبر مقياس الرسم. بما أن المسافة على الخريطة تساوي 3.5 مستمترات تقريباً، فإن المسافة الحقيقية تساوي 896 km تقريباً. وعند قيادة السيارة بسرعة تساوي 96 km في الساعة لمدة 9 ساعات، فإن المسافة المقطوعة تساوي 864 km، والمسافتان متقاربتان جداً، لذا، فالجواب معقول.

5) إذا كانت المسافة بين الرياض والقصيم على الخريطة تساوي 1.3 cm، فكم ساعة تحتاج إلى قطع هذه المسافة إذا قادت سيارتك بسرعة 88 km في الساعة؟

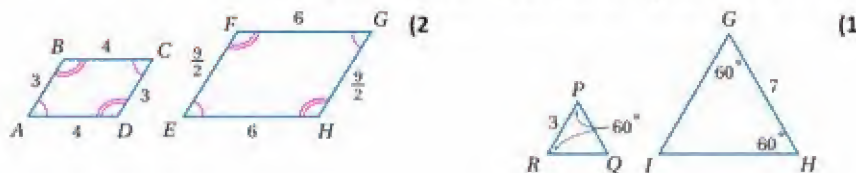
إرشادات

وحدات الزمن

تذكر أن الساعة 60

دقيقة، وأن $\frac{1}{15}$ ساعة تعني 4 دقائق.

حدد إذا كان كل شكلين في السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وبرر إجابتك:



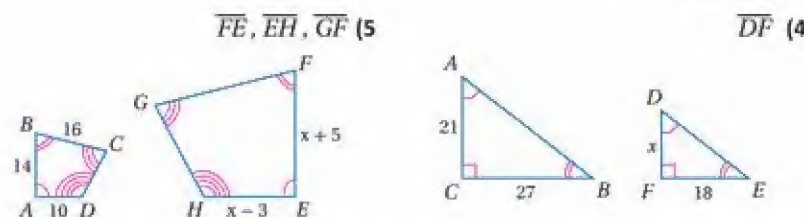
مثال 1
(ص. 79)

(3) نماذج: عمل ياسر نموذجًا لجسر في مدينته. فإذا كان طول الجسر 20 m، وطول النموذج 15 cm. فما مقياس الرسم الذي استعمله ياسر في عمل النموذج؟

مثال 2
(ص. 79)

كل زوج من المضلعات في السؤالين الآتيين متشابهان. اكتب عبارة تشابه، وأوجد قيمة x ، ومقياس الرسم المستعمل:

مثال 3
(ص. 80)



(6) المثلث JKL يشابه المثلث TUV ، ومقياس الرسم هو $\frac{3}{4}$ فإذا كانت أطوال أضلاع $\triangle TUV$ هي 4 cm, 6 cm, 8 cm، فما أطوال أضلاع $\triangle JKL$ ؟

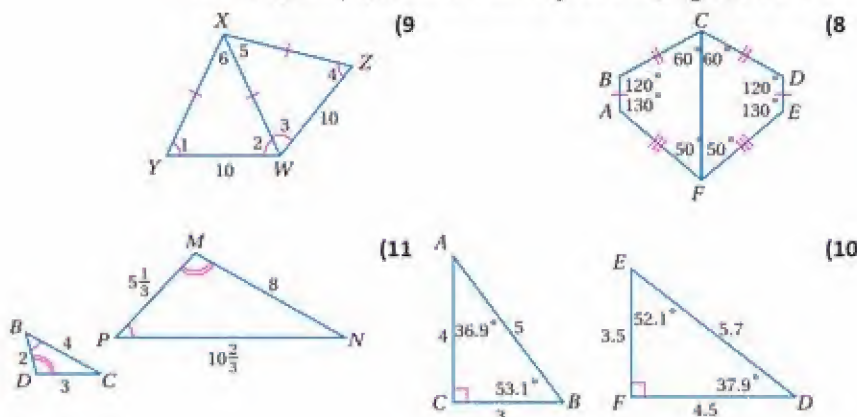
مثال 4
(ص. 80)

(7) خرائط: ارجع إلى مثال 5 صفحة 81. إذا كانت المسافة بين المدينة المنورة وجدة على الخريطة تساوي 1.7 cm تقريبًا. فكم ساعة تستغرق الرحلة بين المدينتين إذا كانت السرعة المتوسطة للسيارة 105 km/h؟

مثال 5
(ص. 81)

تمارين ومسابقات

حدد إذا كان كل زوج من الأشكال في الأسئلة الآتية متشابهين أم لا، وبرر إجابتك:



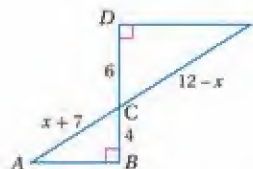
الأسئلة	الواجب المنزلي
1	8-11
2	12, 13
3	14-19
4	22, 23
5	20, 21

12) نسخ الأوراق: صوّر طالب نسخة من ورقة على آلة التصوير. وعندما نظر إلى الصورة وجدها مصغرة إلى 80% من حجمها الأصلي. فإذا أراد تكبيرها إلى الحجم الأصلي، فما معامل التكبير الذي سيعمله؟

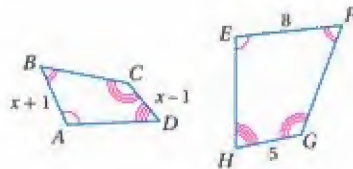
13) عمارة: ترتفع قلعة الدوسرية 8 m. وقد عُمل لها نموذج مصغر ارتفاعه 50 cm، فما مقياس رسم القلعة إلى النموذج؟

كل زوج من المضلعات في الأسئلة الآتية متشابهان. اكتب عبارة تشابه وأوجد قيمة x ، وأطوال الأضلاع المشار إليها، ومقياس الرسم.

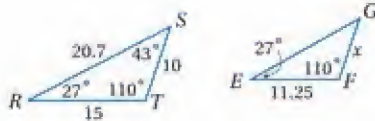
15) \overline{CE} و \overline{AC}



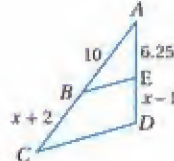
14) \overline{CD} و \overline{AB}



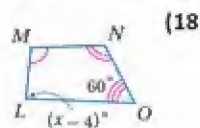
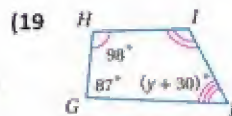
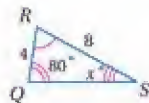
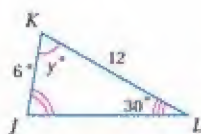
17) \overline{EG} و \overline{GF}



16) \overline{ED} و \overline{BC}



كل زوج من المضلعات في الأسئلة الآتية متشابهان. أوجد قيمة كل من x و y ، مقرباً القيم إلى أقرب جزء من مئة إن لزم ذلك:



خراطة: للسؤالين 20، 21، استعمل المعلومات الآتية:

خريطة مرسومة بمقياس رسم 1 cm : 60 km.

20) المسافة من المدينة C إلى المدينة D على الخريطة تساوي 1.8 cm، فكم ساعة تستغرق الرحلة من C إلى D إذا كانت السرعة المتوسطة للسيارة 90 km/h؟

21) استعمل المسطرة ومقياس الرسم المعطى لحساب المسافة من المدينة A إلى المدينة S، وبين كم ساعة تستغرق الرحلة من A إلى S إذا كانت السرعة المتوسطة للسيارة 90 km/h؟



الربيع مع واقع الحياة
لقد قلعة الدوسرية من المعالم التاريخية البارزة في مدينة جازان، وهي مربعة الشكل ومساحتها الإجمالية 900 m². ومدممة بأربعة أبراج ضخمة.



الرسم مع واقع الحياة
صمم إسماعيل الملك هذه المدينة
الرياض بشكل هندسي جميل
يجمع بين الطابع العربي القديم
والطور المعاصر الحديث. حيث
يأخذ شكل الخيمة.

(22) أطوال أضلاع مثلث بالأمتار 3, 4, 5. فإذا كُبر هذا المثلث بحيث ظل المثلث الكبير مشابهًا للمثلث الأصلي بمقياس رسم 1:5، أوجد محيط المثلث الكبير.

(23) مستطيل طوله 60 cm، وعرضه 40 cm. صُغر هذا المستطيل بحيث ظل المستطيل الصغير مشابهًا للمستطيل الأصلي بمقياس رسم $\frac{1}{4}$ ، أوجد طول المستطيل الصغير وعرضه.

رياضة: ارسم كل ميدان مما يأتي مستعملًا مقياس الرسم المذكور:

(24) ساحة اصطاف للطلبة مربعة الشكل، طول ضلعها 30 m. استعمل مقياس الرسم $0.5 \text{ cm} : 3 \text{ m}$.

(25) ملعب كرة قدم مستطيل الشكل، طوله 100 m وعرضه 60 m. استعمل مقياس الرسم $\frac{1}{4} \text{ cm} : 10 \text{ m}$.

تحليل الرسوم البيانية: لحل السؤالين 26, 27 استعمل الرسم البياني إلى اليسار، حيث استعملت المستطيلات لتمثيل النسب المئوية:



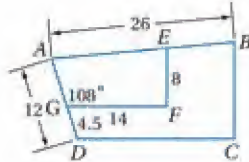
(26) هل المستطيل الذي يمثل 34% مشابه للمستطيل الذي يمثل 18%؟ برّر إجابتك.

(27) ما النسبة بين مساحتي المستطيلين اللذين يمثلان 18% و 9%؟ قارن هذه النسبة مع النسبة بين النسبتين المئويتين اللتين تمثلانها.

لحل الأسئلة 28-35، استعمل المعلومات الآتية لإيجاد كل قياس:

$AEFG \sim ABCD$, $GF = 14$, $AD = 12$, $DG = 4.5$, $EF = 8$, $AB = 26$, $m\angle AGF = 108^\circ$.

(28) مقياس الرسم الذي ينقل شبه المنحرف $ABCD$ إلى شبه المنحرف $AEFG$



AG (29) DC (30)

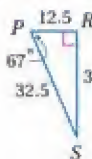
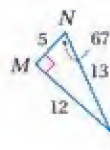
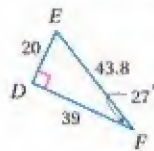
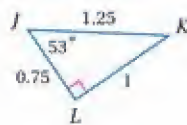
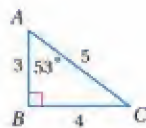
BC (32) $m\angle ADC$ (31)

(33) محيط شبه المنحرف $ABCD$

(34) محيط شبه المنحرف $AEFG$

(35) النسبة بين محيط المضلع $ABCD$ ومحيط المضلع $AEFG$

(36) حدد أي المثلثات القائمة الآتية متشابهة. وبرر إجابتك.



حدد إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً، أو أحياناً، أو ليست صحيحة أبداً:

(37) كل مثلثين متطابقين متشابهان.

(38) كل مربعين متشابهان.

(39) المثلثان متطابقا الضلعين متشابهان.

(40) المثلثان منفرجا الزاوية متشابهان.

(41) المثلثان متطابقا الأضلاع متشابهان.

هندسة إحدائية، لحل الأسئلة 42–47، استعمل المعلومات الآتية:

يمكن أن تستعمل مقياس الرسم لعمل أشكال متشابهة. والشكل الناتج إما أن يكون تكبيراً للشكل الأصلي،

أو تصغيراً له بحسب مقياس الرسم. فإذا كانت رؤوس $\triangle ABC$ هي $A(0, 0)$, $B(8, 0)$, $C(2, 7)$

وضربت إحداثيات الرؤوس في العدد 2 فنتج $\triangle A'B'C'$.

(42) أوجد إحداثيات رؤوس $\triangle A'B'C'$.

(43) ارسم $\triangle ABC$ ، و $\triangle A'B'C'$.

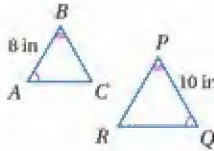
(44) استعمل قانون المسافة لإيجاد أطوال أضلاع كل مثلث.

(45) أوجد النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

(46) كيف يمكنك استعمال الميل لمعرفة إن كانت الزوايا متطابقة؟

(47) حل $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ برّر إجابتك.

(48) **اكتشف الخطأ**، حسب كل من سمود وناصر مقياس الرسم لمثلثين متشابهين. فأبهما إجابه صحيحة؟ وضح إجابتك.



$$\begin{aligned} \text{ناصر} \\ \frac{QP}{AB} &= \frac{10}{8} \\ &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{سمود} \\ \frac{AB}{QP} &= \frac{8}{10} \\ &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$

(49) **مسألة مفتوحة**، أوجد مثلاً مضاداً للعبارة: "جميع المستطيلات متشابهة".

تحذير، لحل الأسئلة 50–52، استعمل المعلومات الآتية:

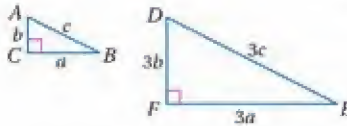
المستطيل $ABCD$ مشابه للمستطيل $WXYZ$ ، والنسبة بين أطوال أضلاعهما المتناظرة 4:1.

(50) ما النسبة بين مساحتي المستطيلين؟

(51) افرض أن أطوال أضلاع المستطيلين قد ضرب كل منها في 3. فما النسبة الجديدة بين أطوال أضلاع المستطيلين؟

(52) ما النسبة بين مساحتي المستطيلين الناتجين؟

تحذير، استعمل $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ لحل السؤالين 53, 54.



(53) يبين أن النسبة بين محيطي المثلثين هي نفسها

النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

(54) إذا أضيف إلى طول كل ضلع 6 وحدات، فهل

المثلثان الناتجان متشابهان؟ وضح إجابتك.

(55) **مفتوح**، ارجع إلى الشكل المجاور لفقرة "استعد" صفحة 78، وصف كيف استعملت الأشكال

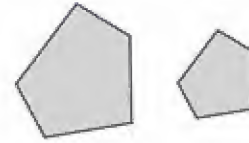
المتشابهة للإبداع في العمل الفني.

مسائل مهارات التفكير العليا

57 مجموعة حل المتباينة $4(3x-5) + 7 \geq 8x + 3$ هي:

- A $\{x | x \geq 4\}$
 B $\{x | x \geq 8\}$
 C $\{x | x \leq 4\}$
 D $\{x | x \leq 8\}$

56 استعمل مقياس الرسم $\frac{2}{3}$ للحصول على الخماسي الصغير من الخماسي الكبير.



كيف يُقارَنُ محيط الخماسي الصغير بمحيط الخماسي الكبير؟

- A محيط الخماسي الصغير $\frac{2}{3}$ محيط الكبير.
 B محيط الخماسي الصغير $\frac{4}{9}$ محيط الكبير.
 C محيط الخماسي الصغير $\frac{8}{27}$ محيط الكبير.
 D محيط الخماسي الصغير $\frac{1}{3}$ محيط الكبير.

مراجعة تراكمية

حل كل تناسب مما يأتي: (درس 1-6)

$$\frac{2}{4y+5} = \frac{-4}{y} \quad (60)$$

$$\frac{-5}{3k+1} = \frac{-3}{2k-6} \quad (63)$$

$$\frac{c-2}{c+3} = \frac{5}{4} \quad (59)$$

$$\frac{2d-8}{6} = \frac{3d+4}{-2} \quad (62)$$

$$\frac{b}{7.8} = \frac{2}{3} \quad (58)$$

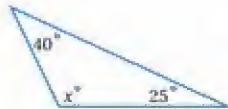
$$\frac{2x+3}{x-1} = \frac{-4}{5} \quad (61)$$

ارسم كل شكل رباعي على مستوى إحداثي، وسمّه. (درس 5-7)

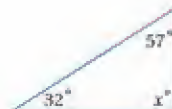
65 مستطيل طوله $2a$ ، وعرضه b .

64 متوازي أضلاع ارتفاعه c ، وطول قاعدته b .

أوجد قيمة x في كل مما يأتي: (الدرس 3-2)



(68)



(67)



(66)

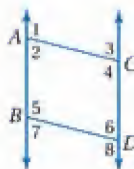
69 افرض أن قاطعًا قطع مستقيمين متوازيين، وأن $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان داخليتان متبادلتان. فأوجد $m\angle 1$ و $m\angle 2$

إذا كان $m\angle 1 = 10x - 9$ و $m\angle 2 = 9x + 3$. (درس 2-2)

استعد لتدريب الأمل

مهاراة سابقة وضرورية: في الشكل إلى اليسار $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$, $m\angle 4 = 118$

أوجد قياس كل زاوية فيما يأتي: (درس 2-2)



$\angle 3$ (72)

$\angle 8$ (75)

$\angle 2$ (71)

$\angle 6$ (74)

$\angle 1$ (70)

$\angle 5$ (73)

المثلثات المتشابهة Similar Triangles

6-3



الاستعداد

بُني برج إيفل في باريس عام 1889 على يد المهندس الفرنسي جوستاف إيفل (1823-1893) المتخصص في الإنشاءات المعدنية. وقد استعمل آلاف من المثلثات في بناء البرج، بعضها له الشكل نفسه ولكنها مختلفة في الأبعاد؛ لأن الأشكال المثلثية تعطي البناء قوة ومتانة.

فكرة الدرس

- أخذ المثلثات المتشابهة.
- استعمل المثلثات المتشابهة في حل المسائل.

تحديد المثلثات المتشابهة: تعلمت في الفصل الثالث عدة اختبارات لتحديد إذا كان مثلثان متطابقين أم لا، ولتشابه المثلثات اختبارات أيضًا.

معمل الهندسة

المثلثات المتشابهة

- ارسم $\triangle DEF$ الذي فيه $m\angle D = 35$, $m\angle F = 80$, $DF = 4$ cm.
- ارسم $\triangle RST$ الذي فيه $m\angle T = 35$, $m\angle S = 80$, $ST = 7$ cm.
- أوجد قياس كل من \overline{EF} , \overline{RS} , \overline{RT} .
- احسب النسب $\frac{FD}{ST}$, $\frac{EF}{RS}$, $\frac{ED}{RT}$.

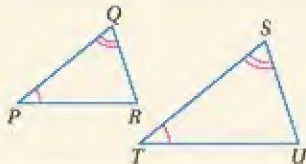
تحليل النتائج

- (1) ماذا يمكنك أن تستنتج حول جميع النسب؟
- (2) كرر النشاط مع مثلثين آخرين (زواياهما متساوية في القياس ولكن أضلاعهما مختلفة في الطول، ثم كرر النشاط لزوج ثالث من المثلثات. هل المثلثان في كل حالة متشابهان؟ وضع إجابتك.
- (3) ما أقل عدد من الشروط اللازمة ليتشابه مثلثان؟

يقودنا المعمل السابق إلى المسألة الآتية:

التشابه بزائويتين (AA)

مسألة 6.1

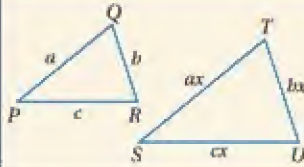


إذا تطابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.

مثال: $\angle Q \cong \angle S$, و $\angle P \cong \angle T$
لذلك $\triangle PQR \sim \triangle TSU$

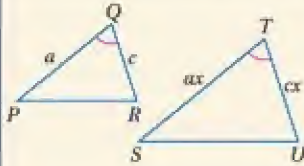
يمكنك أن تستعمل مسألة التشابه AA لإثبات نظريتين تحققان تشابه المثلثات.

النظريات 6.1 و 6.2



6.1 التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)، إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.

مثال، $\triangle PQR \sim \triangle TSU$ لذلك $\frac{PQ}{ST} = \frac{QR}{TU} = \frac{RP}{US}$



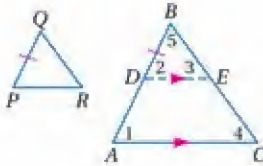
6.2 التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)، إذا كان طول ضلعين في مثلث متناسبين مع طول الضلعين المناظرين في مثلث آخر والزاويتان المحصورتان متطابقتين فإن المثلثين متشابهان.

مثال، $\triangle PQR \sim \triangle TSU$ لذلك $\angle Q \cong \angle T$ و $\frac{PQ}{ST} = \frac{QR}{TU}$

سوف نبرهن النظرية 6.2 في السؤال 23.

برهان

النظرية 6.1



المعطيات، $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RP}{CA}$

المطلوب، إثبات أن $\triangle BAC \sim \triangle QPR$

عين النقطة D على \overline{AB} بحيث يكون $\overline{DB} \cong \overline{PQ}$

وارسم $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ بحيث يكون $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$

برهان حر

بما أن $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ ، فإن $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متناظرتان، و $\angle 3$ و $\angle 4$ زاويتان متناظرتان، لذلك $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 3 \cong \angle 4$. وبناءً على التشابه بـ AA يكون

$\triangle BDE \sim \triangle BAC$. وبما أن $\overline{DB} \cong \overline{PQ}$ ، فإن $DB = PQ$. وبالتعويض في $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RP}{CA}$

نصبح $\frac{DB}{AB} = \frac{BE}{BC} = \frac{ED}{CA}$. ومن تعريف المضلعين المتشابهين، $\frac{DB}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RP}{CA}$

وبالتعويض ينتج $\frac{RP}{CA} = \frac{ED}{CA}$ و $\frac{QR}{BC} = \frac{BE}{BC}$. وهذا يعني أن $QR = BE$ و $RP = ED$ أو $\overline{QR} \cong \overline{BE}$

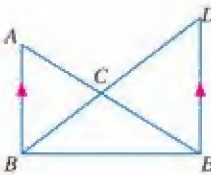
و $\overline{RP} \cong \overline{ED}$. بهذين التطابقين و $\overline{DB} \cong \overline{PQ}$ يكون $\triangle BDE \cong \triangle QPR$ بحسب التطابق بثلاثة

أضلاع (SSS). ومن تعريف تطابق المثلثين، يكون $\angle B \cong \angle Q$ و $\angle 2 \cong \angle P$ ، لكن $\angle 2 \cong \angle A$ ،

لذلك $\angle A \cong \angle P$. ومن التشابه بـ AA يكون، $\triangle BAC \sim \triangle QPR$.

هل المثلثان متشابهان؟

مثال على اختيار معياري



في الشكل إلى اليسار $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ أي نظرية أو مسلمة يمكن أن تستعمل لإثبات أن $\triangle ACB \sim \triangle ECD$ ؟

ASA A SSS B AA C SAS D

اقرأ فقرة الاختيار مطلوب منك تحديد النظرية أو المسلمة التي يمكن أن تستعمل لإثبات أن $\triangle ACB \sim \triangle ECD$ مشابه لـ $\triangle ECD$.

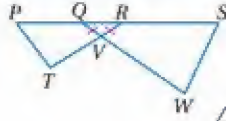
حل فقرة الاختيار بما أن $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ، فإن $\angle BAE \cong \angle DEA$

بحسب نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة، $\angle ACB \cong \angle ECD$ بحسب نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس. إذن، ومن التشابه بـ AA يكون $\triangle ACB \sim \triangle ECD$. إذن، فالجواب C.

إرشادات الاختيار

المثلثات المتداخلة

عندما يتداخل مثلثان، من الأفضل رسمهما منفصلين بحيث تكون الأجزاء المتناظرة في المواقع نفسها على الورقة، ثم كتابة الأجزاء المتناظرة.



(1) في الشكل إلى اليسار، $QV \cong RV$ ، $PR = 9$ ، $QS = 15$ ، $TR = 12$ ، $QW = 20$. أي العبارات الآتية صحيحة؟

$\triangle PTR \sim \triangle QVR$	H	$\triangle PTR \sim \triangle QWS$	F
$\triangle PTR \sim \triangle SWQ$	J	$\triangle QVR \sim \triangle SWQ$	G

ونشابه المثلثات مثل تطابق المثلثات يحقق خواص الانعكاس والتماثل والتعدي.

6.3 النظرية

تشابه المثلثات علاقة انعكاسية ومتماثلة ومتعدية.



مثال، هي المثلث $\triangle ABC$

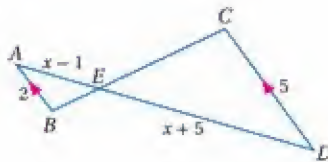
الانعكاس، $\triangle ABC \sim \triangle ABC$ التماثل، إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، فإن $\triangle DEF \sim \triangle ABC$.
التعدي، إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ و $\triangle DEF \sim \triangle GHI$ ، فإن $\triangle ABC \sim \triangle GHI$.

سوف نبرهن النظرية 6.3 في السؤال 25.

استعمال المثلثات المتشابهة: يمكن أن تستعمل المثلثات المتشابهة لحل المسائل.

مثال

أجزاء المثلثين المتشابهين



2 جبر، أوجد AE و DE .

بما أن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ فإن $\angle BAE \cong \angle CDE$

و $\angle ABE \cong \angle DCE$ لأنها زوايا داخلية متبادلة.

وبناءً على التشابه بـ AA يكون $\triangle ABE \sim \triangle DCE$.

وباستعمال تعريف المضلعين المتشابهين

$$\frac{AB}{DC} = \frac{AE}{DE}$$

$$\frac{AB}{DC} = \frac{AE}{DE}$$

بالتعويض

بالضرب التبادلي

خاصية التوزيع

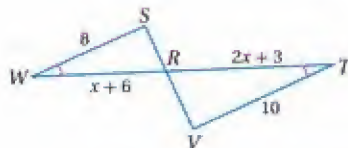
نطرح $5x$ و 10 من الطرفين

بقسمة الطرفين على -3

$$AE = x - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$DE = x + 5 = 5 + 5 = 10$$

والآن، أوجد AE و ED



(2) أوجد قيمة WR و RT .

المثلثات المتشابهة يمكن أن تستعمل في الحسابات غير المباشرة.

إرشادات

مسائل الخلل

في مسائل الخلل، نفترض أن مثلثًا قائم الزاوية يشكل من شعاع للشمس من قمة الجسم إلى طرف الظل.



- 3 منارة، يحتاج خليل تحديد ارتفاع منارة مسجد. فإذا كان طول خليل 1.7 m وطول ظله 70cm، وكان طول ظل المنارة 4.9 m، فكم يبلغ ارتفاع المنارة؟
لو افترضنا أن أشعة الشمس تشكل مثلثين متشابهين،
فيمكن كتابة التناسب على النحو الآتي:

$$\frac{\text{ارتفاع المنارة}}{\text{طول خليل}} = \frac{\text{طول ظل المنارة}}{\text{طول ظل خليل}}$$

بالتعويض، حيث x ارتفاع المنارة

$$\frac{4.9}{0.7} = \frac{x}{1.7}$$

بالضرب التبادلي

$$0.7x = 1.7(4.9)$$

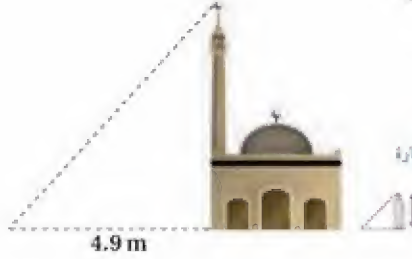
بالتبسيط

$$0.7x = 8.33$$

بقسمة الطرفين على 0.7

$$x = 11.9$$

أي أن ارتفاع المنارة يساوي 11.9 m.

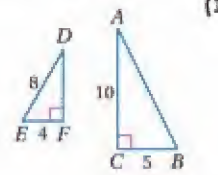
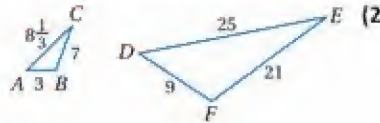


تحقق من فهمك

- 3 يقف كمال إلى جانب برج. فإذا كان طول كمال 180 cm وطول ظله 270 cm، وكان طول ظل البرج 96.75 m، فكم مترًا ارتفاع البرج؟

قائد

حدد إذا كان كل زوج من المثلثات في السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وبرر إجابتك:



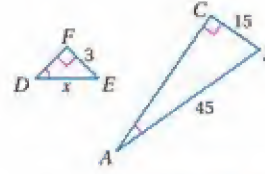
- 3 اختيار من متعدد، إذا كانت $\angle A \cong \angle F$ في $\triangle ABC$ و $\triangle FGH$ ، فأَي مما يأتي سيكون شرطًا كافيًا لتشابه المثلثين؟

A $\frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$ B $\frac{AC}{FH} = \frac{AB}{FG}$ C $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH}$ D $\frac{AB}{BC} = \frac{FG}{GH}$

جبر، حدد المثلثين المتشابهين، وأوجد قيمة x وأطوال الأضلاع المشار إليها في كل سؤال مما يلي:

(5) \overline{AB} و \overline{DE}

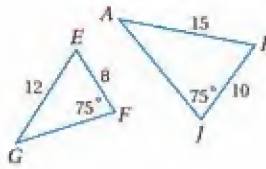
(4) \overline{DE}



- 6 اتصالات، يبلغ طول ظل برج اتصالات هاتفية 100ft، وفي الوقت نفسه يبلغ ارتفاع بناية مجاورة للبرج 4ft 6in وطول ظلها 3ft 4in. أوجد ارتفاع البرج. (إرشاد: ارسم رسمًا توضيحيًا).

مثال 3
(ص. 89)

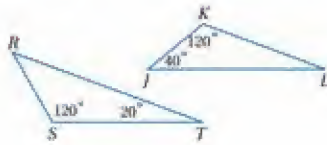
حدد إذا كان كل زوج من المثلثات في الأسئلة الآتية متشابهين أم لا وبرر إجابتك:



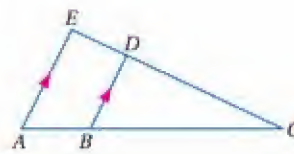
(8)



(7)



(10)



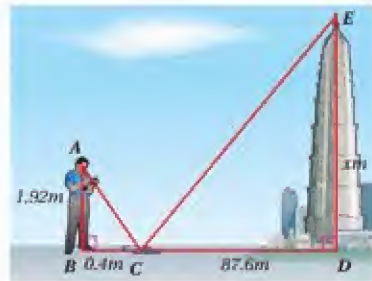
(9)

العدد	الواجب المنزلي
1	7-10
2	11-13
3	14-17

11 تاريخ: أول من قاس ارتفاع الهرم باستعمال الهندسة هو الرياضي اليوناني طاليس، فقد بين أن نسبة ارتفاع الهرم إلى طول عصا غرست عمودياً في الأرض تساوي نسبة طول ظل الهرم إلى طول ظل العصا. فإذا كانت الخطوة في الرسم أدناه تساوي 90cm تقريباً، فكم متراً يكون ارتفاع الهرم تقريباً في ذلك الوقت؟



أبراج. استعمل المعلومات الآتية لحل السؤالين 12 و 13:



لتقدير ارتفاع برج Jin Mao في شنغهاي في الصين، شاهد سائح قمة البرج في مرآة موضوعة على الأرض ووجهها إلى الأعلى.

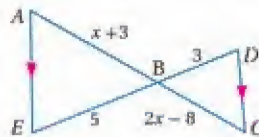
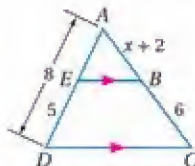
(12) كم متراً ارتفاع البرج تقريباً؟

(13) لماذا تكون طريقة الانعكاس في المرآة في هذه الحالة أفضل للقياس غير المباشر لارتفاع البرج من استعمال الظل؟

جبر. حدد المثلثين المتشابهين، ثم أوجد x وأطوال الأضلاع المشار إليها في كل سؤال.

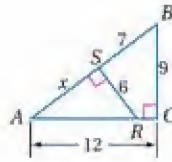
(15) \overline{AC} و \overline{AB}

(14) \overline{BC} و \overline{AB}

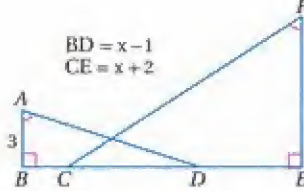


جبر، حدد المثلثين المتشابهين، ثم أوجد قيمة x وأطوال الأضلاع المشار إليها في كل من السؤالين الآتيين:

(17) \overline{AS} و \overline{AB}



(16) \overline{EC} و \overline{BD}



هندسة إحدائية، رؤوس المثلثين ABC و TBS هي:

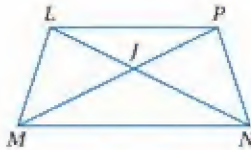
$A(-2, -8), B(4, 4), C(-2, 7), T(0, -4), S(0, 6)$

(18) ارسم المثلثين، وأثبت أن $\triangle ABC \sim \triangle TBS$.

(19) أوجد النسبة بين محيطي المثلثين.

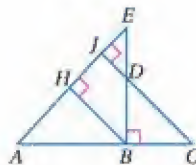
(20) إذا كانت أطوال أضلاع المثلث ABC تساوي 6 cm, 4 cm, 9 cm، وكان $\triangle DEF$ مشابهًا للمثلث ABC ، وطول أحد أضلاع $\triangle DEF$ يساوي 36 cm. فما أكبر قيمة ممكنة لمحيط $\triangle DEF$ ؟ فسر إجابتك.

برهان، اكتب برهانًا من النوع المذكور لحل الأسئلة 21-25.



(21) برهان ذو عمودين

المعطيات، $\overline{LP} \parallel \overline{MN}$
المطلوب، إثبات أن $\frac{LJ}{JN} = \frac{PJ}{JM}$



(22) برهان حر

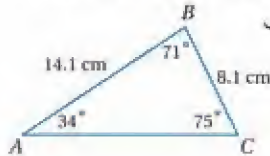
المعطيات، $\overline{EB} \perp \overline{AC}, \overline{BH} \perp \overline{AE}, \overline{CI} \perp \overline{AE}$
المطلوب، إثبات أن (a) $\triangle ABH \sim \triangle DCB$
(b) $\frac{BC}{BE} = \frac{BD}{AB}$

(23) برهان ذو عمودين: إذا كان طولًا ضلعين في مثلث متناسبين مع طولي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر، وكانت الزاويتان المحصورتان متطابقتين، فإن المثلثين متشابهان. (النظرية 6.2)

(24) برهان ذو عمودين: إذا كان طولًا ساقي مثلث قائم الزاوية متناسبين مع طولي ساقي مثلث آخر قائم الزاوية، فإن المثلثين متشابهان.

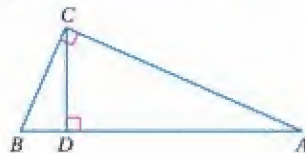
(25) برهان ذو عمودين: تشابه المثلثات يحقق خاصية: الانعكاس والتماثل والتعدي. (النظرية 6.3)

(26) مسألة مفتوحة: ارسم مثلثًا مشابهًا للمثلث ABC ، ووضح كيف تعرف أنهما متشابهان.



(27) تبيرير: هل يمكن أن يكون المثلثان ABC, RST غير متشابهين؟

متشابهين، والمثلثان EFG, RST غير متشابهين، بينما المثلثان ABC, EFG متشابهان؟ اشرح إجابتك.



(28) تحدد: المثلث ABC مشابه للمثلثين الناتجين عن الارتفاع \overline{CD} ، وهذان المثلثان متشابهان. اكتب ثلاث عبارات تمثل تشابه هذه المثلثات، مبينًا لماذا تكون متشابهة.

مسائل مهارات التفكير العليا

(29) **اكتشف الخطأ**، كتبت سامية وغادة تناسبات للمثلثين المتشابهين إلى اليسار. فأيهما إجابتهما صحيحة؟ برر إجابتك.



$$\frac{r}{k} = \frac{m}{s}$$

$$rs = km$$

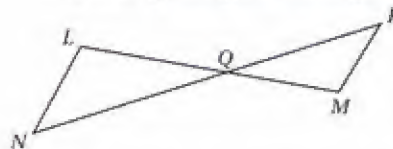
$$\frac{r}{k} = \frac{s}{m}$$

$$rm = ks$$

(30) **انتبه**، قارن بين اختبارات تشابه مثلثين واختبارات تطابق مثلثين.

تدريب على اختبار معياري

(31) في الشكل أدناه LM تقطع NP في النقطة Q.



ما المعلومة الإضافية التي تكفي لإثبات أن $\triangle LNQ \sim \triangle MPQ$ ؟

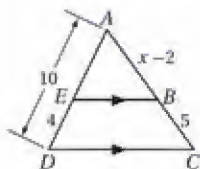
A \overline{MQ} و \overline{LQ} متطابقتان.

B $\angle QMP$ زاوية قائمة.

C \overline{PM} و \overline{LN} متوازيان.

D $\angle PQM$ و $\angle NLQ$ متطابقتان.

(32) إذا كان $\overline{EB} \parallel \overline{DC}$ ، فأوجد قيمة x.



F 9.5

G 5

H 4

J 2

(33) **مراجعة** ما الإحداثي الصادي في الزوج المرتب الذي يمثل حلًا لنظام المعادلتين الخطيتين الآتي؟

$$5x + 3y = 1$$

$$-3x - 2y = -2$$

C 4

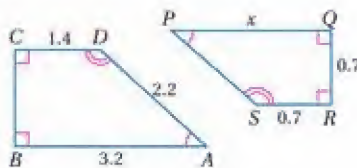
A -5

D 7

B -4

مراجعة تراكمية

(34) إذا كان المثلثان إلى اليسار متشابهين، فاكتب عبارة التشابه، ثم أوجد PS , BC , X ، ومقياس الرسم. (درس 6-2)



حل كل تناسب مما يلي: (درس 6-1)

$$\frac{16}{7} = \frac{9}{s} \quad (38)$$

$$\frac{20}{28} = \frac{m}{21} \quad (37)$$

$$\frac{6}{8} = \frac{7}{b} \quad (36)$$

$$\frac{1}{y} = \frac{3}{15} \quad (35)$$

(39) **قطار الألعاب**، يشترط عند ركوب قطار الألعاب أن يكون طول الراكب 135 cm على الأقل. فإذا كان طول عدنان 165 cm، فهل يمكنه أن يركب القطار؟ أي قانون منطقي يقودك إلى هذه النتيجة؟ (درس 1-4)

الاستعداد

مهارة سابقة وضرورية، اكتب كلاً مما يلي في أبسط صورة: (مهارة سابقة)

$$\sqrt{\frac{32}{108}} \quad (43)$$

$$\sqrt{\frac{72}{144}} \quad (42)$$

$$\sqrt{\frac{75}{81}} \quad (41)$$

$$\sqrt{\frac{24}{64}} \quad (40)$$

اختبار منتصف الفصل

الدروس 1-6 إلى 3-6

مختصر

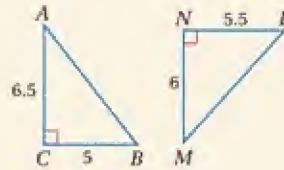
6

حدد إذا كان كل زوج من المضلعات في الأسئلة الآتية متشابهين أم لا . وبرر إجابتك. (درس 2-6)

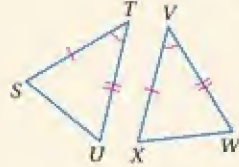
(11)



(12)



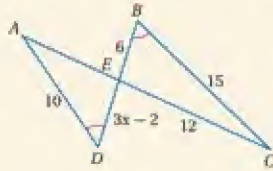
(13)



(14) **عمارة** : بُني نموذج لبرج إيفل في أحد متنزهات الترفيه وكان ارتفاعه $106\frac{2}{3}$ m. فإذا كان ارتفاع برج إيفل الأصلي 320 m. فما مقياس الرسم الذي يقارن النموذج بالأصل؟ (درس 2-6)

حدد المثلثين المتشابهين في كل من السؤالين الآتيين، ثم أوجد قيمة x وأطوال الأضلاع المشار إليها. (درس 3-6)

$\overline{AE}, \overline{DE}$ (15)



$\overline{PT}, \overline{ST}$ (16)



حل كل تناسب مما يأتي: (درس 1-6)

$$\frac{7}{3} = \frac{28}{z} \quad (2) \quad \frac{3}{4} = \frac{x}{12} \quad (1)$$

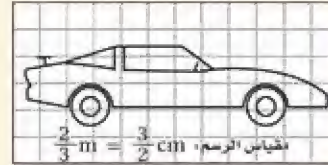
$$\frac{x+2}{5} = \frac{14}{10} \quad (4) \quad \frac{z}{40} = \frac{5}{8} \quad (3)$$

$$\frac{4-x}{3+x} = \frac{16}{25} \quad (6) \quad \frac{3}{7} = \frac{7}{y-3} \quad (5)$$

(7) **خرائط** : يشير مقياس رسم الخريطة إلى أن 1.5 cm تمثل 100 km. إذا كانت المسافة على الخريطة بين مدينتي تبوك ونجران 28.9 cm، فكم تكون المسافة الحقيقية بين المدينتين تقريباً؟ (درس 1-6)

(8) **كرة السلة** : صوّت لاعب دولي في كرة السلة 432 مرة نحو السلة، سجل منها 281 مرة. أوجد نسبة التسجيل لهذا اللاعب، واكتبها بالصورة العشرية مقربة إلى منزلتين عشريتين. (درس 1-6)

(9) **اختيار من متعدد** : يستعمل ماجد ورقة مربعات مستمترة لعمل رسم تخطيطي لسيارته. فإذا كان طول الرسم 11.25 cm، فكم مستمتراً طول السيارة الحقيقي؟ (درس 1-6)



500cm A

489cm B

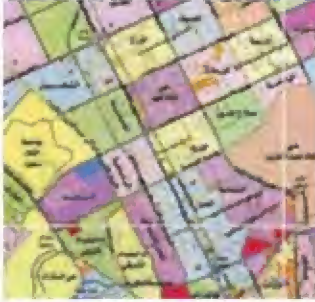
511cm C

333cm D

(10) لوح من الخشب طوله 108cm، قُسم إلى جزأين النسبة بين طوليهما 2:7. فما طول كل جزء؟ (درس 1-6)

المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

Parallel Lines and Proportional Parts



الأسئلة

تتضمن مخططات الشوارع غالبًا خطوطًا متوازية وأخرى متعامدة. فالمخطط إلى اليسار يمثل جزءًا من مدينة الرياض، وتلاحظ فيه الشوارع متوازية أو متعامدة.

فكرة الدرس

- استعمل الأجزاء المتناسبة للمثلثات.
- أقم قطعة مستقيمة إلى أجزاء.

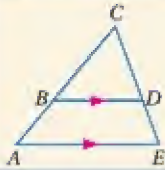
المفردات

القطعة المتوسطة
midsegment

الأجزاء المتناسبة للمثلثات: القواطع غير المتوازية التي تقطع مستقيمتين متوازيين يمكن أن تُمدَّ لتشكِّل مثلثات متشابهة، لذلك تكون أضلاع المثلثات متناسبة.

نظرية التشابه للمثلث

6.4 النظرية

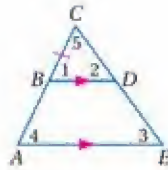


إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين مختلفتين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع متناسبة الأطوال.

$$\text{مثال، إذا كان } \overline{BD} \parallel \overline{AE} \text{، فإن } \frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$$

النظرية 6.4

برهان



المعطيات، $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$

المطلوب، إثبات أن $\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$

برهان حر:

بما أن $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$ ، فإن $\angle 4 \cong \angle 1$ ، و $\angle 3 \cong \angle 2$ لأنها زوايا متناظرة.

وبناءً على التشابه بـ AA يكون $\triangle ACE \sim \triangle BCD$. ومن تعريف المضلعات المتشابهة يكون

$$\frac{CA}{CB} = \frac{CE}{CD}$$

ومن مسطرة جمع القطع المستقيمة يكون $CA = BA + CB$ و $CE = DE + CD$. وبالتعويض بدلاً من CA و CE في التناسب السابق ينتج:

$$\frac{BA + CB}{CB} = \frac{DE + CD}{CD}$$

بتجزئة الطرفين.

$$\frac{BA}{CB} + \frac{CB}{CB} = \frac{DE}{CD} + \frac{CD}{CD}$$

$$\frac{CD}{CD} = 1 \text{ و } \frac{CB}{CB} = 1 \text{ لأن}$$

$$\frac{BA}{CB} + 1 = \frac{DE}{CD} + 1$$

بطرح 1 من الطرفين.

$$\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$$

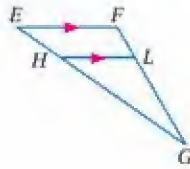
إرشادات

المثلثات المتداخلة

انسخ صورتين للمثلث $\triangle ACE$. قص إحداهما على طول \overline{BD} لتشكِّل المثلثان $\triangle BCD$ و $\triangle ACE$ غير متداخلين. ضع المثلثين بوضع تتقابل فيه الأضلاع المتناظرة والزوايا المتناظرة.

مثال

إيجاد طول ضلع



1 في $\triangle EFG$ ، $\overline{HL} \parallel \overline{EF}$ ، $HG = 21$ ، $EH = 9$ و $FL = 6$ ، فأوجد LG .

من نظرية التناسب للمثلث يكون $\frac{EH}{HG} = \frac{FL}{LG}$

وبتعويض القياسات المعروفة $\frac{9}{21} = \frac{6}{LG}$

بالضرب التبادلي $9(LG) = (21)6$

بالضرب $9(LG) = 126$

بقسمة الطرفين على 9 $LG = 14$

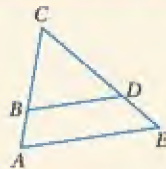
تحقق من فهمك

1 في $\triangle EFG$ ، $FL = 4$ ، $EH = 6$ و $LG = 18$ ، فأوجد HG .

ويمكن أن تستعمل العناصر المتناسبة لمثلث لإثبات عكس النظرية 6.4.

عكس نظرية التناسب للمثلث

6.5 النظرية



إذا قطع مستقيم ضلعين لمثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة، الأطوال المتناظرة منها متناسبة، فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث.

مثال، إذا كان $\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$ فإن $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$.

سوف نبرهن النظرية 6.5 السؤال 42.

مثال

تحديد المستقيمت المتوازية

2 في $\triangle HKM$ إذا كان $HN = 10$ ، $HM = 15$ وطول \overline{HJ} مثلي طول \overline{JK} فحدد إذا كان $\overline{NJ} \parallel \overline{MK}$ أم لا. وبرر إجابتك.

مسألة جمع القطع المستقيمة $HM = HN + NM$

لأن $HN = 10$ ، $HM = 15$ $15 = MN + 10$

نطرح 10 من الطرفين $5 = MN$

ولإثبات أن $\overline{NJ} \parallel \overline{MK}$ ، يجب أن يكون $\frac{HN}{NM} = \frac{HJ}{JK}$

$\frac{HN}{NM} = \frac{HJ}{JK}$ افترض أن $JK = x$ ، فيكون $HJ = 2x$ ، إذن، $\frac{HJ}{JK} = \frac{2x}{x} = 2$

لذلك، $\frac{HN}{NM} = \frac{HJ}{JK} = 2$ وبما أن الأضلاع متناسبة في الطول، فإن $\overline{NJ} \parallel \overline{MK}$

تحقق من فهمك

2 في $\triangle HKM$ ، طول \overline{NM} نصف طول \overline{NH} ، $HJ = 10$ ، و $JK = 6$ ، فحدد إذا كان $\overline{NJ} \parallel \overline{MK}$ أم لا.

القطعة المتوسطة لمثلث هي قطعة مستقيمة طرفيها نقطتا منتصف ضلعين في المثلث.

إرشادات

استعمال الكسور

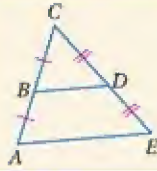
يمكنك أيضًا إعادة كتابة $\frac{9}{21}$ بصورة $\frac{3}{7}$.
استعمل معلوماتك عن الكسور لإيجاد المقام المجهول.

$\times 2$

$\frac{3}{7} = \frac{6}{14}$

$\times 2$

فالمقام يساوي 14.



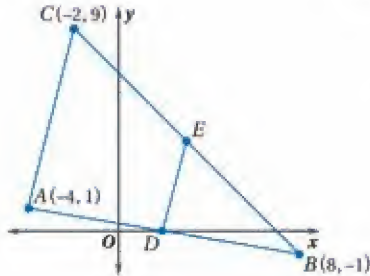
القطعة المنصّفة للمثلث توازي ضلعًا للمثلث، وطولها نصف طوله.
مثال، إذا كانت B و D نقطتي منتصف \overline{AC} و \overline{EC} على الترتيب فإن،
 $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$ و $BD = \frac{1}{2} AE$.

سوف نبرهن النظرية 6.6 في السؤال 43.

مثال

القطعة المنصّفة للمثلث

3 رؤوس $\triangle ABC$ هي: $A(-4, 1)$, $B(8, -1)$, $C(-2, 9)$ و \overline{DE} قطعة منصّفة للمثلث ABC .



(a) أوجد إحداثيات النقطتين D و E .
واستعمل قانون نقطة المنتصف لإيجاد نقطتي
منتصف \overline{AB} و \overline{CB} .

$$D\left(\frac{-4 + 8}{2}, \frac{1 + (-1)}{2}\right) = D(2, 0)$$

$$E\left(\frac{-2 + 8}{2}, \frac{9 + (-1)}{2}\right) = E(3, 4)$$

(b) تحقق من أن \overline{AC} توازي \overline{DE} .
إذا كان ميل \overline{AC} و \overline{DE} متساويين، فإن $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$.
 $(\text{ميل } \overline{DE}) = \frac{0 - 4}{2 - 3} = 4$, $(\text{ميل } \overline{AC}) = \frac{1 - 9}{(-4) - (-2)} = 4$
ولأن الميلين متساويان، فإن $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$.

(c) تحقق من أن $DE = \frac{1}{2} AC$.
استعمل قانون المسافة لإيجاد DE و AC .

$$AC = \sqrt{[-2 - (-4)]^2 + (9 - 1)^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68}$$

$$DE = \sqrt{(3 - 2)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

$$\frac{DE}{AC} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{68}}$$

$$DE = \frac{1}{2} AC \quad \text{إذن،} \quad = \sqrt{\frac{17}{68}} = \frac{1}{2}$$

تحقق من فهمك

رؤوس $\triangle JKL$ هي $J(2, 5)$, $K(-4, -1)$, $L(6, -3)$ و \overline{MN} قطعة منصّفة للمثلث JKL وتوازي \overline{KL} .

3A أوجد إحداثيات كل من M و N .

3B تحقق من أن $\overline{KL} \parallel \overline{MN}$.

3C تحقق من أن $MN = \frac{1}{2} KL$.

إرشادات

مراجعة

تذكر قانوني الميل
والمسافة بين نقطتين
في المستوى.

تقسيم قطع مستقيمة تناسبياً، رأينا أن المستقيمين المتوازيين يقسمان ضلعي مثلث إلى أجزاء متناسبة. وبالمثل، كل ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر تقسم أي قاطعين إلى أجزاء متناسبة. وإذا كانت النسبة تساوي 1، فإن المستقيمات المتوازية تقسم القاطعين إلى أجزاء متطابقة.

مناقشة

6.1 إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر فإن أجزاء القاطعين تكون متناسبة.

مثال، إذا كان $\vec{DA} \parallel \vec{EB} \parallel \vec{FC}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$.

6.2 إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاؤه متطابقة، فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة.

مثال، إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، فإن $\overline{DE} \cong \overline{EF}$.

وسوف نبرهن التيجان 6.1 و 6.2 في السؤالين 40 و 41 على الترتيب.

إرشادات

ثلاثة مستقيمات متوازية

النتيجة 6.1 حالة خاصة من النظرية 6.4. وفي بعض الرسوم لا يظهر المستقيمات القاطعان ملتقيين. ولكنهما إذا مداً فسيتقيان، وعندئذ يشكّلان مثلثاً مع كل مستقيم من المستقيمات المتوازية.

القطع المتناسبة

مثال

4 إذا علمت أن طريق الملك فهد وشارع العليا العام في مدينة الرياض متوازيان ويقطعان طريق مكة وشارع المعذر، فأوجد المسافة بين التقاطعين B و D .



يمكن رسم مستقيم مواز لطريق الملك فهد وتطبيق النتيجة 6.1 لتجد أن

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$$

بالعروض

$$\frac{2.44}{BD} = \frac{2.67}{0.33}$$

بالضرب التبادلي

$$2.67 (BD) = 2.44 (0.33)$$

بالبسيط

$$2.67 (BD) = 0.8052$$

بقسمة الطرفين على 2.67

$$BD \approx 0.30 \text{ km}$$

تحقق من فهمك

4 إذا رسمنا مستقيماً \vec{MN} بحيث يوازي شارع العليا العام، وكانت $\overline{DM} \cong \overline{BM}$ ، فما العلاقة بين \vec{CN} و \vec{EN} ؟

مثال

القطع المتطابقة

5 أوجد قيمة كل من x و y .

لايجاد قيمة x :

$$AB = BC$$

$$3x - 4 = 6 - 2x$$

$$5x - 4 = 6$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

ولايجاد قيمة y :

$$\overline{DE} \cong \overline{EF}$$

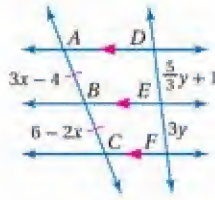
$$DE = EF$$

$$3y = \frac{5}{3}y + 1$$

$$9y = 5y + 3$$

$$4y = 3$$

$$y = \frac{3}{4}$$



معطى

بالتعويض

بإضافة $2x$ إلى الطرفين

بإضافة 4 إلى الطرفين

بقسمة الطرفين على 5

المستقيمات المتوازية التي تقطع قطعًا مستقيمة متطابقة من قاطع، تقطع قطعًا مستقيمة متطابقة من أي قاطع آخر.

تعريف القطع المستقيمة المتطابقة

بالتعويض

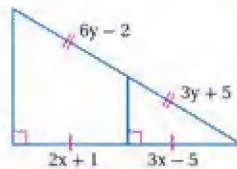
بضرب الطرفين في 3

بطرح $5y$ من الطرفين

بقسمة الطرفين على 4

تحقق من فهمك

5 أوجد قيمة كل من x و y .



لا يمكن تقسيم قطعة مستقيمة إلى ثلاثة أجزاء متطابقة برسم أعمدة منصفة. ولعمل ذلك تستعمل المستقيمات المتوازية ونظريات التشابه الواردة في هذا الدرس. ويمكن اتباع هذا الأسلوب لتقسيم قطعة مستقيمة لأي عدد من الأجزاء المتطابقة.

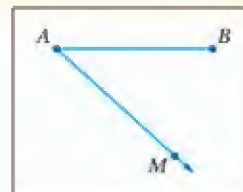
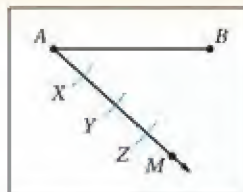
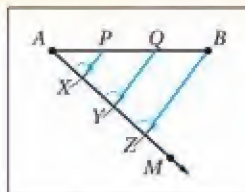
إنشاءات هندسية

تقسيم قطعة مستقيمة إلى ثلاثة أجزاء متطابقة

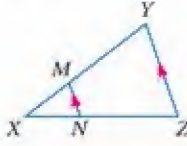
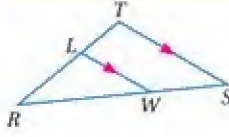
الخطوة 1: ارسم المطلوب تقسيمها، \overline{AB} ثم ارسم \overline{AM} .

الخطوة 2: ثبت الفرجار عند A ، وارسم قوسًا يقطع \overline{AM} في X . استعمل فتحة الفرجار نفسها لرسم \overline{XY} و \overline{YZ} و \overline{ZM} متطابقتين.

الخطوة 3: ارسم \overline{ZB} ، ثم ارسم مستقيمين من X و Y موازيين لـ \overline{ZB} . وسم نقطتي تقاطعهما مع \overline{AB} بـ P و Q .



نتيجة: بما أن المستقيمات المتوازية قطعت قطعًا مستقيمة متطابقة من المستقيم القاطع \overline{AM} ، فإن $\overline{AP} \cong \overline{PQ} \cong \overline{QB}$.



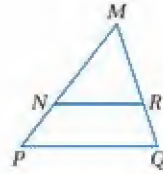
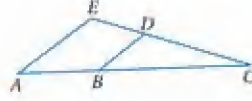
ارجع إلى $\triangle RST$ لحل السؤالين 1, 2.

- (1) إذا كان $RL = 5$, $RT = 9$, $WS = 6$, فأوجد RW .
(2) إذا كان $TR = 8$, $LR = 3$, $RW = 6$, فأوجد WS .

ارجع إلى $\triangle XYZ$ لحل السؤالين 3, 4.

- (3) إذا كان $XM = 4$, $XN = 6$, $NZ = 9$, فأوجد XY .
(4) إذا كان $XN = t - 2$, $NZ = t + 1$, $XM = 2$, $XY = 10$, فأوجد t .

- (5) في $\triangle MNP$, $MP = 25$, $MN = 9$, $MR = 4.5$, $MQ = 12.5$. حدد ما إذا كان $MP \parallel NQ$ أم لا. وبرر إجابتك.
(6) في $\triangle ACE$, $ED = 8$, $DC = 20$, $BC = 25$, $AB = 12$. حدد إذا كان $AE \parallel BD$ أم لا. وبرر إجابتك.



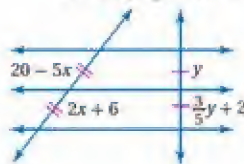
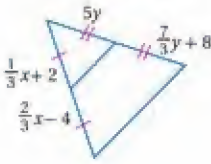
هندسة إحدائية، استعمل المعلومات الآتية لحل الأسئلة 7-9:

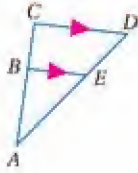
- في $\triangle ABC$ هي $A(-2, 6)$, $B(-4, 0)$, $C(10, 0)$. \overline{DE} قطعة منتصفتوازي \overline{BC} .
(7) أوجد إحداثيات D و E .
(8) تحقق من أن \overline{DE} توازي \overline{BC} .
(9) تحقق من أن $DE = \frac{1}{2} BC$.



- (10) خرائط المسافة من مدخل الحديقة إلى طريق المشاة على امتداد الطريق المرصوف 880 m. إذا كان طريق المشاة يوازي الطريق الترابي، فأوجد المسافة من مدخل الحديقة إلى طريق المشاة على امتداد منطقة الأشجار.

- (11) أوجد قيمة كل من x و y .
(12) أوجد قيمة كل من x و y .





ارجع إلى $\triangle ACD$ لحل الأسئلة 13-15:

(13) أوجد ED إذا كان $AE = 9$, $AB = 6$, $BC = 4$.

(14) أوجد AE إذا كان $ED = 5$, $AB = 12$, $AC = 16$.

(15) أوجد CD إذا كان $BE = 6$, $AE = 8$, $ED = 4$.

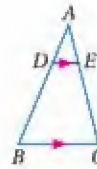
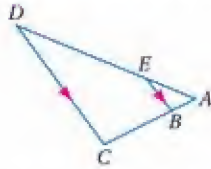
(17) أوجد قيمة x و ED

إذا كان $AE = 3$, $AB = 2$

$ED = 2x - 3$, $BC = 6$

(16) إذا كان $DB = 24$, $AE = 3$

$EC = 18$, فأوجد AD .



(19) أوجد DE , BC , FE , CD إذا كان $AB = 6$

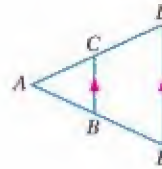
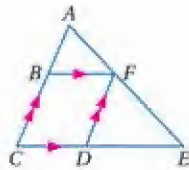
$AF = 8$, $BC = x$, $CD = y$, $DE = 2y - 3$

$FE = x + \frac{10}{3}$

(18) أوجد AC , CD إذا كان x .

$AC = x - 3$, $BE = 20$, $AB = 16$,

$CD = x + 5$



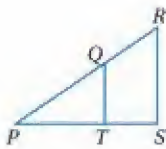
حدد إذا كان $\overline{RS} \parallel \overline{QT}$ أم لا في كل من الحالات الآتية أم لا، وبرر إجابتك:

(20) $PR = 30$, $PQ = 9$, $PT = 12$, $PS = 18$

(21) SP , $QR = 22$, $RP = 65$ ثلاثة أمثال TS .

(22) RQ نصف PQ , $TS = 8.6$, $PS = 12.9$

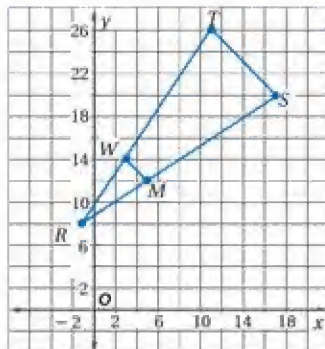
(23) $PQ = 34.88$, $RQ = 18.32$, $PS = 33.25$, $TS = 11.45$



(25) هندسة إحداثية،

بين أن $\overline{WM} \parallel \overline{TS}$ وحدد إذا كانت

WM قطعة منصفة أم لا.

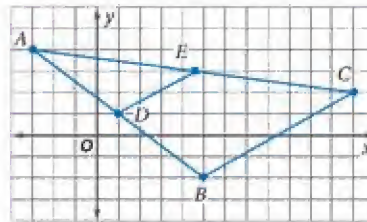


(24) هندسة إحداثية،

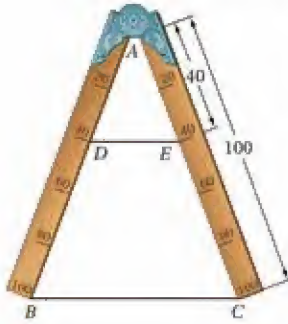
أوجد طول \overline{BC} إذا كان

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ وكانت \overline{DE} قطعة منصفة

للمثلث $\triangle ABC$.



(38) هندسة إحدائية، في $\triangle LMN$ ، \overline{PR} تقسم \overline{NL} و \overline{MN} تناسبياً. إذا كانت $N(8, 20)$, $P(11, 16)$, $R(3, 8)$ وكان $\frac{LP}{PN} = \frac{2}{1}$ ، فأوجد إحداثيات M و L .



(39) تاريخ الرياضيات، الفرجار أداة قياس وحسابات صممها جاليلو في القرن السادس عشر. ولرسم قطعة مستقيمة طولها يعادل خمسي طول قطعة معطاة، اجعل نهايتي ساقَي الفرجار عند طرفي القطعة المعطاة، ثم ارسم قطعة عند العلامة 40 على ساقَي الفرجار. واكتب تبريراً يبين لماذا يستعمل الفرجار لقياسات متناسبة.

برهان، اكتب برهاناً حرّاً لكل من النتيجةين الآتيتين:

(40) النتيجة 6.1 (41) النتيجة 6.2

برهان، اكتب برهاناً ذا عمودين لكل من النظريتين الآتيتين:

(42) النظرية 6.5 (43) النظرية 6.6

إنشاءات: ارسم كل قطعة مستقيمة مما يلي بحسب التعليمات:

(44) قطعة مستقيمة طولها 8 cm مقسمة إلى ثلاث قطع متطابقة.

(45) قطعة مستقيمة مقسمة إلى أربع قطع متطابقة.

(46) قطعة مستقيمة مقسمة إلى قطعتين النسبة بين طوليهما 1 إلى 4.

(47) تبرير، اشرح كيف يمكنك معرفة أن المستقيم الذي يقطع ضلعي مثلث بوازي الضلع الثالث.

(48) مسألة مفتوحة، ارسم قطعتين مستقيمتين يقطعهما ثلاثة مستقيمات بحيث تكون الأجزاء متناسبة، ثم ارسم مثالاً مضاداً.

(49) برهان، اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $AB = 4$, $BC = 4$, $CD = DE$

المطلوب: إثبات أن $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$

(50) تحدّ، انسخ الشكل الوارد مع النتيجة 6.1 في صفحة 98.

وارسم \overline{DC} . سمّ نقطة تقاطع \overline{DC} و \overline{BE} بالحرف G . باستعمال تلك القطعة المستقيمة، وضّح كيف

يمكنك إثبات أن $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$

تحدّ، ارسم شكلاً رباعياً $ABCD$ في مستوى إحدائي، ولتكن النقاط E, F, G, H منتصفات $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ على الترتيب.

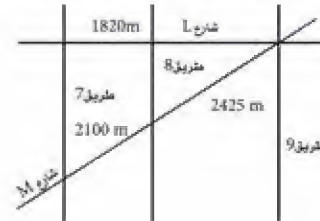
(51) صلّ نقاط المنتصفات لتكوّن الشكل الرباعي $EFGH$. واذكر ما تعرفه عن أضلاع الشكل الرباعي $EFGH$.

(52) هل يصلح التبرير الذي استعملته في حالة المضلع الخماسي؟ وضّح إجابتك.

(53) أبحاث، ارجع إلى المعلومات عن تخطيط المدن في الصفحة 95، واذكر الحقائق الهندسية التي يحتاجها مخططو المدن لتبرير لماذا تكون المسافة المقاسة بين طريق الملك فهد وشارع العليا العام عبر شارع المعذر أطول منها عبر طريق مكة.

مسائل مهارات التفكير العليا

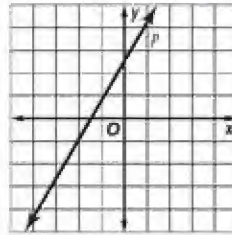
(54) الطرق 7,8,9 متوازية، وتقاطع مع الشارعين L و M .



فإذا كانت هذه الشوارع جميعها قطعاً مستقيمة، فما طول الشارع L بين الطريقتين 7 و 9؟

- A 2101.7m C 3921.7m
B 2145m D 4436m

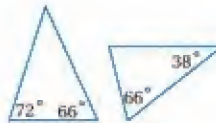
(55) مراجعة ماذا سيحدث لميل المستقيم p إذا دُور بحيث يبقى المقطع الصادي كما هو ويزداد المقطع السيني؟



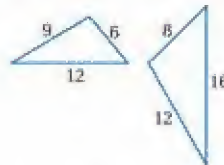
- F سينغير الميل من سالب إلى موجب
G سيصبح الميل صفراً.
H سينقص الميل
J سيزداد الميل

مراجعة تراكمية

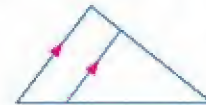
حدد إذا كان كل زوج من المثلثات في الأسئلة الآتية متشابهين أم لا، وبرر إجابتك: (درس 6-3)



(58)

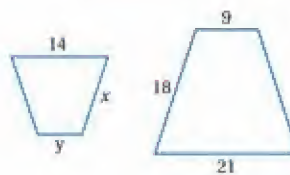


(57)

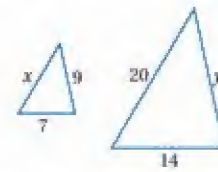


(56)

أوجد قيمة كل من x و y إذا كان كل زوج من المضلعات في السؤالين الآتيين متشابهين: (درس 6-2)



(60)



(59)

(61) جبر محيط الشكل الرباعي $ABCD$ يساوي 95 cm. أوجد طول كل ضلع إذا كان

$$AB = 3a + 2, BC = 2(a - 1), CD = 6a + 4, AD = 5a - 5$$

(مهارة سابقة)

استعد لتدريس الأهل

مهارة سابقة وضرورية، اكتب أزواج الأجزاء المتناظرة جميعها لكل مثلثين متطابقين في الأسئلة الآتية: (درس 3-3)

$$\triangle PQR \cong \triangle KLM$$

$$\triangle RST \cong \triangle XYZ$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

عناصر المثلثات المتشابهة Parts of Similar Triangles

6-5

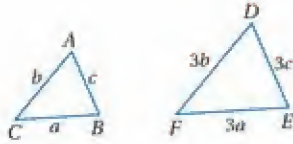


يستعمل المصورون المحترفون أفلامًا لكاميراتهم قياس 35 mm للحصول على صور واضحة. وتكون المسافة بين عدسة الكاميرا واللوحة الزجاجية 6.16 m. فإذا كان طول الصورة على الفيلم 35 mm، فإن المثلثات المتشابهة تمكننا من إيجاد طول اللوحة الأصلية.

الأسئلة

فكرة الدرس

- أعرف علاقات التناسب للمحيطات المتناظرة في المثلثات المتشابهة واستعملها.
- أعرف علاقات التناسب لمثلثات الزوايا المتناظرة والارتفاعات والقطع المتوسطة في المثلثات المتشابهة واستعملها.



المحيط: المثلث ABC يشابه المثلث DEF بمقياس الرسم 1:3 يمكنك استعمال المتغيرات ومقياس الرسم للمقارنة بين محيطي المثلثين. فإذا كانت أطوال أضلاع $\triangle ABC$ هي a, b, c ، فإن أطوال أضلاع $\triangle DEF$ المتناظرة تساوي $3a, 3b, 3c$.

$$\frac{1}{3} = \frac{1(a+b+c)}{3(a+b+c)} = \frac{a+b+c}{3a+3b+3c} = \frac{\text{محيط } \triangle ABC}{\text{محيط } \triangle DEF}$$

أي أن النسبة بين محيطي المثلثين هي النسبة نفسها بين أطوال أضلاع الشكلين المتشابهين. وهذه النتيجة تقودنا إلى النظرية 6.7، وهي نظرية تناسب محيطين.

نظرية تناسب المحيطين

6.7 النظرية

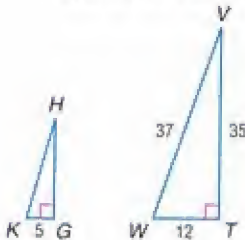
إذا كان المثلثان متشابهين، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

وسوف نبرهن النظرية 6.7 في السؤال 14.

مثال

محيطا مثلثين متشابهين

1 إذا كان، $\triangle GHK \sim \triangle TVW$ ، $TV = 35$ ، $VW = 37$ ، $WT = 12$ ، $KG = 5$ ، فأوجد محيط $\triangle GHK$.



محيط $\triangle TVW$ يساوي $84 = 35 + 37 + 12$.
استعمل التناسب لإيجاد محيط $\triangle GHK$.
افرض أن x يمثل محيط $\triangle GHK$.

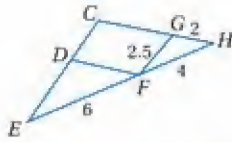
$$\frac{KG}{WT} = \frac{\text{محيط } \triangle GHK}{\text{محيط } \triangle TVW}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{x}{84}$$

$$12x = 420$$

$$x = 35$$

إذن، محيط $\triangle GHK$ يساوي 35 وحدة



(1) إذا كان $\triangle DEF \sim \triangle GFH$ فأوجد محيط $\triangle DEF$.

تحقق من فهمك

قطع مستقيمة خاصة بالمثلثين المتشابهين: فكّر في مثلث رُسم على ورقة ثم وضعت على آلة تصوير لتكبيرها أو تصغيرها، ستجد الصورة مشابهة للمثلث الأصلي. افترض أنك رسمت قطعاً مستقيمة خاصة مثل الارتفاع أو القطعة المتوسطة أو منصف الزاوية للمثلث الأصلي، وعندما كُبرت المثلث الأصلي أو صُغرت، فإن هذه القطع ستكبر أو تصغر بالمعدل نفسه، وهذا ما تنص عليه النظريات 6.8 – 6.10.

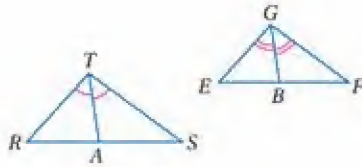
القطع المستقيمة الخاصة لمثلثين متشابهين	النتائج
	<p>6.8 إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.</p> $\frac{QA}{UW} = \frac{PR}{TV} = \frac{QR}{UV} = \frac{PQ}{TU}$
	<p>6.9 إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي منصفَي كل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.</p> $\frac{QB}{UX} = \frac{PR}{TV} = \frac{QR}{UV} = \frac{PQ}{TU}$
	<p>6.10 إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.</p> $\frac{QM}{UY} = \frac{PR}{TV} = \frac{QR}{UV} = \frac{PQ}{TU}$

سوف تبرزهن النظريتان 6.8 و 6.10 في "تحقق من فهمك 2"، وفي السؤال 3 على الترتيب.

إرشادات

تقاطع التلاهي

إذا كُبر مثلث أو صُغّر بشكل متناسب مع المثلث الأصلي فإن تقاطع التلاهي يبقى في الموقع نفسه.



اكتب برهانًا حرًا للنظرية 6.9.

بما أن الزاويتين المتناظرتين اللتين نُصِّفَتَا تمَّ اختيارهما عشوائيًا، فإنه لا ضرورة لإثبات ذلك لكل زوج من منتصفات الزوايا.

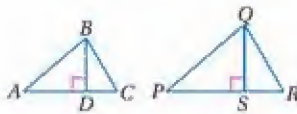
المعطيات: $\triangle RTS \sim \triangle EGF$ و \overline{TA} و \overline{GB} منتصفًا زاويتين.المطلوب: إثبات أن $\frac{TA}{GB} = \frac{RT}{EG}$

برهان حر:

بما أن الزوايا المتناظرة لمثلثين متشابهين تكون متطابقة، فإن $\angle RTS \cong \angle EGF$ ، $\angle R \cong \angle E$ ، ولأنه تم تصنيف $\angle RTS$ و $\angle EGF$ ، فإن $\frac{1}{2} m\angle RTS = \frac{1}{2} m\angle EGF$ ، أو $m\angle RTA = m\angle EGB$ ، $\frac{1}{2} m\angle RTS = \frac{1}{2} m\angle EGF$ ، $\angle RTA \cong \angle EGB$ و $\triangle RTA \sim \triangle EGB$ بناءً على التشابه بـ AA. لذلك $\frac{TA}{GB} = \frac{RT}{EG}$.

تحقق من فهمك

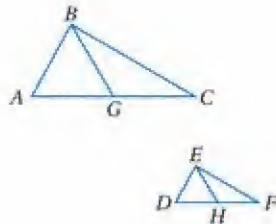
2) اكتب برهانًا حرًا للنظرية 6.8

المعطيات: $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ المطلوب: إثبات أن $\frac{BD}{QS} = \frac{BA}{QP}$ 

القطع المتوسطة للمثلثات المتشابهة تكون متناسبة أيضًا.

القطع المتوسطة للمثلثات المتشابهة

مثال

3) في الشكل إلى اليسار $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. \overline{BG} قطعةمتوسطة في $\triangle ABC$ و \overline{EH} قطعة متوسطة في $\triangle DEF$.أوجد EH إذا كان $BC = 30$, $BG = 15$, $EF = 15$ افرض أن $x = EH$ فيكون:

$$\frac{BG}{EH} = \frac{BC}{EF} \quad \text{الأضلاع المتناظرة متناسبة}$$

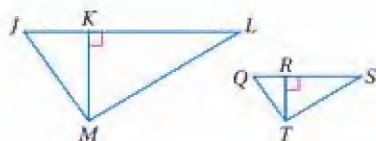
$$\frac{15}{x} = \frac{30}{15} \quad \text{بالتبويض}$$

$$30x = 225 \quad \text{بالضرب التبادلي}$$

$$x = 7.5 \quad \text{بقسمة الطرفين على 30}$$

لذلك $EH = 7.5$.

تحقق من فهمك

3) في الشكل إلى اليسار $\triangle JLM \sim \triangle QST$.ارتفاع $\triangle JLM$ و $\triangle QST$ ارتفاع RT .أوجد RT إذا كان $IL = 12$, $QS = 8$, $KM = 5$.

إرشادات

التناسبيات

يمكن أن يكتب هذا

التناسب بطرق مختلفة.

فالتناسب

$$\frac{BG}{BC} = \frac{EH}{EF} \quad \text{يعطي}$$

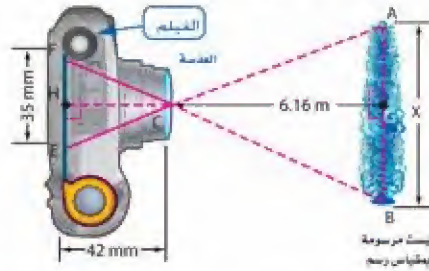
النتيجة نفسها.

ويمكن استعمال نظريات العلاقات بين القطع الخاصة بالمثلثات المتشابهة لحل مسائل من واقع الحياة.

مثال

حل مسائل على تشابه المثلثات

4 تصوير: بالرجوع إلى التطبيق في بداية هذا الدرس، يبين الرسم أدناه موقع الكاميرا والمسافة من عدسة الكاميرا إلى الفيلم. أوجد ارتفاع اللوحة المصوّرة.



الربط مع واقع الحياة
طرحنا الكاميرات الرقمية في الأسواق لأول مرة عام 1994م. وكانت دقة الوضوح 640 × 480 بكسل. وفي عام 2005 أمكن أخذ صورة بدقة وضوح بلغت 2912 × 4368 بكسل بواسطة كاميرا مضخمة تدرجة 12.8 مليون. وهي صورة أوضح بكثير مما تعرضه معظم الحواسيب.

المثلثان ABC و EFC متشابهان، \overline{CH} و \overline{CG} ارتفاعان للمثلثين على الترتيب. وحسب نظرية 6.8 فإن $\frac{AB}{EF} = \frac{GC}{HC}$

$$\begin{aligned} \text{تناسب الارتفاعات} & \quad \frac{AB}{EF} = \frac{GC}{HC} \\ \text{بالتعويض} & \quad \frac{x \text{ m}}{35\text{mm}} = \frac{6.16\text{m}}{42\text{mm}} \\ \text{بالضرب التبادلي} & \quad x \cdot 42 = 35 (6.16) \\ \text{بالتبسيط} & \quad 42x = 215.6 \\ & \quad x = 5.13 \end{aligned}$$

إذن، طول اللوحة 5.13m تقريباً.

تحقق من فهمك



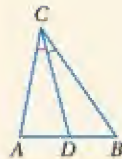
4 حدائق: حديقتان بجوارهما نافورة. فإذا كانت الحديقتان تشكلان مثلثين متشابهين، فأوجد المسافة من مركز النافورة إلى الضلع الأطول في حديقة الفل.

يقسم منتصف زاوية في مثلث الضلع المقابل لتلك الزاوية إلى جزأين، النسبة بين طوليها تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين.

نظرية منتصف الزاوية

6.11 النظرية

منتصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين النسبة بين طوليها تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين.



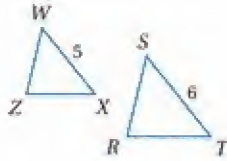
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC} \quad \text{مثال:} \quad \begin{aligned} & \text{القطعتان المشتركتان بالرأس A} \\ & \text{القطعتان المشتركتان بالرأس B} \end{aligned}$$

سوف نبرهن النظرية 6.11 في السؤال 15.

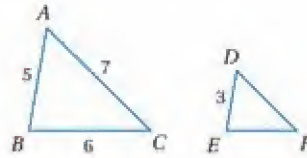
أوجد محيط كل مثلث في السؤالين الآتيين:

مثال 1
(ص. 105)

{2} $\triangle WZX \sim \triangle SRT$ ، إذا كان $\triangle WZX$ ،
 $WX = 5$ ومحيط $\triangle SRT$ يساوي 15



{1} $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، إذا كان $\triangle DEF$ ،
 $AB = 5, BC = 6, AC = 7, DE = 3$



{3} اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية 6.10.

مثال 2
(ص. 107)

أوجد قيمة x في كل من الأسئلة الآتية:

مثال 3
(ص. 107)



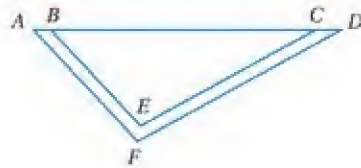
{7} **تصوير:** المسافة بين الفيلم وعدسة كاميرا تساوي 10 cm، وارتفاع الصورة على الفيلم 3 cm. فإذا كان طول سائح 165 cm، فعلى بُعد كم ستمتدّ من الكاميرا يجب أن يقف سائح ليظهر كاملاً في الصورة؟

مثال 4
(ص. 108)

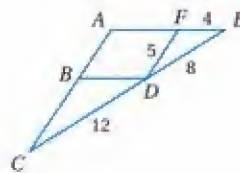
تمارين ومسائل

أوجد محيط كل مثلث في الأسئلة الآتية:

{9} $\triangle ADF \sim \triangle BCE$ ، إذا كان $\triangle ADF$ ،
 $BC = 24, EB = 12, CE = 18, DF = 21$



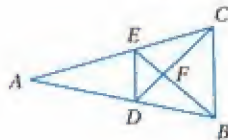
{8} $\triangle BCD \sim \triangle FDE$ ، إذا كان $\triangle BCD$ ،
 $CD = 12, FD = 5, FE = 4, DE = 8$



التمرين	الواجب المنزلي
1	8-13
2	14-18
3	19-22
4	23, 24

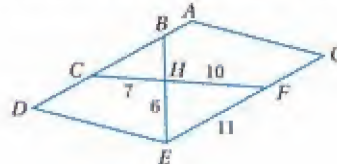
{11} $\triangle DEF \sim \triangle CBF$ ، إذا كان $\triangle DEF$ ،
 ومحيط $\triangle CBF = 27$

$DF = 6, FC = 8$



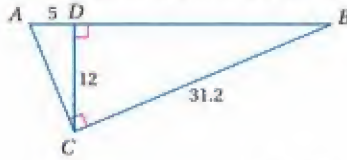
{10} $\triangle CBH \sim \triangle FEH$ ، إذا كان $\triangle CBH$ ،
 والشكل ADEG متوازي أضلاع،

$CH = 7, FH = 10, FE = 11, EH = 6$

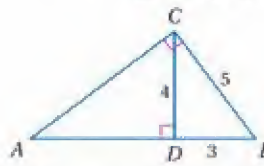


أوجد محيط كل مثلث في السؤالين الآتيين:

- (13) $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ ، إذا كان $AD = 5$, $CD = 12$, $BC = 31.2$



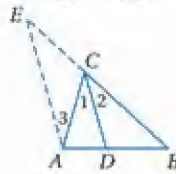
- (12) $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ ، إذا كان $CB = 5$, $CD = 4$, $DB = 3$



برهان، اكتب برهاناً من النوع المذكور لكل سؤال من الأسئلة 14-18:

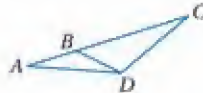
- (15) اكتب برهاناً ذا عمودين لنظرية منتصف الزاوية (النظرية 6.11)

المعطيات، \overline{CD} تنصف $\angle ACB$
وبالعمل $\overline{AE} \parallel \overline{CD}$
المطلوب، إثبات أن $\frac{AD}{AC} = \frac{BD}{BC}$



(17) برهان متسلسل

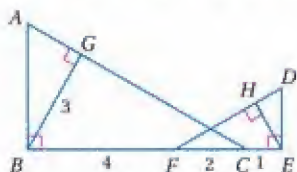
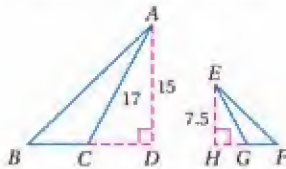
المعطيات، $\angle C \cong \angle BDA$
المطلوب، إثبات أن $\frac{AC}{DA} = \frac{AD}{BA}$



- (19) أوجد EG إذا كان $\triangle ACB \sim \triangle EGF$

\overline{AD} ارتفاع $\triangle ACB$
 \overline{EH} ارتفاع $\triangle EGF$

$AC = 17$, $AD = 15$, $EH = 7.5$

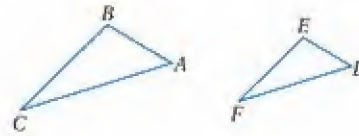


- (14) اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 6.7

المعطيات، $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{m}{n}$$

المطلوب، إثبات أن $\frac{\text{محيط } \triangle ABC}{\text{محيط } \triangle DEF} = \frac{m}{n}$



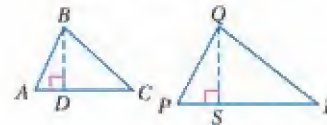
(16) برهان حر

المعطيات، $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

\overline{BD} ارتفاع $\triangle ABC$

\overline{QS} ارتفاع $\triangle PQR$

المطلوب، إثبات أن $\frac{QP}{BA} = \frac{QS}{BD}$

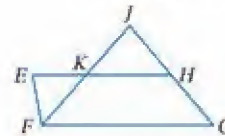


(18) برهان ذو عمودين

المعطيات، \overline{JF} تنصف $\angle EFG$

$\overline{EH} \parallel \overline{FG}$, $\overline{EF} \parallel \overline{HG}$

المطلوب، إثبات أن $\frac{EK}{KF} = \frac{GJ}{JF}$

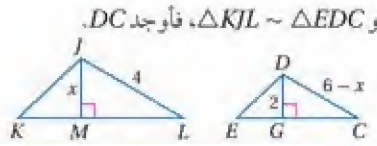


(20) أوجد EH إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

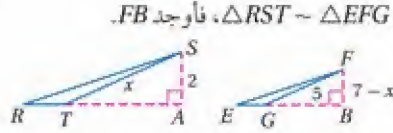
\overline{BG} ارتفاع $\triangle ABC$, \overline{EH} ارتفاع $\triangle DEF$

$BG = 3$, $BF = 4$, $FC = 2$, $CE = 1$

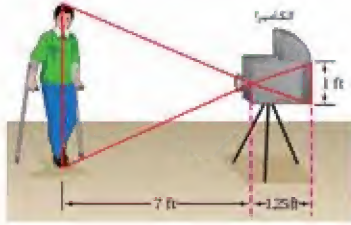
(22) إذا كانت \overline{JM} و \overline{DG} ارتفاعين



(21) إذا كانت \overline{FA} و \overline{FB} ارتفاعين



(23) مضمار جري، يحوي متنزه طريقين لرياضة الجري، مثلثي الشكل ومتشابهين كما هو مبين في الصورة. فإذا كانت أبعاد الطريق الداخلي 300 m ، 350 m و 550 m. وطول الضلع الأقصر للطريق الخارجي 600 m، فهل المسافة التي سيركضها شخص على الطريق الداخلي نصف المسافة التي سيركضها على الطريق الخارجي؟ وضع إجابتك.



(24) تصوير، واحدة من أوائل الكاميرات المكتشفة تسمى الكاميرا الشمسية، وفيها يدخل الضوء من فتحة في مقدمتها وتنعكس الصورة في مؤخرتها مقلوبة رأساً على عقب مشكّلة مثلثين متشابهين. فإذا كان طول صورة شخص في مؤخرة الكاميرا 1 ft، والمسافة من فتحة الكاميرا إلى الشخص 7 ft، وطول الكاميرا نفسها 1.25 ft، فكم طول الشخص الذي تم تصويره؟



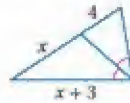
«الربط مع واقع الحياة»

المصورون

يحتاج المصورون إلى نظرة ثاقبة في النقاط الصور، كما أن موقع وزاوية التصوير لهما أثر بالغ في وضوح الصورة.



(26)



(25)

أوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:

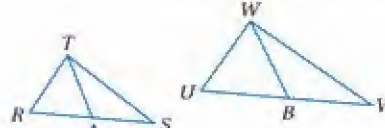
(28) إذا كانت \overline{BF} تنصف $\angle ABC$ ، $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$ ،

$BA = 6$ ، $BC = 7.5$ ، $AC = 9$ ، $DE = 9$ ، فأوجد BD و CF .



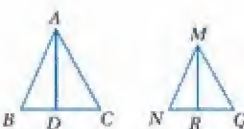
(27) إذا كان $\triangle RST \sim \triangle UVW$

و \overline{TA} ، \overline{WB} قطعتين متوسطتين، $TA = 8$ ، $RA = 3$ ، $WB = 3x - 6$ ، $UB = x + 2$ ، فأوجد UB .

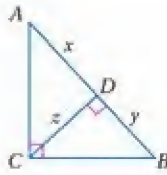


(29) تبوير، وضع ما يجب أن يكون صحيحاً حول المثلثين ABC و MNQ قبل أن تتمكن من استنتاج أن

$$\frac{AD}{MR} = \frac{BA}{NM}$$



مسائل مهارات التفكير العليا



(30) تحدد \overline{CD} ارتفاع المثلث على الوتر \overline{AB} .

ضع تخميناً حول x, y, z . ووضح تبريرك.

(31) مسألة مفتوحة، محيط مثلث 24 cm، ومحيط مثلث آخر 36 cm،

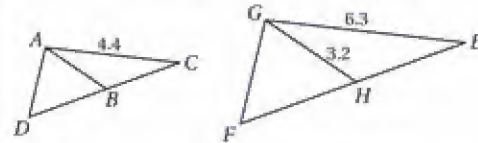
إذا كان طول ضلع في المثلث الصغير يساوي 6 cm، فأوجد الأعداد الصحيحة الممكنة لأطوال الأضلاع الأخرى للمثلثين ليكونا متشابهين.

(32) اكتب، وضح كيف ترتبط الهندسة بالتصوير، مضمناً إجابتك رسماً يوضح كيف تعمل الكاميرا

وبيّن الصورة والفيلم، ولماذا يكون المثلثان المنطبقا الضلعين متشابهين.

تدريب على اختبار معياري

(33) في الشكل أدناه $\overline{FH} \cong \overline{HE}$ و $\overline{DB} \cong \overline{BC}$



إذا كان $\triangle ACD \sim \triangle GEF$ ، فأوجد الطول التقريبي \overline{AB} .

- | | |
|--------|-------|
| 8.7 C | 2.2 A |
| 11.1 D | 4.6 B |

(34) مراجعة، أي مما يأتي يبين العدد 0.00234 مكتوباً بالصورة العلمية؟

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| 2.34×10^{-2} H | 2.34×10^5 F |
| 2.34×10^{-3} J | 2.34×10^3 G |

(35) مراجعة، مجموع ثلاثة أعداد 180. اثنان منها متساويان، وكل منهما يساوي ثلث العدد الأكبر. فما العدد الأصغر؟

- | | |
|------|------|
| 45 C | 30 A |
| 72 D | 36 B |

مراجعة تراكمية

حدد إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{OP}$ في كل من الأسئلة 36-38 أم لا، وبرر إجابتك: (درس 6-4)

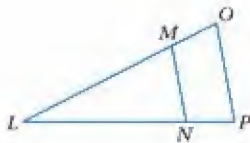
(36) $LM = 7, LN = 9, LO = 14, LP = 16$

(37) $LM = 6, MN = 4, LO = 9, OP = 6$

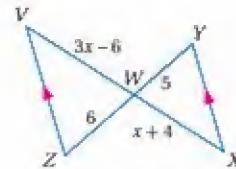
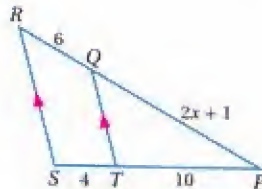
(38) $LN = 12, NP = 4, LM = 15, MO = 5$

عين المثلثين المتشابهين، ثم أوجد قيمة x وطول كل ضلع مذكور في السؤالين الآتيين:

(درس 6-3)



(40) \overline{PQ}



(39) \overline{WX} و \overline{VW}

(41) مهن، يتقاضى عامل أجر طلاء باب السور 25 ريالاً و 16 ريالاً لكل ساعة عمل في طلاء جدار السور. اكتب معادلة تمثل ما

سيكسبه العامل من طلاء سور له باب واحد. (درس 2-4)

معمل الهندسة مثلث سيربنسكي Sierpinski Triangle

توسيع
6-5

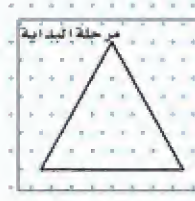
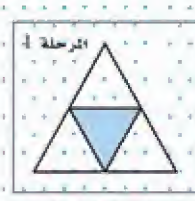
الكسريات هي أشكال هندسية تتيج باستعمال تكرار الأجزاء (iteration). وتكرار الأجزاء هو عملية تكرار للنمط نفسه مرة تلو الأخرى. والكسريات ذاتية التشابه؛ أي أن الأجزاء الصغيرة للشكل لها الخصائص الهندسية نفسها للشكل الأصلي.

نشاط

المرحلة 2: كرر العملية مع المثلثات الثلاثة غير المظلمة. وصل نقاط منتصفات أضلاعها لتشكيل مثلثات أخرى.

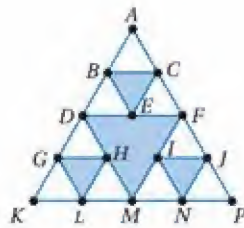
المرحلة 1: وصل نقاط منتصفات أضلاع المثلث لتشكيل مثلثاً آخر، وظلل المثلث الداخلي.

مرحلة البداية: ارسم على ورقة منقطة مثلثاً متطابق الأضلاع، طول كل من أضلاعه 8 وحدات.



وإذا كررت هذه العملية إلى ما لا نهاية، فإن الشكل الناتج يُسمى **مثلث سيربنسكي**.

تحليل النتائج



(1) أكمل حتى المرحلة 4. ما عدد المثلثات غير المظلمة في المرحلة 4؟

(2) ما محيط المثلث غير المظلم في المراحل الخمس الأولى؟

(3) إذا مضيت في هذه العملية إلى ما لا نهاية، فماذا يحصل لمحيط كل مثلث غير مظلم؟

(4) تأمل $\triangle DFM$ في المرحلة 2 لمثلث سيربنسكي إلى اليسار. هل هذا المثلث متطابق الأضلاع؟ هل $\triangle BCE$ أو $\triangle GHL$ أو $\triangle IJN$ متطابق الأضلاع؟

(5) هل $\triangle BCE \sim \triangle DFM$ ؟ برّر إجابتك.

(6) كم مرة تطبق المرحلة 1 في المرحلة 2 لمثلث سيربنسكي؟

للسؤالين 7 و 8، استعمل المعلومات الآتية:

يمكن رسم شجرة كسرية بعمل غصنين جديدين من طرف كل غصن أصلي، بحيث يكون طول كل غصن منها مساوياً لثلث طول الغصن السابق له.

(7) ارسم المرحلتين الثالثة والرابعة للشجرة الكسرية، وما العدد الكلي للأغصان في المراحل الأربع جميعها؟ (لا تلجأ إلى عد الأغصان).

(8) أوجد نمطاً لتوقع عدد الأغصان في كل مرحلة.



دليل الدراسة والمراجعة

المفصل 6

المفردات الأساسية

- الضرب التبادلي (ص 71)
- الطرفان (ص 71)
- الوسطان (ص 71)
- القطعة المنصّفة (ص 96)
- التناسب (ص 71)
- النسبة (ص 70)
- معامل التشابه (معامل الرسم) (ص 79)
- المضلعات المتشابهة (ص 78)

اختبر مفرداتك

حدد إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فغيّر الكلمة أو العدد الذي تحته خط لتجعل العبارة صحيحة:

- (1) الرمز ~ يعني "متطابق ل"
- (2) القطعة المنصّفة لمثلث هي قطعة مستقيمة طرفاها نقطتا منتصفي ضلعين للمثلث.
- (3) يكون المضلعان متشابهين إذا فقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة وأطوال أضلاعهما المتناظرة متساوية.
- (4) AA (زاوية - زاوية) هي مسلمة تطابق.
- (5) التناسب هو مقارنة بين كميتين باستعمال القسمة.
- (6) إذا تشابه مثلثان فإن محيطيهما يتناسبان مع قياسات الزوايا المتناظرة.
- (7) القطعة المنصّفة لمثلث توازي أحد أضلاع المثلث، وطولها يساوي ثلي طول ذلك الضلع.
- (8) إذا قطع مستقيم ضلعين لمثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة تتناسب فيها القطع المتناظرة، فإن المستقيم له نصف طول الضلع الثالث.

المطلوبات

فصلك أفكار



تأكد أنك دوت المفاهيم الأساسية في مطوبتك.

مفاهيم أساسية

التناسب (الدروس 1-6)

• لكل عددين a و c ولكل عددين غير صفريين b و d يكون $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ إذا فقط إذا كان $ad = bc$.

المضلعات المتشابهة والمثلثات المتشابهة (الدروس 2-6 و 3-6)

- يكون المضلعان متشابهين إذا فقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.
- يكون المثلثان متشابهين إذا كانت:
 - AA: زاويتان في أحدهما متطابقتين لزاويتين في المثلث الآخر.
 - SSS: أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين متناسبة.
 - SAS: طولاً ضلعين في أحدهما متناسبين مع طولَي الضلعين المتناظرين لهما في المثلث الآخر، والزوايتان المحصورتان متطابقتين.

الأجزاء المتناسبة (الدروس 4-6)

- إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين مختلفتين فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع أطوالها متناسبة.
- القطعة المنصّفة لمثلث توازي ضلعاً للمثلث، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.

عناصر المثلثين المتشابهين (الدروس 5-6)

- إذا تشابه مثلثان، فإن محيطيهما، وارتفاعيهما المتناظرين، وطول كل من منصفي الزاويتين المتناظرتين، والقطعتين المتوسطتين المتناظرين، تكون متناسبة.

6-1

التناسب (الصفحات 76-70)

حلّ كلّاً من التناسبين الآتيين:

$$\frac{18}{7w+5} = \frac{9}{4w-1} \quad (10) \quad \frac{x-12}{6} = \frac{x+7}{-4} \quad (9)$$

11 مواليد متوسط أطوال وأوزان الأطفال حديثي الولادة 70 cm و 3.46 kg على الترتيب. إذا بقي الطول والوزن متناسبين مع كل الأعمار، فكم يكون متوسط الوزن للبالغين الذين أطوالهم 177.5cm؟ وهل يبقى الطول والوزن متناسبين كلما كبر الأطفال؟ وضح إجابتك.

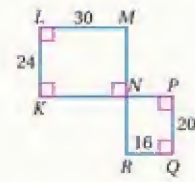
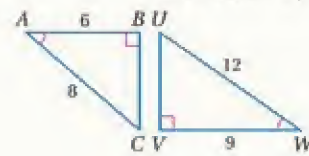
مثال 1 حل $\frac{m-13}{m+13} = \frac{21}{34}$

الناسب الأصلي	$\frac{m-13}{m+13} = \frac{21}{34}$
بالضرب البادلي	$34(m-13) = 21(m+13)$
خاصية التوزيع	$34m - 442 = 21m + 273$
بالطرح	$13m - 442 = 273$
بالجمع	$13m = 715$
بالقسمة	$m = 55$

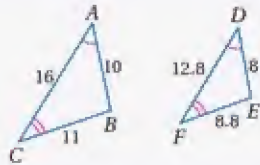
6-2

المضلعات المتشابهة (الصفحات 86-78)

حدد إذا كان كل زوج من الأشكال في السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وبرر إجابتك:



مثال 2 حدد إذا كان المثلثان الآتيان متشابهين أم لا، وبرر إجابتك:



بما أن $\angle A \cong \angle D$ و $\angle B \cong \angle E$ فإن $\angle C \cong \angle F$ وبحسب نظرية الزاوية الثالثة فجميع الزوايا المتناظرة متطابقة.

اختبر تناسب الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1.25 \quad \frac{BC}{EF} = \frac{11}{8.8} = \frac{5}{4} = 1.25 \quad \frac{CA}{FD} = \frac{16}{12.8} = \frac{5}{4} = 1.25$$

إذن، فأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة. وبما أن الزوايا المتناظرة متطابقة، فإن: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

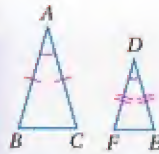
14 النظام الشمسي في نموذج دقيق لنظامنا

الشمسي، وضعت سميرة الأرض على بعد 1 ft من الشمس، علماً بأن المسافة الحقيقية بين الأرض والشمس 93000000 mi. إذا كانت المسافة من بلوتو إلى الشمس 3695950000 mi، فعلى أي بعد من الشمس منتزع سميرة بلوتو في نموذجها؟

دليل الدراسة والمراجعة

المثلثات المتشابهة (الصفحات: 87-93)

6-3



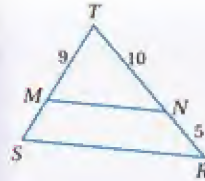
مثال 3 حدد إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وبرر إجابتك.

$\triangle ABC \sim \triangle DFE$ حسب التشابه بـ SAS.

15 قياسات غير مباشرة: لتقدير ارتفاع سارية العلم، شاهدت فاطمة قمة السارية في مرآة موضوعة على الأرض وتبعد عن السارية 21 ft. فإذا كانت فاطمة تقف على بعد 3 ft من المرآة، وارتفاع عينيها عن الأرض 5.8 ft، فكم قدماً طول سارية العلم؟

المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة (الصفحات: 95-104)

6-4



مثال 4 في $\triangle TRS$ ، $TS = 12$ حدد إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{SR}$ أم لا.

إذا كان $TS = 12$ ، فإن $MS = 12 - 9 = 3$

قارن بين أطوال القطع المستقيمة.

$$\frac{TN}{NR} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{TM}{MS} = \frac{9}{3} = 3$$

وبما أن $\frac{TM}{MS} \neq \frac{TN}{NR}$ فإن $\overline{MN} \nparallel \overline{SR}$

استعمل الشكل في مثال 4 لتحديد إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{SR}$ أم لا. بحسب المعلومات الواردة في كل من السؤالين الآتيين، وبرر إجابتك:

$$TM = 21, MS = 14, RN = 9, NT = 15$$

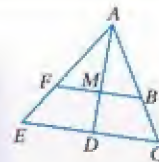
$$SM = 10, MT = 35, TN = 28, TR = 36$$

18 بيوت بيت خشبي يميل سطحه نحو الأرض. أوجد: عرض الدور الثاني x .



عناصر المثلثات المتشابهة (الصفحات: 105-112)

6-5



مثال 5 إذا كان $\overline{FB} \parallel \overline{ED}$ ، $\angle A$ تنصف AD

$$BF = 6, CE = 10$$

$$AD = 5$$

بما أن $\angle EAC \cong \angle FAB$ و $\angle ACE \cong \angle ABF$ فإن

$\triangle ABF \sim \triangle ACE$ بحسب التشابه بـ AA.

$$\frac{AM}{AD} = \frac{BF}{CE}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{6}{10}$$

$$10x = 30$$

$$x = 3$$

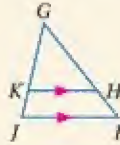
إذن، $AM = 3$

19 عين الإنسان: تستعمل عين الإنسان المثلثات المتشابهة لقلب الشيء وتصغيره عندما يمر خلال العدسة إلى الشبكية. فكم المسافة بين عدسة العين والشبكية؟



- (9) **كرة السلة** : يريد زيد أن يقيس ارتفاع أعلى اللوح الخشبي الحامل لحلقة التسديد . وعند الساعة 4:00 كان طول ظل جدار ارتفاعه 1.4 m يساوي 60 cm وطول ظل اللوح الخشبي 1.8 m . فما ارتفاع أعلى اللوح الخشبي الحامل لحلقة التسديد؟

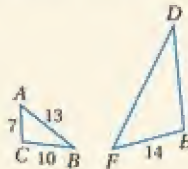
ارجع إلى الشكل أدناه، وأجب عن الأسئلة الآتية:



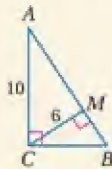
- (10) أوجد KJ إذا كان $HI = 4$, $GJ = 8$, $GH = 12$
 (11) أوجد GK إذا كان $KJ = 6$, $GI = 14$, $GH = 7$
 (12) أوجد GI إذا كان $KJ = 4$, $GH = 9$, $GK = 6$

أوجد محيط المثلث المذكور في كل من السؤالين الآتيين:

- (13) $\triangle DEF \sim \triangle ACB$ إذا كان $\triangle DEF \sim \triangle ACB$



(14) $\triangle ABC$



- (15) **سؤال اختيار من متعدد** : قص جابر لوح فلين مستطيل الشكل طوله 63 cm وعرضه 45 cm . وأراد أن يصنع لوحًا أصغر مشابهًا للوح الأول، فأني مما يأتي يمكن أن تكون أبعادًا للوح الصغير؟

- 5 cm × 7 cm B 3 cm × 4 cm A
 14 cm × 21 cm D 5 cm × 12 cm C

حلّ كلاً من التناسبات الآتية:

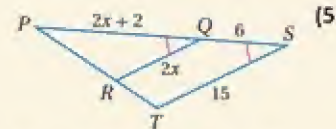
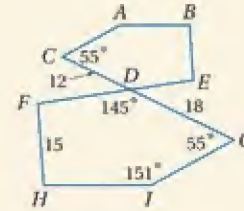
$$\frac{x}{14} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{4x}{3} = \frac{108}{x} \quad (2)$$

$$\frac{k+2}{7} = \frac{k-2}{3} \quad (3)$$

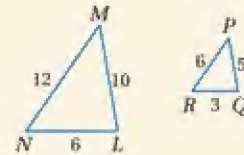
كل زوج من المضلعات في السؤالين الآتيين متشابهان. اكتب عبارة تشابه، وأوجد مقياس الرسم:

(4)

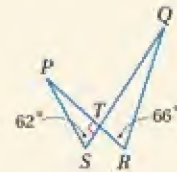


حدد إذا كان كل زوج من المثلثات في الأسئلة الآتية متشابهين أم لا، وبرر إجابتك:

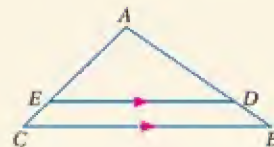
(6)



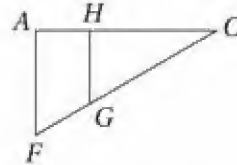
(7)



(8)



5) أي الحقائق الآتية ليست كافية لإثبات أن المثلثين ACF و HCG متشابهان؟



A $\overline{AF} \parallel \overline{HG}$

B $\frac{AC}{HC} = \frac{FC}{GC}$

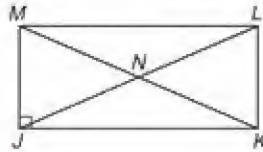
C $\frac{CG}{CF} = \frac{1}{2}$

D $\angle FAH$ و $\angle CHG$ زاويتان قائمتان.

إرشادات للاختبار

سؤال 5 في المثلثين المتشابهين تكون الزوايا المتناظرة متطابقة وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة. وعندما تعين تناسباً تحقق من أنه يفارن بين الأضلاع المتناظرة.

6) في المستطيل $JKLM$ المبين أدناه \overline{JL} و \overline{MK} قطران. فإذا كان $JL = 2x + 5$ ، $KM = 4x - 11$ ، فما قيمة x ؟



7) إذا كان قياس كل زاوية خارجية لمضلع منتظم أقل من

50° ، فأى مما يأتي لا يمكن أن يكون هو المضلع؟

A عشاري (مضلع له عشرة أضلاع)

B ثماني

C سباعي

D خماسي

أجب عن الأسئلة التالية:

1) أي مثلثين مما يأتي ليسا بالضرورة متشابهين؟

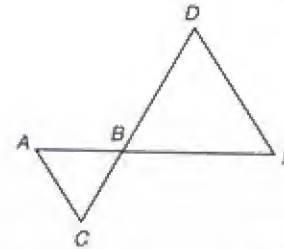
A مثلثان قائما الزاوية قياس زاوية في كل منهما 30° .

B مثلثان قائما الزاوية قياس زاوية في كل منهما 45° .

C مثلثان متطابقا الضلعين.

D مثلثان متطابقا الأضلاع.

2) أي الحقائق الآتية يمكن أن تكون كافية لإثبات أن المثلثين ABC و EBD متشابهان؟



B $\overline{CB} \cong \overline{DB}$

A $\overline{AB} \cong \overline{EB}$

D $\angle D \cong \angle E$

C $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$

3) النسبة بين أطوال أضلاع شكل رباعي هي $2:3:5:9$ ،

وطول الضلع الأطول 13.5 cm ، أوجد محيط الشكل الرباعي بالستمرات.

4) المعطيات، الشكل $MNOP$ شبه منحرف متطابق الساقين

قطراه \overline{MO} و \overline{NP} ، فأى عبارة مما يأتي ليست صحيحة؟

A $\overline{MO} \cong \overline{NP}$

B \overline{MO} نصف \overline{NP}

C $\angle M \cong \angle N$

D $\angle O \cong \angle P$

(8) جبره، ما معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2, 3)$ ويكون

عموديًا على $2x - y = 3$ ؟

$y = 2x - 2$ A

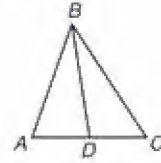
$y = \frac{1}{2}x - 4$ B

$y = -\frac{1}{2}x + 2$ C

$y = -2x + 4$ D

(9) قطعة متوسطة في $\triangle ABC$. إذا كان

$AD = 3x + 5$ و $CD = 5x - 1$ ، فأوجد AC .



3 A

11 B

14 C

28 D

(10) في تجربة مخبرية، سجل أحد الطلبة درجات الحرارة بالدرجات المئوية، وسجل طالب آخر درجات الحرارة نفسها بالدرجات الفهرنهايتية. فإذا رسم الطالبان رسمًا بيانيًا للدرجات المئوية باعتبارها محورًا صاديًا مقابل الفهرنهايتية باعتبارها محورًا سينيًا، فكم يكون ميل هذا الرسم؟

$\frac{5}{9}$ A

1 B

$\frac{9}{5}$ C

2 D

(11) الشكل الرباعي $HJKL$ متوازي أضلاع. إذا كان قطراه متعامدين، فأَي العبارات الآتية يجب أن تكون صحيحة؟

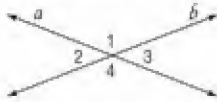
A الشكل الرباعي $HJKL$ مربع.

B الشكل الرباعي $HJKL$ معين.

C الشكل الرباعي $HJKL$ مستطيل.

D الشكل الرباعي $HJKL$ شبه منحرف متطابق الساقين.

(12) إذا كانت الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 3$ متكاملتين، فأَي تبرير يمكنك استعماله كخطوة أولى في إثبات أن $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان؟



A تعريف الزاويتين المتقابلتين بالرأس

B تعريف الزاويتين المتشابهتين

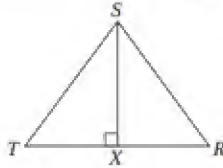
C تعريف المستقيمين المتعامدين

D خاصية القسمة

سؤال ذو مستوى متقدم

سجل إجابتك على ورقة، ووضح خطوات عملك.

(13) يلعب هاني ورياض وفيصل لعبة باستعمال الحبل، حيث يقف هاني ورياض عند النقطتين T و R ويشدان الحبل بينهما. ويقف فيصل عند النقطة S التي تبعد عن R و T بعدين متساويين. وسيقف فيصل إلى النقطة X . أثبت أنه عندما يقفز فيصل إلى الحبل سيكون عند نقطة المنتصف بين هاني ورياض.



13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
3-6	1-7	5-5	2-3	4-1	مهارة سابقة	5-1	5-4	6-3	5-6	6-1	6-4	6-3

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن سؤال ...

فقد إلى ...

التحويلات الهندسية Transformations

الفصل

7

الأشكال الهندسية

- أتعرف الأشكال بعد إجراء عمليات الانعكاس، والإزاحة، والدوران أو التمدد، وتسميتها ورسمها.
- أتعرف أشكالاً مختلفة من التليط وتصميمها.

المفردات

الانعكاس (ص. 123)

reflection

الإزاحة أو الانسحاب (ص. 130)

translation

الدوران (ص. 136)

rotation

التليط (ص. 145)

tessellation

التمدد (ص. 151)

dilation

الربط مع الحياة

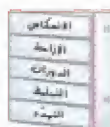


تتكون الأنماط الظاهرة على هذه اللحاف المطرزة من تكرار نمط أساسي يُسمى "البنية"، وتكرر هذا النمط لتغطية مستوى بلا فراغات أو تداخلات يسمى تليطاً.

المَطْوِيَّات

نظم أفكار

التحويلات الهندسية : اعمل هذه المعلقة لمساعدتك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بورقة واحدة.



3 اكتب على كل شريط مفردة من مفردات هذا الفصل.



2 قص أحد نصفيها إلى 5 أسطر متصلة عند خط الطي.



1 امطو الورقة نصفين مطوياً.

التهيئة لفصل 7

تشخيص الاستعداد: هناك بديان للتأكد من المهارات السابقة الضرورية.



البديل 2

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obelkaneducation.com

البديل 1

أجب عن الاختبار الآتي. ارجع إلى المراجعة السريعة، لمساعدتك على ذلك.

مراجعة سريعة

اختبار سريع

مثال 1

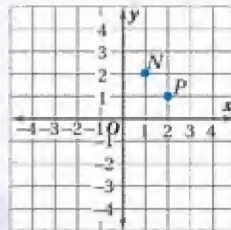
ارسم النقطتين $P(2, 1)$, $N(1, 2)$ في المستوى الإحداثي:

النقطة N :

ابدأ من نقطة الأصل، وتحرك وحدة واحدة إلى اليمين لأن الإحداثي السيني يساوي 1، ثم تحرك وحدتين إلى الأعلى لأن الإحداثي الصادي يساوي 2. وارسم نقطة حيث وصلت وسمها N .

النقطة P :

ابدأ من نقطة الأصل، وتحرك وحدتين إلى اليمين لأن الإحداثي السيني يساوي 2، ثم تحرك وحدة واحدة إلى الأعلى لأن الإحداثي الصادي يساوي 1. وارسم نقطة حيث وصلت وسمها P .



مثال 2

أوجد المسافة بين النقطتين $(2, 1)$, $(6, 4)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(2-6)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

ارسم كل زوج من أزواج النقاط التالية: (مهارة سابقة).

$$A(1, 3), B(-1, 3) \quad (1)$$

$$C(-3, 2), D(-3, -2) \quad (2)$$

$$E(-2, 1), F(-1, -2) \quad (3)$$

$$G(2, 5), H(5, -2) \quad (4)$$

$$I(-7, 10), K(-6, 7) \quad (5)$$

خراطة: استعمل الشكل أدناه لحل الأسئلة 6-8: (مهارة

سابقة)

(6) عند أية نقطة تقع مدينة الرياض؟

(7) عند أية نقطة تقع المدينة المنورة؟

(8) ما اسم المدينة التي يمثلها الزوج $(4, G)$ ؟



استعمل قانون المسافة لإيجاد البعد بين كل نقطتين فيما يلي:

$$(0, 1), (2, 8) \quad (9)$$

$$(-2, 0), (3, 3) \quad (10)$$

في المستوى، يمكنك أن تسحب الأشكال أو تقلبها أيّ تعكسها، أو تقوم بتدويرها، أو تكبيرها أو تصغيرها؛ للحصول على أشكال أخرى. وتستعمل هذه الأشكال المتناظرة في تصاميم ورق الجدران والسيراميك وأشغال فنية مختلفة، وكل شكل مما تراه يناظر شكلاً آخر، وتشكل هذه الأشكال المتناظرة باستعمال التحويلات.

التحويل عملية تنقل الشكل الأصلي إلى شكل آخر جديد يُسمى الصورة. وفيما يلي بعض أنواع التحويلات: (والخطوط الحمراء تبين بعض النقاط المتناظرة).

الانعكاس

يمكن قلب أي شكل فوق خط مستقيم.



التمدد

يمكن تكبير أي شكل أو تصغيره.



الإزاحة أو الانسحاب

يمكن إزاحة أي شكل في أي اتجاه.



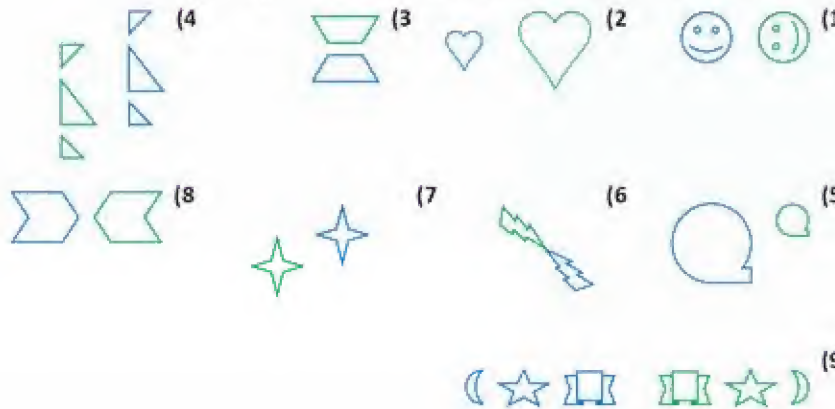
الدوران

يمكن تدوير أي شكل حول نقطة.



تمارين ومسائل

حدّد التحويلات التالية، علماً بأن الشكل الملوّن باللون الأزرق هو الشكل الأصلي:



تحليل النتائج

10 **خمّن**، التحويل متساوي القياس هو التحويل الذي تطابق فيه الصورة الناتجة الأصل. فأثّر التحويلات السابقة متساوية القياس؟

قراءة الرياضيات

حركة الأجسام الصلبة
نعرف حركة الأجسام الصلبة بأنها متقايسة، لأن أبعاد الجسم الأصلي لا تتغير تحت تأثير التحويل الهندسي.

الانعكاس Reflection

7-1



الأسئلة

توفر البرك انعكاسات رائعة لما يحيط بها. ففي الأيام الصافية تلاحظ أن لكل نقطة فوق سطح الماء، نقطة مناظرة لها تحت سطحه هي صورتها الناتجة عن الانعكاس. وتكون المسافة بين النقطة الأصلية وسطح الماء في البركة مساوية للمسافة بين صورتها وسطح الماء.

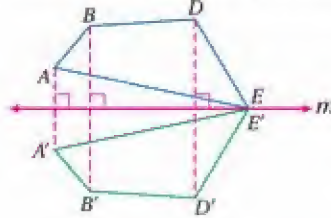
الأفكار الرئيسية

- أرسم الصورة الناتجة عن الانعكاس.
- أتعرف خطوط التماثل ونقاطها وأرسمها.

المفردات

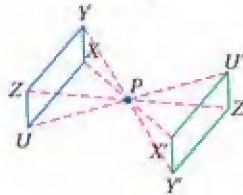
- الانعكاس
reflection
- خط الانعكاس
line of reflection
- تحويل التطابق
أو (التقايس)
isometry
- محور تناظر
line of symmetry
- نقطة التناظر
point of symmetry

رسم الانعكاسات: الانعكاس هو تحويل يُبثّل قلب الشكل في نقطة، أو في خط مستقيم، أو في مستوى. والشكل المجاور يبين انعكاسًا للشكل الرباعي $ABDE$ في الخط المستقيم m . لاحظ أن الخط المستقيم m ينصف القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها ويكون عموديًا عليها. ويُسمى الخط المستقيم m **خط الانعكاس** للشكل $ABDE$ وصورته $A'B'D'E'$. ولأن النقطة E تقع على خط الانعكاس، فتعتبر هي صورتها نقطة واحدة.



A', A'', A''' هي أسماء للنقاط المتناظرة الناتجة من تحويل واحد، أو من عدة من التحويلات.

وقد يكون الانعكاس في نقطة. فمثلاً، يبين الشكل المقابل انعكاس المضلع $WXYZ$ في النقطة P .



لاحظ أن النقطة P هي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة تصل بين أية نقطة من المضلع الأصلي وصورتها.

$$\overline{UP} \cong \overline{U'P}, \overline{XP} \cong \overline{X'P}$$

$$\overline{YP} \cong \overline{Y'P}, \overline{ZP} \cong \overline{Z'P}$$

عند انعكاس شكل في خط مستقيم أو في نقطة، تكون الصورة مطابقة للأصل، وعليه يكون الانعكاس **تحويل تطابق**. أي أن الانعكاس **يحافظ على** المسافات، وقياسات الزوايا، والقطع المستقيمة والأشكال، وهذا النوع من التحويلات يسمى **تقايساً** أيضاً. وفي الشكل أعلاه يكون المضلع $WXYZ \cong U'X'Y'Z'$.

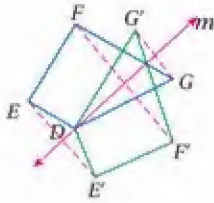
مراجعة المفردات

- تحويل التطابق
- هو تحويل تكون فيه الصورة الناتجة مطابقة للشكل الأصلي.
- (الدرس 3-3)

الزوايا المتناظرة	الأضلاع المتناظرة
$\angle YXU \cong \angle Y'X'U'$	$\overline{XU} \cong \overline{X'U'}$
$\angle XYZ \cong \angle X'Y'Z'$	$\overline{XY} \cong \overline{X'Y'}$
$\angle YZU \cong \angle Y'Z'U'$	$\overline{YZ} \cong \overline{Y'Z'}$
$\angle ZUX \cong \angle Z'U'X'$	$\overline{UZ} \cong \overline{U'Z'}$

مثال

انعكاس شكل في خط مستقيم



1 ارسم صورة الشكل الرباعي $DEFG$ بالانعكاس في الخط المستقيم m .

الخطوة 1،

بما أن النقطة D تقع على خط الانعكاس فإنها وصورتها تقعان على النقطة نفسها على الخط m .
والآن ارسم قطعاً مستقيمة عمودية على الخط المستقيم m من النقاط E, F, G .

الخطوة 2،

عين النقاط E', F', G' بحيث يكون الخط المستقيم m عموداً متصفاً لكل من EE', FF', GG' .

فتكون النقاط E', F', G' هي صور النقاط E, F, G على الترتيب.

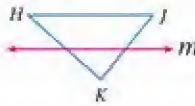
الخطوة 3،

صل الرؤوس D, E', F', G' .

الخطوة 4،

تحقق من أن هذه النقاط هي صور النقاط D, E, F, G .

بما أن النقاط D, E', F', G' هي صور النقاط D, E, F, G الناتجة من الانعكاس في الخط المستقيم m ، فإن الشكل الرباعي $DE'FG'$ هو انعكاس الشكل الرباعي $DEFG$ في الخط المستقيم m .



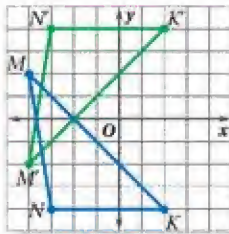
(1) ارسم صورة المثلث HJK بالانعكاس في الخط المستقيم m .

تحقق من ههنا

مثال

الانعكاس في المستوى الإحداثي

2 هندسة إحداثية، رؤوس المثلث KMN هي $K(2, -4), M(-4, 2), N(-3, -4)$.



A ارسم المثلث KMN وصورته الناتجة من الانعكاس حول محور

السينات، وقارن إحداثي كل رأس بإحداثي صورته.

استعمل الخطوط الرأسية للشبكة لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس من رؤوس المثلث بحيث يكون محور السينات على بُعد واحد من الرأس وصورته تجد أن.

$$K(2, -4) \rightarrow K'(2, 4)$$

$$M(-4, 2) \rightarrow M'(-4, -2)$$

$$N(-3, -4) \rightarrow N'(-3, 4)$$

ثم عين صور رؤوس المثلث وصل بينها لتشكّل المثلث $K'M'N'$ الناتج من الانعكاس.

لاحظ أن الإحداثي السيني يبقى كما هو في حين أن الإحداثي الصادي

تغير إشارته عند الانعكاس في محور السينات، أي أن $(a, b) \rightarrow (a, -b)$.

B ارسم المثلث KMN وصورته الناتجة من الانعكاس حول نقطة الأصل، وقارن بين إحداثي كل رأس وإحداثي صورته.

بما أن KK' تمر في نقطة الأصل، لذا استعمل البعدين الأفقي والرأسي للنقطة K عن نقطة الأصل لإيجاد إحداثيات النقطة K' ، ولاحظ أنه إذا تحركت من النقطة K' أربع وحدات للأعلى ووحدة واحدة لليسار تصل إلى نقطة الأصل، لذلك عليك أن تحرك من نقطة الأصل أربع وحدات للأعلى ووحدة واحدة لليسار لتصل إلى النقطة K' ، وبأسلوب نفسه يمكنك إيجاد صور النقطتين الأخريين. وهكذا تجد أن:

قراءة الرياضيات

كتابة مختصرة

بشرا التعبير

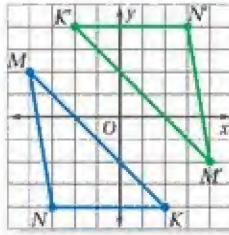
$$k(2, -4) \rightarrow k'(2, 4)$$

على النحو التالي

نقترن النقطة k بالنقطة

k' ، أي أن صورة النقطة k

هي النقطة k' .



$$K(2, -4) \rightarrow K'(-2, 4)$$

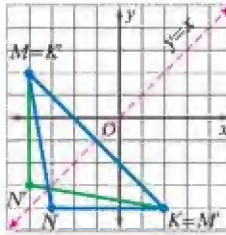
$$M(-4, 2) \rightarrow M'(4, -2)$$

$$N(-3, -4) \rightarrow N'(3, 4)$$

عين صور الرؤوس، وصل بينها لتشكيل المثلث $K'M'N'$.
الناتج من الانعكاس، لاحظ أن المقارنة بين الإحداثيات تبين
 $(a, b) \rightarrow (-a, -b)$

C ارسم المثلث KMN وصورة الناتجة من الانعكاس حول الخط المستقيم $y = x$ ، ثم قارن بين إحداثي كل رأس وإحداثي صورته.

ميل الخط المستقيم $y = x$ يساوي 1 وبما أن القطعة المستقيمة KK' عمودية على الخط المستقيم $y = x$ ، لذا، فميلها يساوي -1 . والآن، ارسم عمودًا من K على المستقيم $x = y$ وحدد النقطة K' بحيث يكون المستقيم $x = y$ منصفًا للقطعة المستقيمة KK' . ستجد أن $K' = M$. ويمكنك التوصل إلى K' من K وذلك بأن تتحرك من النقطة K ثلاث وحدات لليسار وثلاث للأعلى لتصل إلى النقطة الواقعة على المستقيم $y = x$ وتكون القطعة المستقيمة KK' عندها عمودية على المستقيم $y = x$ ، ثم تتحرك من هذه النقطة ثلاث وحدات لليسار وثلاث للأعلى فتصل إلى النقطة $K'(-4, 2)$. وبالطريقة نفسها أوجد صورة M عبر المستقيم $x = y$. ستجد أنها تساوي K ثم أوجد صورة N . ستحصل على:



$$K(2, -4) \rightarrow K'(-4, 2)$$

$$M(-4, 2) \rightarrow M'(2, -4)$$

$$N(-3, -4) \rightarrow N'(-4, -3)$$

صِلْ بين الصور الثلاث لتحصل على الصورة $K'M'N'$ للمثلث الأصلي. وبمقارنة إحداثي كل رأس بإحداثي صورته، تلاحظ أن $(a, b) \rightarrow (b, a)$.

تحقق من فهمك

2A $RUDV$ شكل رباعي رؤوسه هي:

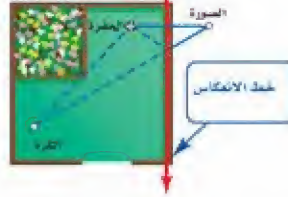
$R(-2, 2)$, $U(3, 1)$, $D(4, -1)$, $V(-2, -2)$

عن الانعكاس حول محور الصادات، ثم قارن إحداثي كل رأس بإحداثي صورته.

2B ارسم الشكل $RUDV$ المذكور في (2A) وصورة الناتجة من الانعكاس حول نقطة الأصل.

2C ارسم $RUDV$ المذكور أعلاه وصورة الناتجة من الانعكاس حول الخط المستقيم $y = x$.

ملخص المفاهيم				
الانعكاس	حول محور السينات	حول محور الصادات	حول نقطة الأصل	حول الخط المستقيم $y = x$
من الأصل إلى الصورة	$(a, b) \rightarrow (a, -b)$	$(a, b) \rightarrow (-a, b)$	$(a, b) \rightarrow (-a, -b)$	$(a, b) \rightarrow (b, a)$
كيفية إيجاد إحداثيات الصورة	اضرب الإحداثي الصادي في (-1)	اضرب الإحداثي السيني في (-1)	اضرب كلا الإحداثيين في (-1)	بدّل الإحداثيين السيني والصادي
مثال				



3 لعبة الجولف: لدى عادل لعبة جولف مصغرة، ويقول إن استعمال الانعكاس يساعد على إدخال الكرة في الحفرة بضربة واحدة. صف أين يجب أن يوجه عادل الكرة ليضمن دخولها في الحفرة من ضربة واحدة؟
لا يستطيع عادل إدخال الكرة في الحفرة بضربة واحدة مباشرة؛ لأنها ستترطم بالحافة المعترضة (كما هو مبين في الشكل).
ولنفادي ذلك، عليه توجيه الكرة عند ضربها لتتصادم حافة الملعب في النقطة المناسبة وترتد باتجاه الفتحة، ولذا عليه تخيل صورة الحفرة الناتجة من انعكاس الحفرة الأصلية على الحافة اليمنى للملعب، ثم يصوب الكرة نحو صورة الحفرة على الحافة اليمنى فتتصادم بالحافة عند النقطة المطلوبة وترتد عنها لتدخل الحفرة (كما هو مبين بالخط الأزرق المتقطع في الصورة الثانية).

تحقق من فهمك

3 يريد ثامر أن يمرر كرة السلة إلى سليمان. صف كيف يمكنه أن يستعمل الانعكاس لمعرفة الموقع الذي عليه أن يوجه الكرة نحوه لتتصادم بأرض الملعب وترتد عنه إلى سليمان ليمسك بها عند مستوى خصره؟

محاور ونقاط التناظر: يمكن طي بعض الأشكال بحيث يكون الجزآن الناتجان متطابقين. خط الطي هذا هو خط انعكاس ويسمى **محور تناظر**. وهناك أشكال أخرى تنعكس جميع تقاطعها في نقطة مشتركة تسمى **نقطة تناظر** لذلك الشكل.



إرشادات

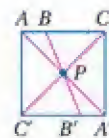
نقطة التناظر

نقطة التناظر لأي شكل هي نقطة المنتصف لكل القطع المستقيمة التي تصل بين نقاط الشكل الأصلي وصورها. وحتى توجد نقطة تناظر للشكل، فإنه لأي نقطة عليه يجب أن توجد صورة لها على الشكل نفسه.

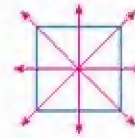
مثال

رسم محاور التناظر

4 ما عدد محاور التناظر للمربع؟ وهل للمربع نقاط تناظر؟



النقطة P هي نقطة التناظر حيث إن:
 $AP = PA'$, $BP = PB'$
 $CP = PC'$ وهكذا.



للمربع أربعة محاور تناظر.

تحقق من فهمك

4 ما عدد محاور التناظر للمستطيل؟ وهل للمستطيل نقاط تناظر؟

ارسم صورتي المضلعين التاليين بالانعكاس حول الخطين المستقيمين ℓ و m :



مثال 1
(من: 124)

هندسة إحدائية، ارسم كلاً من الأشكال التالية وصورة الناتجة من الانعكاس المذكور:

- (3) $\triangle XYZ$ الذي رؤوسه هي $X(0, 0)$, $Y(3, 0)$, $Z(0, 3)$ ، والانعكاس حول محور السينات.
(4) $\triangle ABC$ الذي رؤوسه هي $A(-1, 4)$, $B(4, -2)$, $C(0, -3)$ ، والانعكاس حول محور الصادات.
(5) $\triangle DEF$ الذي رؤوسه هي $D(-1, -3)$, $E(3, -2)$, $F(1, 1)$ ، والانعكاس حول نقطة الأصل.
(6) $\square GHIJ$ الذي رؤوسه هي $G(-1, 2)$, $H(2, 3)$, $I(6, 1)$, $J(3, 0)$ ، والانعكاس حول المستقيم $y = x$

مثال 2
(من: 124-125)

(7) تنس أرضي، صف كيف يمكن أن يستعمل معاذ الانعكاس ليرسل كرة التنس بحيث تصل إلى أدنى من مستوى خصر منافسه.

مثال 3
(من: 126)

حدّد عدد محاور التناظر لكل من الشكلين التاليين، ثم حدد إذا كان له نقطة تناظر أم لا:



مثال 4
(من: 126)

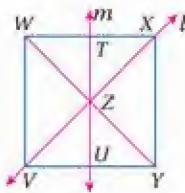
تمارين ومسائل

ارسم كلاً من الشكلين التاليين وصورة الناتجة عن الانعكاس حول الخط المستقيم ℓ :



الوقت المطلوب	الأسئلة
1	10-20
4	21-24
2	25-31
3	32, 33

استعمل الشكل المجاور لحل الأسئلة 12-20:



سمّ صورة كل من الأشكال التالية الناتجة عن الانعكاس حول الخط المستقيم ℓ :

- (12) \overline{WX} (13) \overline{WZ} (14) $\angle XZY$

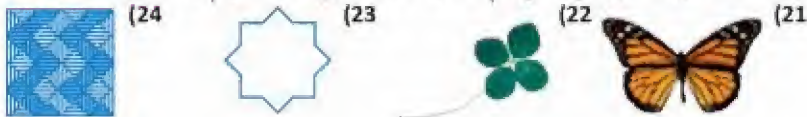
سمّ صورة كل من الأشكال التالية الناتجة عن الانعكاس حول الخط المستقيم m :

- (15) T (16) \overline{UY} (17) $\triangle YVW$

سمّ صورة كل من الأشكال التالية الناتجة عن الانعكاس حول النقطة Z :

- (18) U (19) $\angle TXZ$ (20) $\triangle YUZ$

حدّد عدد محاور التناظر لكل شكل، ثم حدد إذا كان للشكل نقطة تناظر أم لا:



هندسة إحدائية، ارسم كلًا من الأشكال التالية وصورته الناتجة عن الانعكاس المعطى:

(25) \overline{AB} حيث $A(2, 4)$ ، $B(-3, -3)$ ، والانعكاس حول محور السينات.

(26) المربع $QRST$ الذي رؤوسه هي $Q(-1, 4)$ ، $R(2, 5)$ ، $S(3, 2)$ ، $T(0, 1)$ ، والانعكاس حول محور السينات.

(27) \overline{DJ} حيث $D(4, 4)$ ، $J(-3, 2)$ ، وانعكاسها حول محور الصادات.

(28) شبه المنحرف الذي رؤوسه هي $D(4, 0)$ ، $E(-2, 4)$ ، $F(-2, -1)$ ، $G(4, -3)$ ، والانعكاس حول محور الصادات.

(29) الشكل الرباعي $GHIJ$ الذي رؤوسه هي $G(-2, -2)$ ، $H(2, 0)$ ، $I(3, 3)$ ، $J(-2, 4)$ ، والانعكاس حول نقطة الأصل.

(30) $\triangle ABC$ الذي رؤوسه هي $A(-3, -1)$ ، $B(0, 2)$ ، $C(3, -2)$ والانعكاس حول الخط المستقيم $y = x$

(31) $\triangle KLM$ الذي رؤوسه هي $K(4, 0)$ ، $L(-2, 4)$ ، $M(-2, 1)$ والانعكاس حول الخط المستقيم $y = -x$



(32) بلياردو يريد لؤي أن يصوب الكرة البيضاء ليدخل الكرة رقم 8 في الجيب السفلي الأيمن. انقل الشكل إلى دفترك، وارسم مسار الكرة رقم 8.



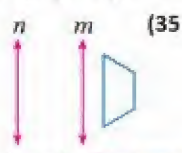
الربط مع الحياة
إن لعبة البلياردو بشكلها الحالي كانت معروفة ومحبيبة منذ بدايات القرن التاسع عشر. ولكن كانت هناك أشكال سابقة لهذه اللعبة منذ القرن الرابع عشر.

(33) تنس الطاولة: يريد ماهر أن يضرب كرة التنس بحيث ترتد عن الطاولة لتصل سامي في مستوى مرفقه. انقل الشكل إلى دفترك وارسم مسار الكرة بعد أن أرسلها ماهر.



(34) هندسة إحدائية، إذا عكس $\triangle ABC$ حول محور السينات، ثم حول محور الصادات، ثم حول نقطة الأصل، وكانت رؤوس الصورة النهائية على النحو التالي: $A'''(4, 7)$ ، $B'''(10, -3)$ ، $C'''(-6, -8)$ ، فما إحداثيات النقاط A ، B ، C ؟

انقل كل شكل مما يلي إلى دفترك، ثم اعكسه حول المستقيم m ، واعكس الصورة الناتجة حول المستقيم n ، ثم قارن الأصل بالصورة النهائية:



مجوهرات: استعمل المعلومات التالية لحل الأسئلة 37-39:

يقص تجار المجوهرات الحجارة الكريمة بأشكال مختلفة. حدد محاور التناظر ونقاط التناظر لأشكال الحجارة الكريمة التالية (إن وجدت):

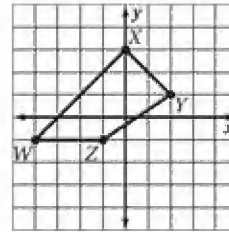
(37) شكل الكثرى (38) شكل القلب (39) شكل حجر الزمرد



- (40) **مسألة مفتوحة** : ارسم شكلاً في المستوى الإحداثي بحيث تكون نتيجة انعكاسه في أي من المحاورين مماثلة تمامًا للأصل. ما نوع الأشكال التي تشترك في هذه الصفة؟
- (41) **تبرير** : أعط مثالاً مضاداً للعبارة التالية: "نقطة تقاطع محوري تناظر أو أكثر لأي شكل مستو تمثل نقطة تناظر لذلك الشكل".
- (42) **تحذير** : بين أن صورة نقطة ما بالانعكاس حول نقطة الأصل هي الصورة ذاتها الناتجة من انعكاس تلك النقطة حول محور السينات، ثم حول محور الصادات.
- (43) **اختبار** : فسر أين يمكن إيجاد انعكاسات في الطبيعة، مضمناً إجابتك مثالين من الطبيعة لكل منهما محور تناظر. ثم ارجع إلى الصفحة 123 ، وأعط تفسيراً عن علاقة بُعد نقطة عن سطح الماء بصورة تلك النقطة في الماء.

تدريب على اختبار معياري

- (44) إذا كان الشكل الرباعي $WXYZ$ هو صورة لانعكاس الشكل الرباعي $WXYZ$ المرسوم أدناه حول محور الصادات، فما إحداثيات النقطة X ؟



- (-3, 0) C (0, -3) A
(3, 0) D (0, 3) B

- (45) **مراجعة** : خطط محمد أن يقود سيارته خلال الأيام الأربعة القادمة لقطع المسافات التالية: 160 mi, 235mi, 185mi, 220mi. فإذا كانت سيارته تحتاج في المتوسط إلى جالون واحد من البنزين لكل 32mi، فكم جالوناً يحتاج محمد لقطع المسافات الأربع؟

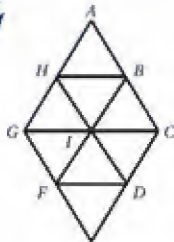
- 32 C 20 A
50 D 25 B

- (46) **مراجعة** : ما مجموعة الحل للمعادلة:
 $3z + 4 < 6 + 7z$

- {z|z < -0.5} C {z|z > -0.5} A
{z|z < -2} D {z|z > -2} B

مراجعة تراكمية

أجب عن الأسئلة 47-49 معتمداً على الرسم المجاور الذي فيه جميع الزوايا الحادة تساوي 60° .



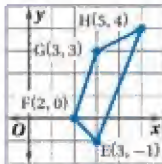
(47) اذكر مثلثين متشابهين؟

(48) اذكر متوازيي أضلاع متشابهين.

(49) اذكر شبهي منحرف متشابهين.

استدلال

مهارة سابقة وضرورية : احسب طول كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي EFGH. (مهارة سابقة)



\overline{FG} (51)

\overline{HE} (53)

\overline{EF} (50)

\overline{GH} (52)

الإزاحة (الانسحاب) Translation

7-2



الانسحاب

تفتتح بعض الاحتفالات الوطنية بعروض عسكرية تزيد بها بهجة وبهاء. وتمثل معظم حركات أعضاء تلك الفرق العسكرية ما يُعرف في الهندسة بالإزاحة أو الانسحاب.

الأفكار الرئيسية

- أوسم الصور الناتجة عن الإزاحة باستعمال إحداثيات النقاط.
- أوسم الصور الناتجة عن الإزاحة باستعمال انعكاسات متكررة.

المفردات

الإزاحة (الانسحاب)
translation
التركيب
composition

الإزاحات باستعمال الإحداثيات: الإزاحة أو الانسحاب هي تحويل ينقل نقاط الشكل جميعها مسافات متساوية وفي الاتجاه نفسه. ويمكن رسم الإزاحات في المستوى الإحداثي إذا علمنا اتجاه الإزاحة وعدد الوحدات التي تحركها الشكل أفقيًا و / أو رأسيًا. فللعدين الثابتين a, b ، الإزاحة تنقل النقطة $P(x, y)$ إلى الصورة: $P'(x + a, y + b)$ أو باختصار $P(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$.

الإزاحة في المستوى الإحداثي

مثال على اختيار معياري

1 إذا كانت إحداثيات رؤوس المثلث QRS هي: $Q(-4, 2)$, $R(3, 0)$, $S(4, 3)$. وأُزيح هذا المثلث 4 وحدات إلى الأسفل، و 6 وحدات إلى اليمين للحصول على المثلث $Q'R'S'$ ، فما إحداثيات رؤوس $Q'R'S'$ ؟

- A $Q'(-8, 8)$, $R'(-1, 6)$, $S'(0, 9)$ C $Q'(-1, -2)$, $R'(-3, -4)$, $S'(-2, 9)$
B $Q'(0, 8)$, $R'(7, 6)$, $S'(8, 9)$ D $Q'(2, -2)$, $R'(9, -4)$, $S'(10, -1)$

اقرأ نص سؤال الاختبار

بطلب إليك إيجاد إحداثيات رؤوس صورة $\triangle QRS$ بعد إزاحته 4 وحدات إلى الأسفل، و 6 وحدات إلى اليمين: أي عندما $(x, y) \rightarrow (x + 6, y - 4)$.

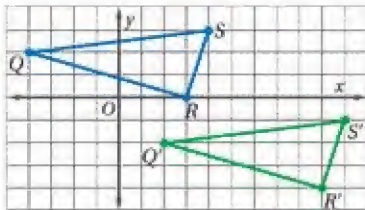
حل سؤال الاختبار

$$Q(-4, 2) \rightarrow Q'(-4 + 6, 2 - 4) = Q'(2, -2)$$

$$R(3, 0) \rightarrow R'(3 + 6, 0 - 4) = R'(9, -4)$$

$$S(4, 3) \rightarrow S'(4 + 6, 3 - 4) = S'(10, -1)$$

وللتحقق من صحة إجابتك، ارسم $\triangle QRS$ وصورته $\triangle Q'R'S'$. يجب أن يكون كل رأس من رؤوس الصورة على بعد 6 وحدات إلى اليمين، و 4 وحدات إلى الأسفل من الرأس الأصلي. الجواب هو البديل D.



تحقق من فهمك

1 رؤوس الشكل الرباعي $HJLK$ هي: $H(1, 0)$, $J(0, 4)$, $L(3, 1)$ و $K(2, 5)$. إذا أُزيح $HJLK$ بمقدار 3 وحدات إلى اليسار و 5 وحدات إلى الأسفل، فما إحداثيات الرأس K' ؟

- A $(-6, -3)$ B $(-1, 0)$ C $(5, 10)$ D $(-5, -10)$

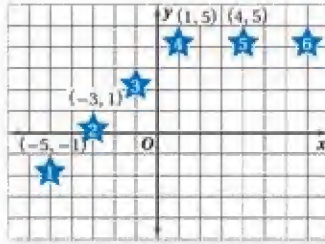
ارشادات الاختبار

اقرأ بعناية

- احرص على قراءة المسائل بانتباه وتأمل. فني المثال المقابل ذكر الإزاحة الرأسية (التغير في الإحداثي الفصدي) قبل الإزاحة الأفقية (التغير في الإحداثي السببي). لذلك أعد ترتيب المعلومات لتتجنب الوقوع في الخطأ.

مثال من واقع الحياة

إزاحات متكررة



الرسوم المتحركة، تستعمل أجهزة الحاسوب في صناعة الرسوم المتحركة. والشكل المجاور يبين إزاحات متكررة للحصول على صور النجمة الظاهرة فيه. أوجد الإزاحة التي تنقل النجمة 1 إلى النجمة 2. استعمل الإحداثيات الظاهرة عند الرأس العلوي لكل نجمة لإيجاد الإزاحات.

قانون الإزاحة

$$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$$

باستخدام الإحداثيات $(-5, -1)$ ، $(-3, 1)$

$$(-5, -1) \rightarrow (-3, 1)$$

$$y + b = 1$$

$$x + a = -3$$

بالنعويض $y = -1$

$$-1 + b = 1$$

بالنعويض $x = -5$

$$-5 + a = -3$$

بالإضافة 1 إلى الطرفين.

$$b = 2$$

بالإضافة 5 إلى الطرفين.

$$a = 2$$

إذن، فالإزاحة $(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 2)$ هي الإزاحة المطلوبة لنقل النجمة 1 إلى النجمة 2.

تحقق من فهمك

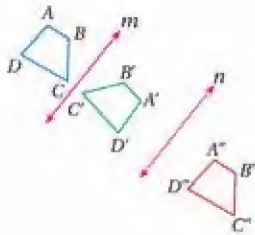
2) أوجد الإزاحة المطلوبة لنقل النجمة 4 إلى النجمة 5.

الإزاحة باستعمال انعكاسات متكررة: توجد طريقة أخرى للحصول على إزاحة لشكل ما، وذلك بانعكاس الشكل في خط مستقيم، ثم انعكاس الصورة الناتجة في خط مستقيم يوازي الخط الأول. ويسمى التحويل الناتج من تحويلات متعاقبة **تركيباً**.

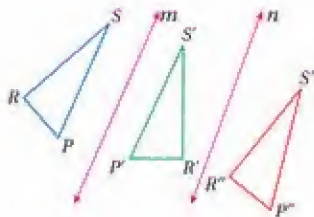
إيجاد إزاحة باستعمال الانعكاسات

مثال

3) الخطان المستقيمان m و n في الشكل إلى اليسار متوازيان. حدد إذا كان الشكل الأحمر هو صورة ناتجة عن إزاحة للشكل الأزرق أم لا.



اعكس الشكل الرباعي $ABCD$ في المستقيم m . لتحصل على الصورة $A'B'C'D'$ والمملونة باللون الأخضر. ثم اعكس الصورة $A'B'C'D'$ في المستقيم n . لتحصل على الصورة الجديدة $A''B''C''D''$ والمملونة باللون الأحمر. لاحظ أن الشكل الرباعي $A''B''C''D''$ له وضع الشكل الأصلي $ABCD$ نفسه. وعليه، يكون الشكل الرباعي $A''B''C''D''$ صورة للشكل الرباعي $ABCD$ بالإزاحة.



3) مستقيماً بالشكل أدناه، حدد إذا كان الشكل الأحمر صورة للشكل الأزرق بالإزاحة أم لا.

إرشادات

تحويلات متساوية القياس

بما أن الإزاحة عبارة عن تركيب انعكاسين، فإن الإزاحة هي تحويل متساوي القياس. أي أن جميع الخصائص التي لا تتأثر بالانعكاس، لن تتأثر أيضاً بالإزاحة وذلك مثل الاستقامة وقياسات الزوايا والمسافات.

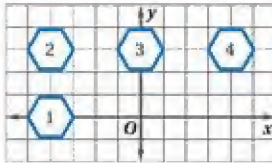
(1) هندسة إحداثية، ارسم \overline{DE} التي طرفاها $E(4, 2)$ ، $D(-3, -4)$ ، ثم ارسم صورتها تحت تأثير الإزاحة: $(x, y) \rightarrow (x + 1, y + 3)$.

(2) تدريب على اختبار معياري، إذا تمت إزاحة $\triangle KLM$ الذي رؤوسه:

$K(5, -2)$ ، $L(-3, -1)$ ، $M(0, 5)$ مسافة 4 وحدات إلى الأسفل و 3 وحدات إلى اليسار

للحصول على $\triangle XYZ$ ، فما إحداثيات رؤوس $\triangle XYZ$ ؟

- A $X(2, -6)$ ، $Y(-6, -5)$ ، $Z(-3, 1)$ C $X(1, -5)$ ، $Y(-7, -4)$ ، $Z(-4, 2)$
B $X(-2, -6)$ ، $Y(-6, -5)$ ، $Z(-3, -1)$ D $X(-1, -5)$ ، $Y(-7, -4)$ ، $Z(-4, -2)$

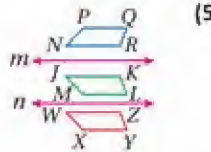


(3) رسوم متحركة، أوجد الإزاحة التي تنقل الشكل السداسي 1 إلى السداسي 2، وكذلك أوجد الإزاحة التي تنقل الشكل السداسي 3 إلى السداسي 4.

مثال 2
أص. 131

المستقيمان m و n في كل من الشكلين التاليين متوازيان. حدّد إذا كان الشكل الأحمر صورة ناتجة عن إزاحة الشكل الأزرق. أجب بـ "نعم" أو "لا"، وفتر إجابتك.

مثال 3
أص. 131



تمارين ومسابقات

هندسة إحداثية، ارسم كلاً من الأشكال التالية وصورها الناتجة عن الإزاحة المعطاة:

(6) \overline{PQ} قطعة مستقيمة طرفاها $P(2, -4)$ ، $Q(4, 2)$ ، أزيحت 3 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى الأعلى.

(7) \overline{AB} قطعة مستقيمة طرفاها $A(-3, 7)$ ، $B(-6, -6)$ ، أزيحت 4 وحدات إلى اليمين ووحدين إلى الأسفل.

(8) $\triangle EFG$ رؤوسه هي: $E(0, -4)$ ، $F(-4, -4)$ ، $G(0, 2)$ ، أزيح حسب القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$

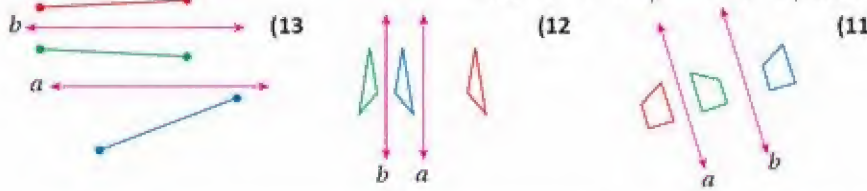
(9) الشكل الرباعي $PQRS$ رؤوسه هي: $P(1, 4)$ ، $Q(-1, 4)$ ، $R(-2, -4)$ ، $S(2, -4)$ ، أزيح حسب القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x - 5, y + 3)$

(10) الشكل الخماسي $VWXYZ$ رؤوسه هي: $V(-3, 0)$ ، $W(-3, 2)$ ، $X(-2, 3)$ ، $Y(0, 2)$ ، $Z(-1, 0)$ ، أزيح حسب القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + 4, y - 3)$

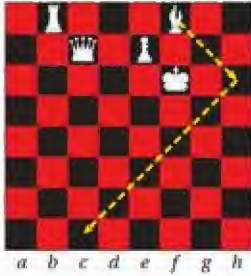
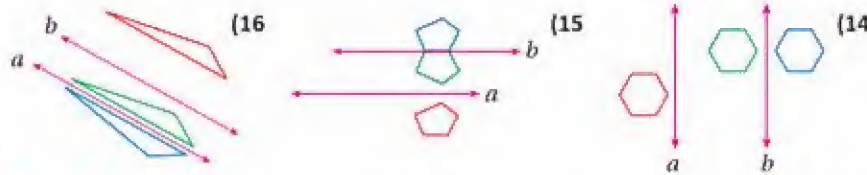
ملامحة الواجب المنزلي

للأسئلة	انظر الأمثلة
1	6-11
3	12-16
2	18, 19

في كل شكل من الأشكال التالية: $a \parallel b$. حدّد إذا كان الشكل الأحمر هو صورة ناتجة عن إزاحة الشكل الأزرق أم لا. أجب بـ "نعم" أو "لا"، وفسر إجابتك.



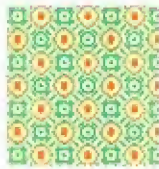
في كل من الأشكال التالية: $a \parallel b$. حدّد إذا كان الشكل الأحمر صورة ناتجة عن إزاحة الشكل الأزرق أم لا. أجب بـ "نعم" أو "لا"، وفسر إجابتك.



(17) **شطرنج**، يمكن أن يتحرك الفيل في المربع f8 بشكل قطري عبر المربعات السوداء. فإذا أصبح الفيل في المربع c1 بعد حركتين، فصف الإزاحة التي نقلت الفيل من المربع f8 إلى المربع c1.

(18) **شطرنج**، صف الإزاحة التي تنقل الوزير من المربع c7 إلى المربع c1 ليقتضي على الفيل.

(19) **يبحث**، ابحث في الإنترنت أو في أي مصدر آخر عن كيفية حركة كل قطعة من قطع الشطرنج واكتب عن حركة واحدة لكل قطعة منها.



(20) **تزيين**، يتألف النمط الظاهر على ورق الجدران في الشكل المجاور من تكرار لأشكال مختلفة. فهل يمكن تقسيم النمط الظاهر فيه إلى نصفين يرسم خط مستقيم بحيث يكون كل نصف انعكاسًا للنصف الآخر حول المستقيم المرسوم؟ فسر إجابتك.



لكل من السؤالين 21, 22 أوجد الإزاحة التي تنقل النقطة $A(-4, 3)$

إلى النقطة A' المعطاة، ثم استخدم هذه الإزاحة لإيجاد B' التي هي صورة النقطة $B(-1, -2)$:

(21) $A'(2, 5)$ (22) $A'(-1, 1)$

هندسة إحدائية، ارسم كلاً من الأشكال التالية وصورها الناتجة عن الإزاحة المعطاة:

(23) $\triangle PQR$ رؤوسه هي: $P(-3, -2)$, $Q(-1, 4)$, $R(2, -2)$ أزيح حسب القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 4)$

(24) $\triangle RST$ رؤوسه هي: $R(-4, -1)$, $S(-1, 3)$, $T(-1, 1)$ انعكس حول الخط المستقيم $y = -2$ ، ثم انعكس حول المستقيم $y = -2$

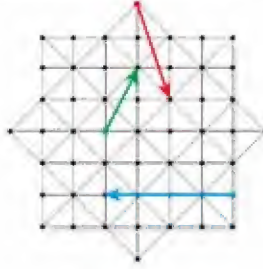
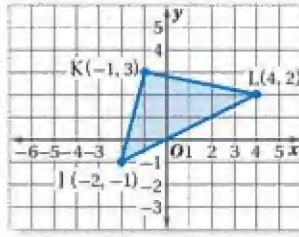
(25) إذا أزيح $\triangle ABC$ حسب القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x - 4, y + 5)$ للحصول على $\triangle A'B'C'$ الذي رؤوسه هي: $A'(-8, 5)$, $B'(2, 7)$, $C'(3, 1)$ فأوجد إحداثيات A , B , C

(26) إذا أزيح المثلث FGH للحصول على $\triangle MNP$. وكانت $F(3, 9)$, $G(-1, 4)$, $M(4, 2)$ ، وكانت $P(6, -3)$ ، فأوجد إحداثيات كل من H , N ، ثم اكتب قاعدة الإزاحة.

الربط مع الحياة



أول من استعمل الورق لتزيين الجدران هم الصينيون الذين ألفوا أوراق الأرز لتزيين الجدران وذلك قبل الميلاد بـ 200 عام. وقد طوّرت الأنماط الحديثة التي تزين ورق الجدران والتي تتكون من نمط أساسي متكرر.



إحداثيات رؤوس $\triangle JKL$ هي: $J(-2, -1)$, $K(-1, 3)$, $L(4, 2)$

27 أوجد قياس كل زاوية من زوايا المثلث باستعمال المنقلة.

28 ارسم الصورة الناتجة من انعكاس $\triangle JKL$ حول الخط المستقيم $x = 2$ ، ثم حول المستقيم $x = 6$.

29 قس $\angle J'$, $\angle K'$, $\angle L'$. وقارن هذه القياسات بقياسات زوايا $\triangle JKL$. أي زوايا هذين المثلثين تتطابق؟ فسر إجابتك.

زخرفة، استعمل المعلومات التالية لحل الأسئلة 30-32:

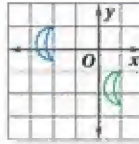
إذا كان أصغر شكل رباعي في الشكل المجاور هو مربع طول ضلعه 2 cm فأوجد الإزاحات التي يمثلها كل من:

30 الخط الأخضر 31 الخط الأزرق 32 الخط الأحمر

33 مسألة مفتوحة، اختر نقطتين A , B في المستوى الإحداثي إحداثياتهما أعداد صحيحة، ثم صف كيف يمكنك استعمال العد لتجد الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى B .

34 تبيرير، اذكر الخصائص التي تحافظ عليها الإزاحة. فسر إجابتك

35 اكتشاف الخطأ، يصف كل من علي ومحمود التحريلات الهندسية التي تجعل الهلال الأزرق صورة للهلال الأزرق في الشكل التالي. فأيهما وصفه صحيح؟ ولماذا؟



محمود

انعكاس الهلال الأزرق حول محور الصادات، ثم انعكاس حول محور السينات

علي

إزاحة الهلال الأزرق 3 وحدات إلى اليمين ووحدين للأسفل

36 تحد، رؤوس المثلث TWY هي: $T(3, -7)$, $W(7, -4)$, $Y(9, -8)$. ورؤوس المثلث

BDG هي: $B(3, 3)$, $D(7, 6)$, $G(9, 2)$. إذا كان $\triangle BDG$ صورة للمثلث TWY تحت تأثير

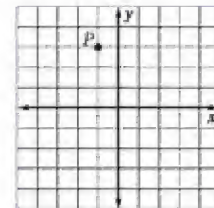
إزاحة ناتجة من انعكاسين في خطين متوازيين، فأوجد معادلتين هذين الخطين.

37 أصحّ، استعمل المعلومات المعطاة في فقرة استعد صفحة 130 لتشرح الإزاحات الناتجة من

تحركات فرق العروض العسكرية، موضحاً ذلك بشرح تحركات نمطية بسيطة لأحد أعضاء الفرقة وعلاقة تحركاته بالإزاحات.

تدريب على اختبار معياري

38 عيّن موقع النقطة P في الشكل أدناه تحت تأثير الإزاحة: $(x + 3, y + 1)$

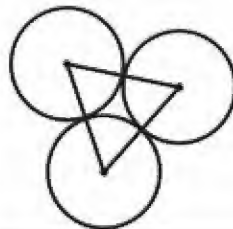


- A (0, 6)
- B (0, 3)
- C (2, -4)
- D (2, 4)

39 مراجعة في الشكل المجاور ثلاث دوائر متطابقة

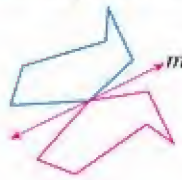
ومتماسية محيط كل منها 44 cm. كم سيطمترًا محيط

المثلث الواصل بين مراكزها؟

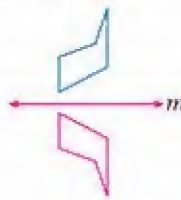


- A 22
- B 42
- C 44
- D 47

انقل الأشكال التالية إلى دفترك، ثم ارسم الصورة الناتجة من انعكاس كل من هذه الأشكال حول الخط المستقيم m . (الدرس 1-7)



(42)



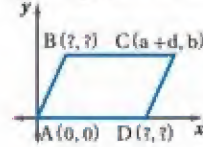
(41)



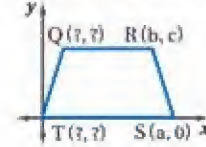
(40)

أوجد الإحداثيات المجهولة في الشكلين التاليين: (الدرس 5-7)

(44) متوازي أضلاع $ABCD$



(43) شبه منحرف متطابق الساقين $QRST$



اذكر الفرضية التي ستبدأ بها كي تبرهن كل عبارة مما يلي برهاناً غير مباشر: (الدرس 3-4)

(45) كل متسوق يدخل المعرض يستقبله مندوب مبيعات.

(46) إذا حصلت على وظيفة، فقد تقدمت بطلب توظيف.

(47) إذا كانت $4y + 17 = 41$ فإن $y = 6$.

(48) إذا تطابقت زاويتان داخليتان متبادلتان ناتجتان عن قطع مستقيم لمستقيمين آخرين، فإن هذين المستقيمين متوازيان.

أوجد المسافة بين كل مستقيمين متوازيين في كل مما يلي: (الدرس 6-2)

(52) $y = x + 2$

(51) $y = 2x + 3$

(50) $y = -6$

(49) $x = -2$

$y = x - 4$

$y = 2x - 7$

$y = -1$

$x = 5$

المهارات

مهارة سابقة وضرورية: ارسم كل زاوية مما يلي باستعمال المنقلة: (مهارة سابقة)

52 (55)

45 (54)

30 (53)



الاستعداد

تنطلق لعبة السيارات على مسار دائري خاص. ولا تكاد تخلو منها أي مدينة للألعاب. وهذه اللعبة تقدم مثالاً على الدوران.

الأفكار الرئيسية

- أوسم الصورة الناتجة من دوران شكل مستعمل زاوية الدوران.
- أتعرف الأشكال التي تحقق التماثل الدوراني.

رسم الأشكال الناتجة عن الدوران: الدوران تحويل تدور به كل نقطة من نقاط الشكل بزوايا معينة واتجاه معين حول نقطة ثابتة تُسمى مركز الدوران.

في المثال 1 أدناه، تمثل النقطة R مركز الدوران للشكل الرباعي $ABCD$. وقياسات الزوايا ARA' , BRB' , CRC' , DRD' كلها متساوية. كذلك فإن أي نقطة P على الشكل الأصلي $ABCD$ لها صورة P' على الشكل $A'B'C'D'$ بحيث يكون قياس $\angle PRP' = \angle PRP'$ مساوياً لقياسات الزوايا المذكورة أعلاه، وتُسمى هذه الزاوية **زاوية الدوران**. ويحقق الدوران خصائص التحويلات التقاسية جميعها، لذا، يُعد الدوران تحويلًا تقاسيًا.

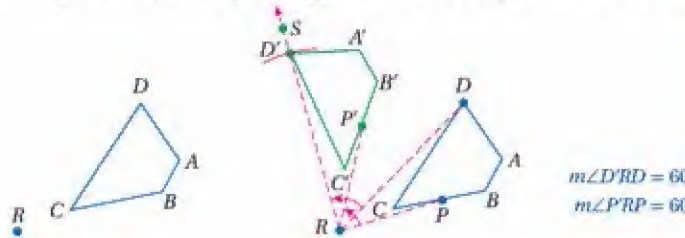
المصطلحات

- الدوران
- rotation
- مركز الدوران
- center of rotation
- زاوية الدوران
- angle of rotation
- التماثل الدوراني
- rotational symmetry
- النقاط الثابتة
- invariant points
- التقاسيس المباشر
- direct isometry
- التقاسيس غير المباشر
- indirect isometry

مثال

رسم الشكل الناتج عن الدوران

1 (a) دور $ABCD$ بزوايا قياسها 60° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة R .

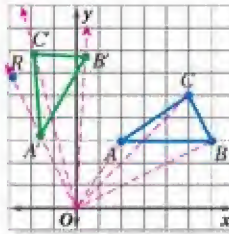
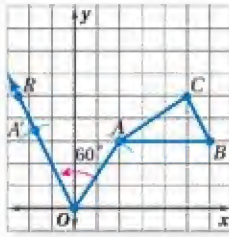


- ارسم قطعة مستقيمة من النقطة R إلى النقطة D .
- استخدم المنقلة لرسم زاوية قياسها 60° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة وأحد ضلعيها \overrightarrow{RD} .
- سمّ الضلع الثاني لهذه الزاوية \overrightarrow{RS} .
- ثبت الفرجار في R ، واقطع من \overrightarrow{RS} قطعة طولها RD وسمّ النقطة الناتجة على \overrightarrow{RS} النقطة D' .
- كرر هذه العملية لكل من الرؤوس الثلاثة A, B, C .
- صل النقاط $A'B'C'D'$.

إرشادات

الالتفاف

الدوران الذي يسمى أحياناً الالتفاف يُقاس عادة باتجاه عكس حركة عقارب الساعة، والالتفاف الكامل يعني 360° (لفة كاملة)، أما نصف الالتفاف فيعني 180° .



(b) المثلث ABC رؤوسه هي: $A(2, 3)$, $B(6, 3)$, $C(5, 5)$

ارسم الصورة الناتجة من دوران $\triangle ABC$ بزاوية قياسها 60° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

• ارسم $\triangle ABC$ أولاً.

• ارسم قطعة مستقيمة من نقطة الأصل O إلى النقطة A .

• استعمل المنقلة لرسم زاوية قياسها 60° باتجاه عكس

حركة عقارب الساعة بحيث يكون \overrightarrow{OA} أحد أضلاعها.

• ارسم \overrightarrow{OR} .

• ثبت الفرجار في النقطة O واقطع من \overrightarrow{OR} قطعة تطابق

\overrightarrow{OA} وسم القطعة الناتجة $\overrightarrow{OA'}$.

• كرر العملية مع كل من النقطتين B و C . لتحصل على

$\triangle A'B'C'$ الذي يمثل الصورة الناتجة من دوران $\triangle ABC$

بزاوية قياسها 60° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

تحقق من فهمك

(1A) انقل المثلث ABC إلى دفترك، ثم دوّره بزاوية قياسها 120° عكس

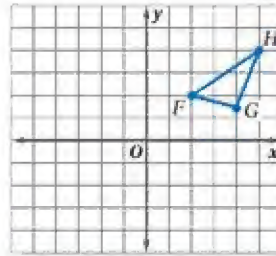
اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة R .

(1B) المثلث FGH رؤوسه هي: $F(2, 2)$, $G(4, 1\frac{1}{2})$, $H(5, 4)$

ارسم صورة $\triangle FGH$ الناتجة من دورانه بزاوية

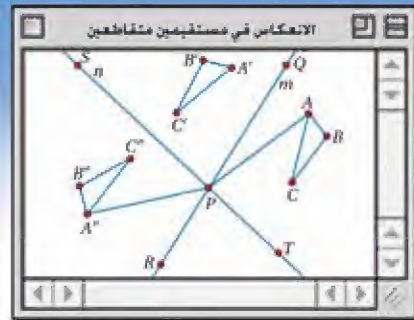
قياسها 90° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة

الأصل.



هناك طريقة أخرى للحصول على دوران لجسم حول نقطة، وذلك بإخضاع الجسم لانعكاسين متعاقبين في خطين متقاطعين. فانعكاس الجسم في خط مستقيم، ثم انعكاس صورته الناتجة في خط مستقيم آخر

معمل هندسة باستخدام الحاسوب



يقطع المستقيم الأول هو مثال آخر على تركيب الانعكاسات.

الانعكاسات المتعاقبة في الخطوط المتقاطعة،

إنشاء شكل،

• أنشئ مثلثاً مختلف الأضلاع باستخدام برنامج رسم هندسي

وسمه ABC .

• أنشئ مستقيمين m و n يتقاطعان خارج $\triangle ABC$.

• سمّ نقطة التقاطع P .

تحليل

- 1) اعكس $\triangle ABC$ في الخط المستقيم m ، ثم اعكس الصورة $\triangle A'B'C'$ في الخط المستقيم n لتحصل على الصورة $\triangle A''B''C''$.
- 2) صف التحويل الذي نقل $\triangle ABC$ إلى $\triangle A''B''C''$.
- 3) قس الزاوية الحادة (الصغرى) الناتجة عن تقاطع المستقيمين m و n .
- 4) أنشئ قطعة مستقيمة من A إلى P ، وقطعة مستقيمة من A'' إلى P . وأوجد قياس زاوية الدوران $\angle APA''$ ، ثم أوجد $m\angle BPB''$ و $m\angle CPC''$.
- كُون تخمينًا
- 5) ما العلاقة بين قياسات زوايا الدوران والزاوية الحادة الناتجة عن تقاطع المستقيمين m و n ؟

عند تدوير شكل ما بطريقة انعكاسين متعاقبين في خطين متقاطعين، تلاحظ أن هناك علاقة بين زاوية الدوران والزاوية الصغرى الناتجة عن تقاطع الخطين المستقيمين.

المُعطيات

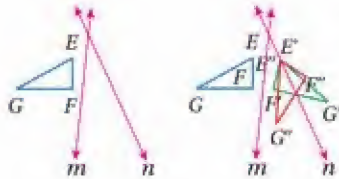
- نظرية 7.1** إذا كانت A في أي دوران هي النقطة الأصلية، و A'' هي الصورة الناتجة من دوران A حول مركز الدوران P ، يكون قياس زاوية الدوران $\angle APA''$ مساويًا ضعف قياس الزاوية الحادة أو القائمة الناتجة من تقاطع خطي الانعكاس.
- نتيجة 7.1** إن نتيجة انعكاسين متعاقبين في خطين مستقيمين متعامدين تعادل دورانًا بزاوية قياسها 180° حول نقطة تقاطع هذين الخطين.

سوف نبرهن النظرية 7.1 والنتيجة 7.1 في السؤالين 32 و 33 على الترتيب.

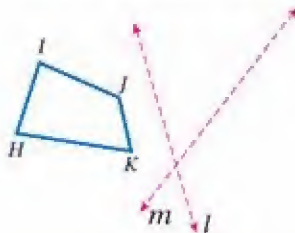
كل تحويل تطابق (تقايس) في المستوى الإحداثي يكون إزاحة أو تركيب إزاحة ودوران وانعكاس.

مثال

الانعكاسات حول الخطوط المتقاطعة



ارسم الصورة الناتجة عن انعكاس $\triangle EFG$ حول الخط المستقيم m ، ثم في الخط المستقيم n . ارسم أولًا الصورة الناتجة عن انعكاس $\triangle EFG$ في الخط المستقيم m ، وسمّها $\triangle E'F'G'$. ثم ارسم صورة $\triangle E'F'G'$ بالانعكاس حول الخط المستقيم n ، وسم الصورة الناتجة $\triangle E''F''G''$. كيف يمكنك نقل $\triangle EFG$ مباشرة إلى $\triangle E''F''G''$ باستعمال الدوران؟



- 2) ارسم صورة الشكل الرباعي $HIJK$ الناتجة عن انعكاسه في الخط المستقيم ℓ ، ثم في الخط المستقيم m .

إرشادات

خطًا شائع

إن الترتيب الذي يتم فيه الانعكاسان المتعاقبان في مستقيمين غير متعامدين لا يؤثر في قياس زاوية الدوران، ولكن يؤثر في اتجاهها حيث يكون الدوران في أحد الترتيبين باتجاه حركة عقارب الساعة، ويكون بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة في الترتيب الآخر.

تحقق من فهمك

التمائل الدوراني: إذا أمكن تدوير شكل بزاوية أقل من 360° حول نقطة وكانت الصورة مطابقة للأصل، نقول عندئذ إن الشكل يحقق **التمائل الدوراني**، أو إنه متمائل دورانيًا.

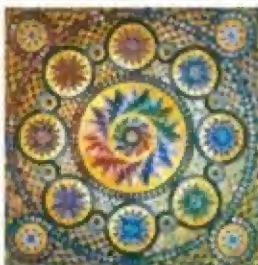


فالشكل الخماسي المنتظم أعلاه يحقق التماثل الدوراني من الرتبة الخامسة؛ وذلك لأن هناك خمس زوايا دوران مختلفة (بما فيها الزاوية صفر) أقل من 360° ، وتكون نتيجة كل منها مطابقة للأصل. ومقدار التماثل الدوراني يساوي 360° مقسومة على الرتبة. وعليه، فإن مقدار التماثل الدوراني للمضلع الخماسي المنتظم يساوي 360° مقسومة على 5، أي 72° .

تحديد التماثل الدوراني

مسألة من واقع الحياة

3 اللحاف المطرّز، اذكر رتبة ومقدار التماثل الدوراني في كل جزء من هذا اللحاف.



(أ) النجمة المركزية الكبيرة:

رتبة التماثل الدوراني لهذه النجمة 20، ومقداره 18° .

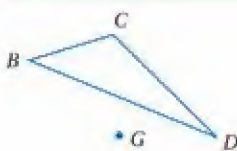
(ب) اللحاف كأكمل:

رتبة التماثل الدوراني لهذا اللحاف 4، ومقداره 90° .

تحقق من فهمك

3 اذكر رتبة التماثل الدوراني ومقداره للشكل الثماني المنتظم.

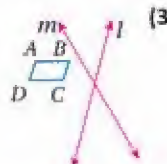
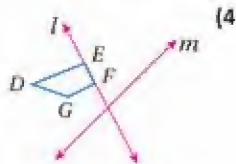
فائدة



1 انقل $\triangle BCD$ إلى دفترك، ثم ارسم الصورة الناتجة من دورانه بزاوية قياسها 60° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة G.

2 إذا تم تدوير الشكل الرباعي WRST الذي رؤوسه هي: $W(0, 1)$, $R(0, 2)$, $S(1, 2)$, $T(4, 0)$ بزاوية مقدارها 45° باتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فارسم الصورة الناتجة.

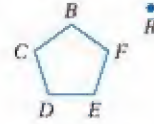
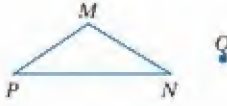
انقل كلًا من الشكلين التاليين إلى دفترك، واستعمل تحويلًا من تركيب انعكاسين في الخططين المستقيمين m و ℓ لتجد الصورة الناتجة عن الدوران حول نقطة تقاطع المستقيمين.



5 اقراص مدمجة: يدور مبدل قرص مدمج 5 أسطوانات واحدة تلو الأخرى. اذكر مقدار التماثل الدوراني من أسطوانة إلى أخرى.

مساعدة الواجب المنزلي	
للأسئلة	انظر الأمثلة
6-9	1
10-12	2
13, 14	3

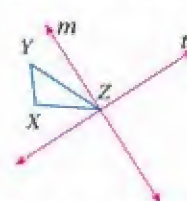
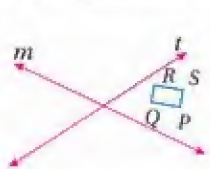
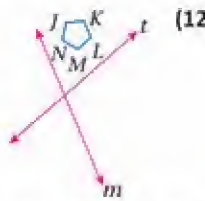
- (6) انقل الشكل الخماسي $BCDEF$ إلى دفترك، ثم دَوِّره بزاوية قياسها 110° بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة R .
 (7) انقل $\triangle MNP$ إلى دفترك، ثم دَوِّره بزاوية قياسها 180° بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة Q .



- (8) ارسم قطعة مستقيمة طرفيها: $X(-5, 8)$, $Y(0, 3)$. ارسـم الصورة الناتجة عن تدوير \overline{XY} بزاوية قياسها 45° باتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

- (9) إذا كانت رؤوس $\triangle PQR$ هي: $P(-1, 8)$, $Q(4, -2)$, $R(-7, -4)$. فارسم صورة $\triangle PQR$ تحت تأثير دوران بزاوية قياسها 90° بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

انقل كلًا من الأشكال التالية إلى دفترك، ثم استعمل تحويلًا من تركيب انعكاسين في الخططين المستقيمين m و t لتجد الصورة الناتجة عن التدوير حول نقطة تقاطع هذين المستقيمين:



- (13) مراوح: تمثل شفرات المروحة تماثلًا دورانيًا. اذكر رتبة التماثل الدوراني ومقداره لشفرات كل من المراوح التالية:



- (14) شعار: اذكر رتبة التماثل الدوراني ومقداره للشكل المجاور.

هندسة إحدائية: ارسم الصورة الناتجة من تدوير المثلث بزاوية قياسها 90° في الاتجاه المعطى حول مركز الدوران المذكور في كل من السؤالين التاليين، وسم رؤوس الصورة.

- (15) $\triangle XYZ$ رؤوسه هي: $X(0, -1)$, $Y(3, 1)$, $Z(1, 5)$ ودورانه بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة $P(-1, 1)$.

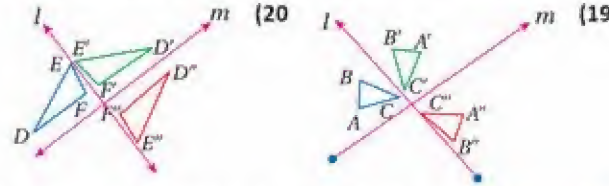
- (16) $\triangle RST$ رؤوسه هي: $R(0, 1)$, $S(5, 1)$, $T(2, 5)$ ودورانه مع اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة $P(-2, 5)$.

هندسة إحدائية: ارسم الصورة الناتجة عن تدوير المثلث باستعمال انعكاسين متعاقبين في المستقيمين المذكورين، واكتب إحداثيات رؤوس الصورة وزاوية الدوران:

- (17) $\triangle TUV$ رؤوسه هي: $T(0, 4)$, $U(2, 3)$, $V(1, 2)$ وانعكاسه حول محور الصادات ثم حول محور السينات.

- (18) $\triangle KLM$ رؤوسه هي: $K(0, 5)$, $L(2, 4)$, $M(-2, 4)$ وانعكاسه حول المستقيم $y = x$ ثم حول محور السينات.

حدد إذا كان تركيب الانعكاسين كما يظهران في الرسم تدويرًا للشكل أم لا، فسر ذلك:



ألعاب مسلية. حدد إذا كان الركوب في اللعبة الظاهرة في كل من الصور التالية دورانًا للراكب، مجيبًا بـ "نعم" أو "لا".

(23) حلقة السفينة المتدحرجة



(22) العجلة الدائرية



(21) فناجين الشاي الدوّارة



(24) هندسة إحداثية، دَوِّر الشكل الرباعي $QRST$ بزاوية قياسها 90°

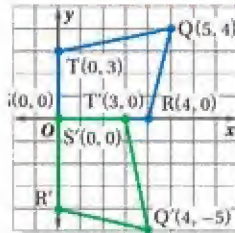
باتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

صِف هذا التحويل باستعمال الإحداثيين x, y .

(25) إذا تم الدوران على المستوى الإحداثي، فما قياسات زوايا الدوران

التي تجعل رسم الصورة الناتجة عن الدوران عملية سهلة؟

(26) اشرح طريقتين يمكن استعمالهما لتدوير شكل ما.



استعمل المعلومات التالية لحل الأسئلة 27-30:

التقايس المباشر: هو التحويل الذي يمكن فيه الحصول على الصورة بتحريك الشكل الأصلي كما هو في المستوى بحيث يحافظ على قياسات زواياه، واتجاهه وأطواله، ويحافظ على البنية والاستقامة للشكل الأصلي. **والتقايس غير المباشر:** هو التحويل الذي لا يمكن إجراؤه مع المحافظة على الاتجاه بين النقاط كما في التقايس المباشر.

(27) انقل الجدول التالي إلى دفترك وأكمّله، وحدد إذا كان التحويل المذكور يحافظ على الخاصية

المذكورة أم لا (اكتب كلمة نعم أو لا):

التحويل	قياس الزوايا	البنية	الاتجاه	الاستقامة	قياس المسافات
الانعكاس					
الإزاحة					
الدوران					

حدد إذا كان التحويل المذكور تقايسًا مباشرًا أم غير مباشر فيما يلي:

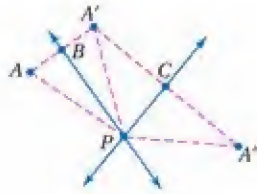
(30) الدوران

(29) الإزاحة

(28) الانعكاس

(31) الأحرف الإنجليزية، أيّ الحروف التالية $A, B, C, H, I, N, O, S, W, X, Y, Z$ يعطي

الحرف نفسه بعد الدوران بزاوية قياسها 180° ؟



برهان، في الشكل المجاور: النقطة A' هي صورة النقطة A بعد انعكاسها حول \vec{BP} والنقطة A'' هي صورة النقطة A' بعد انعكاسها حول \vec{PC} والنقاط A, B, A', C, A'' على استقامة واحدة. والنقاط A', C, A'' على استقامة واحدة أيضًا. استعمل الشكل لكتابة برهان حر للسؤالين التاليين:

(33) النتيجة 7.1

(32) النظرية 7.1

(34) مسألة مفتوحة: ارسم شكلاً في الربع الأول من المستوى الإحداثي، ودور الشكل 90° باتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، ثم دوره 90° بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة. وصف النتيجة باستعمال الإحداثيات x, y .

تحديد: استعمل المعلومات التالية لحل الأسئلة 35-37:

النقاط التي لا تتأثر بتحويل ما تسمى **نقاطاً ثابتة**. اذكر النقاط الثابتة (إن وجدت) لكل من التحويلات التالية:

(35) الانعكاس حول خط مستقيم.

(36) التدوير بزاوية قياسها x° ، حيث $(0 < x < 360)$ حول نقطة مثل P .

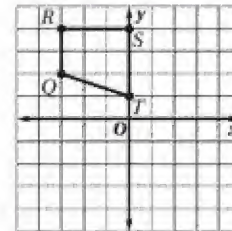
(37) $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ حيث a, b لا يساوي أي منهما صفراً.

(38) **أصنّف**: صف بعض ألعاب مدينة الألعاب التي تتضمن دوراناً، وكيف يتم دوران كل منها، وذلك في فقرة "استعد" (ص 136).

مسائل مهارات التفكير العليا

تدريب على اختيار معياري

(39) انظر إلى الشكل الرباعي $QRST$ المرسوم في المستوى الإحداثي، ثم أجب عن السؤال التالي:



ما الدوران الذي يجعل صورة النقطة R عند النقطة $R'(4, 3)$ ؟

- A 270° بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة T .
- B 185° بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة T .
- C 180° مع اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.
- D 90° مع اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

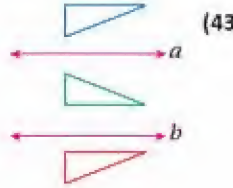
(40) **مراجعة**: يبين الجدول التالي عدد سكان بعض الدول العربية مع نسبة المتعلمين في كل منها في الفترة 2000-2001. أي من العبارات التالية تعطي أفضل وصف للعلاقة بين عدد السكان ونسب التعليم؟

الدولة	عدد السكان بالملايين	النسبة المئوية للمتعليمين
الإمارات العربية	2.9	76.7
قطر	0.6	81.7
الكويت	2.4	82.4
عمان	2.7	73
المملكة العربية السعودية	22.8	77.1

- A كلما زاد عدد السكان، زادت نسبة المتعلمين.
- B لا يمكن تحديد علاقة بين عدد السكان ونسبة المتعلمين من المعلومات المعطاة في الجدول.
- C نسبة التعليم في عُمان أقل نسبة؛ لأن عدد سكانها أقل من عدد السكان في أي دولة أخرى.
- D عدد سكان الكويت أكبر من عدد السكان في أي دولة أخرى.

مراجعة تراكمية

في كل من الأشكال التالية $a \parallel b$. حده إذا كان الشكل الأزرق صورة للشكل الأحمر ناتجة عن إزاحته، مجيباً بـ "نعم" أو "لا"،
واشرح إجابتك. (الدرس 7-2)



(43)

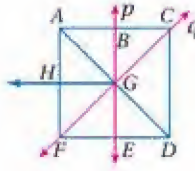


(42)



(41)

معتمداً على الشكل المجاور، سمّ صورة كل مما يلي تحت تأثير الانعكاس المذكور: (الدرس 7-1)



(44) \overline{AG} في الخط المستقيم p .

(45) النقطة G في F .

(46) \overline{GE} في الخط المستقيم q .

(47) $\angle CGD$ في الخط المستقيم p .

هندسة إحدائية: استعمل المعلومات التالية لحل الأسئلة 48-51:

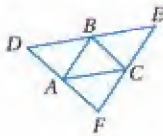
رؤوس الشكل الرباعي PQRS هي: $P(5, 2)$, $Q(1, 6)$, $R(-3, 2)$, $S(1, -2)$. (الدرس 2-3)

(48) بين أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي PQRS متوازيان.

(49) بين أن كل ضلعين متجاورين في الشكل الرباعي PQRS متعامدان.

(50) أوجد طول كل ضلع في الشكل الرباعي PQRS.

(51) ما نوع الشكل الرباعي PQRS؟



(الدرس 6-4) A, B, C هي نقاط المنتصف لـ: \overline{DF} , \overline{DE} , \overline{EF} على الترتيب.

(52) إذا كان $BC = 11$, $AC = 13$, $AB = 15$ فأوجد محيط $\triangle DEF$.

(53) إذا كان $DE = 18$, $DA = 10$, $FC = 7$ فأوجد AB, BC, AC .

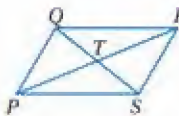
أكمل العبارات التالية المتعلقة بمتوازي الأضلاع PQRS، وبرر إجابتك: (الدرس 5-2)

(54) $\overline{PT} \cong ?$

(55) $\overline{QR} \parallel ?$

(56) $\angle QPS \cong ?$

(57) $\angle SQR \cong ?$



(58) قياس يقول جهاد إن حديقة منزله الخلفية مثلثة الشكل أطوال أضلاعها 11m, 8m, 19m. فهل تعتقد

أن هذه القياسات صحيحة؟ وضح إجابتك. (الدرس 4-4)

اسم

مهارة سابقة وضرورية: أوجد قيم المتغيرات بأعداد كلية تجعل كل معادلة فيما يلي صحيحة: (مهارة سابقة)

135a + 45b = 360 (61)

180a + 90b = 360 (60)

180a = 360 (59)

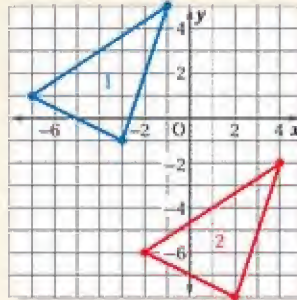
180a + 30b = 360 (64)

180a + 60b = 360 (63)

120a + 30b = 360 (62)

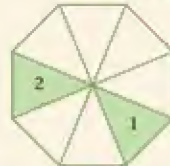
10 أوجد الإزاحة التي تنقل $\triangle 1$ إلى $\triangle 2$ في الشكل التالي:

(الدروس 7-2)



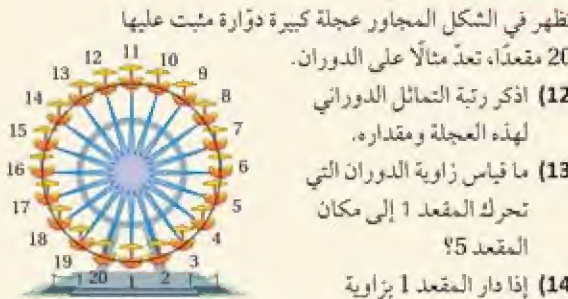
11 في الشكل أدناه، صف الدوران الذي يحرك المثلث 1 إلى

المثلث 2: (الدروس 7-3)



ترفيه، استعمل المعلومات التالية لحل الأسئلة: 12-14:

(الدروس 7-3)



12 اذكر رتبة التماثل الدوراني لهذه العجلة ومقداره.

13 ما قياس زاوية الدوران التي تحرك المقعد 1 إلى مكان المقعد 5؟

14 إذا دار المقعد 1 بزاوية

ارسم الصورة الناتجة عن دوران كل مثلث مما يلي بزاوية قياسها 90° باتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، وسم الرؤوس:

(الدروس 7-3)

15 $\triangle TUV$ الذي رؤوسه هي: $T(5, 5)$, $U(7, 3)$, $V(1, 2)$

16 $\triangle QRS$ الذي رؤوسه هي: $Q(-9, -4)$, $R(-3, -2)$, $S(0, 0)$

ارسم كلاً من الأشكال التالية وصورتها بالانعكاس

المذكور: (الدروس 7-1)

1 $\triangle DEF$ رؤوسه هي: $D(-1, 1)$, $E(1, 4)$, $F(3, 2)$

حول نقطة الأصل.

2 الشكل الرباعي $ABCD$ رؤوسه هي:

$A(0, 2)$, $B(2, 2)$, $C(3, 0)$, $D(-1, 1)$

حول المستقيم $y = x$.

3 اختيار من متعدد، إذا كانت صورة $A(-2, 5)$ تحت

تأثير انعكاس ما هي $A'(2, -5)$ ، فما الانعكاس أو الانعكاسات

التي استعملت؟ (الدروس 7-1)

A انعكاس حول محور السينات

B انعكاس حول محور الصادات

C انعكاس حول نقطة الأصل

D انعكاس حول محور الصادات وحول نقطة الأصل

اذكر محاور ونقاط التناظر لكل شكل في الأسئلة 4-6: (الدروس 7-1)



5



4



6

ارسم كل شكل، ثم ارسم صورته بالإزاحة المعطاة. (الدروس 7-2)

7 طرفا \overline{PQ} هما $P(1, -4)$, $Q(4, -1)$ ، والإزاحة

3 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى الأعلى.

8 $\triangle KLM$ الذي رؤوسه

$K(-2, 0)$, $L(-4, 2)$, $M(0, 4)$

$(x, y) \rightarrow (x + 1, y - 4)$

9 اختيار من متعدد، إذا تمت إزاحة المثلث XYZ الذي

رؤوسه $X(5, 4)$, $Y(3, -1)$, $Z(0, 2)$ بحيث أصبحت

صورة X هي $X'(3, 1)$ ، فما إحداثيات كل من Y' , Z' ؟

(الدروس 7-2)

A $Y'(5, 2)$, $Z'(2, 5)$

C $Y'(1, -4)$, $Z'(-2, -1)$



الأسئلة

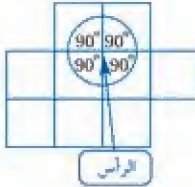
إن أول من رصع الجدران والأرضيات والأسقف بالفسيفساء هم اليونانيون القدماء. ولكن الفنان الهولندي M.C. Escher (1898-1972) بين أن هذه الأشكال ليست فقط جميلة المنظر بل ذات خصائص ترتبط بالرياضيات والفيزياء والجيولوجيا والكيمياء وحتى علم النفس. وفي الصورة المجاورة يمكن اختزال الأشكال كلها إلى مضلعات منتظمة أساسية هي مثلثات متطابقة الأضلاع وأشكال سداسية منتظمة تتكرر بنمط معين.

الأفكار الرئيسية

- تعرف التبليط المنتظم.
- تكون أشكال تبليط ذات خصائص معينة.

المفردات

- التبليط
- tessellation
- التبليط المنتظم
- regular tessellation
- المنتظم
- uniform
- التبليط شبه المنتظم
- semi-regular tessellation



التبليط المنتظم: التبليط في الرياضيات نمط يستعمل لتغطية المستوى باستعمال شكل واحد وتحولاته، أو مجموعة من الأشكال وتحولاتها بحيث يتم تغطية المستوى كاملاً بدون فراغات أو تقاطعات. ويكون مجموع زوايا المضلعات المحيطة بأي نقطة في أي تبليط مساوياً 360.

معمل الهندسة

تبليط بمضلعات منتظمة

عمل نماذج وتحليلها

ادرس مجموعة المضلعات المنتظمة الواردة في الجدول، ثم أجب عن الأسئلة التالية:

(1) أي المضلعات المنتظمة يمكن استعماله بمفرده في التبليط المنتظم؟

(2) اكتب عبارة تبين مجموع قياسات الزوايا عند كل رأس في التبليط.

(3) انقل الجدول التالي إلى دفترتك، واكمله:

المضلع المنتظم	مثلث متطابق الأضلاع	مربع	خماسي منتظم	سداسي منتظم	سباعي منتظم	ثماني منتظم
قياس إحدى الزوايا الداخلية						
هل يمكن استعماله للتبليط؟						

(4) **خمن:** ما الشرط الذي يجب أن يحققه قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم حتى يستعمل في التبليط المنتظم؟

كل تبليط استطعت تشكيله في معمل الهندسة هو تبليط منتظم. فالتبليط المنتظم هو التبليط الذي يتم تشكيله باستعمال نوع واحد من المضلعات المنتظمة. فقد وجدت في إجابتك عن السؤال 4، أنه عندما يكون قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم قاسماً للعدد 360، فإنه يمكن التبليط بذلك المضلع.

المضلعات المنتظمة

مثال

حدد إذا كان استعمال المضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه 24 ضلعاً في التبليط ممكناً. ووضح إجابتك.

افرض أن n هي إحدى الزوايا الداخلية لهذا المضلع.




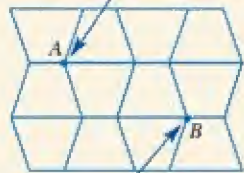
$$\begin{aligned} m\angle 1 &= \frac{180(n-2)}{n} \\ \text{بالتعويض} &= \frac{180(24-2)}{24} \\ \text{بالتبسيط} &= 165 \end{aligned}$$

بما أن العدد 165 ليس قاسماً للعدد 360، لذا فإن المضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه 24 لا يمكن استعماله بمفرده في التبليط.

تحقق من فهمك

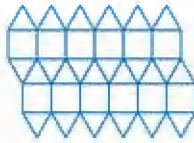
1) قرر ما إذا كان استعمال المضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه 18 ضلعاً ممكناً في التبليط.

التبليط بمصفقات معينة: يمكن أن يحتوي نمط التبليط أي نوع من المضلعات، والتبليط الذي يحتوي الترتيبات نفسها للأشكال والزوايا عند كل رأس يُسمى **تبليطاً متسقاً**.

غير متسق	متسق
<p>توجد ثلاث زوايا متطابقة عند الرأس A.</p>  <p>توجد خمس زوايا، أربع منها متطابقة والخامسة مختلفة عند الرأس B.</p>	<p>توجد أربع زوايا متطابقة عند الرأس A.</p>  <p>توجد الزوايا الأربع المتطابقة نفسها عند الرأس B.</p>
<p>توجد ثنائي زوايا متطابقة عند الرأس A.</p>  <p>توجد أربع زوايا متطابقة عند الرأس B.</p>	<p>توجد أربع زوايا تتكون من زوجين متطابقين عند الرأس A.</p>  <p>بالمثل توجد أربع زوايا تتكون من زوجين متطابقين عند الرأس B.</p>

مراجعة

لمراجعة كيفية إيجاد قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم ارجع إلى الدرس 5-1.



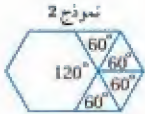
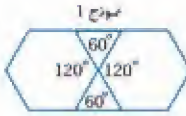
يمكن عمل تخطيط باستخدام أكثر من نوع واحد من المضلعات. ويسمى التخطيط الذي يتألف من مضلعين منتظمين أو أكثر **تخطيطاً شبه منتظم**. وإذا كان التخطيط يتألف من مضلع غير منتظم أو أكثر فإنه يسمى تخطيطاً غير منتظم.

مثال

التخطيط شبه المنتظم

حدد إذا كان عمل تخطيط شبه منتظم ممكنًا باستخدام مضلعات سداسية منتظمة ومثلثات متطابقة الأضلاع طول ضلع كل منها وحدة واحدة، أم لا.

الطريقة الأولى: اعمل نموذجًا.



يظهر في الشكل المجاور نموذجان للتخطيط شبه المنتظم يستعمل في كل منهما مضلع سداسي منتظم ومثلث متطابق الأضلاع. لاحظ أن الفراغات عند كل رأس تم ملؤها باستخدام مثلثات متطابقة الأضلاع. وبذلك يكون قد استعمل في النموذج مضلعان سداسيان منتظمان ومثلثان متطابقا الأضلاع بالتناوب حول كل رأس. أما النموذج الثاني فاستعمل فيه مضلع سداسي منتظم واحد وأربعة مثلثات متطابقة الأضلاع حول كل رأس.

الطريقة الثانية: استعمال الجبر لحل السؤال.

قياس الزاوية الداخلية الواحدة للمضلع السداسي المنتظم يساوي $120^\circ = \frac{180^\circ(6-2)}{6}$. قياس كل زاوية من زوايا المثلث متطابق الأضلاع يساوي 60° . أوجد العددين الكليين h, t اللذين يحققان المعادلة $120h + 60t = 360$.

افرض $h = 2$

$$120(2) + 60t = 360$$

$$240 + 60t = 360$$

$$60t = 120$$

$$t = 2 \text{ بقسمة الطرفين على } 60$$

افرض $h = 1$

$$120(1) + 60t = 360$$

$$120 + 60t = 360$$

$$60t = 240$$

$$t = 4 \text{ بقسمة الطرفين على } 60$$

النتيجة الأولى $t = 4, h = 1$ تعني استعمال مضلع سداسي منتظم واحد مع أربعة مثلثات متطابقة الأضلاع حول كل رأس.

النتيجة الثانية $t = 2, h = 2$ تعني استعمال مضلعين سداسيين منتظمين مع مثلثين متطابقين الأضلاع حول كل رأس.

لاحظ أنه عندما كانت $t = 6, h = 0$ أو $t = 0, h = 3$ فإن التخطيط يكون منتظمًا؛ لاستعمال نوع واحد من المضلعات في كل حالة.

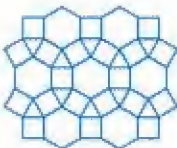
تحقق من فهمك

2) حدد إذا كان عمل تخطيط شبه منتظم ممكنًا باستخدام مربعات ومثلثات متطابقة الأضلاع طول ضلع كل منها وحدة واحدة، أم لا.

إرشادات

الرسم

عندما تصمم تخطيطًا، فقد يساعدك رسم وحدة النمط على ورقة تم قصها واستعمالها في رسم وحدات أخرى.



تخطيط الأرضيات، يأتي بلاط الأرضيات بأشكال وأنماط عديدة. حدد إذا كان النمط الظاهر في الشكل تخطيطًا أم لا، وإذا كان كذلك، فصّفه إلى: متسق، أو غير متسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم.

النمط الظاهر تخطيط؛ لأن مجموع قياسات الزوايا عند كل رأس يساوي 360° .

والتبليط منسق لوجود مربعين، ومثلث، وشكل سداسي بالترتيب نفسه عند كل رأس. وكذلك فإن هذا التبليط شبه منتظم لاستعمال أكثر من نوع واحد من المضلعات المنتظمة.



تحقق من فهمك

3 حدد إذا كان النمط في الشكل المجاور تبليطاً أم لا، وإذا كان كذلك، فصنفه إلى منسق أو غير منسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم.

تأمل

حدد إذا كان تبليط المستوى بالمضلع المذكور ممكناً أم لا. ووضح إجابتك.

1 مضلع منتظم عدد أضلاعه 10 2 مضلع منتظم عدد أضلاعه 30

مثال 1
(ص 146)

حدد إذا كان تكوين تبليط شبه منتظم ممكناً باستعمال الأشكال التالية أم لا، مفترضاً أن طول ضلع كل شكل يساوي وحدة واحدة:

مثال 2
(ص 147)

3 مضلع خماسي منتظم ومثلث متطابق الأضلاع 4 مضلع منتظم عدد أضلاعه 8 ومربع

حدد إذا كان النمط تبليطاً أم لا، وإذا كان كذلك، فصنفه إلى منسق أو غير منسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم:

مثال 3
(ص 147-148)



(6)



(5)

7 اللحاف المطرزي، نمط "طابع البريد" يستعمل في تطريز اللحف. وضح لماذا يُعد هذا تبليطاً؟ وما نوعه؟



تمارين ومسابقات

حدد إذا كان بالإمكان تبليط المستوى بالمضلع المذكور أم لا، وإذا كان ذلك ممكناً فصنفه إلى: منسق أو غير منسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم:

مساعدة الواجب المنزلي	
العدد الأمثلة	الأسئلة
3	8-11
1	12-17
2	18-20

9 شكل طائوة ورقية.



8 متوازي أضلاع.



11 شكل خماسي ومربع.



10 شكل رباعي.



- حدد إذا كان بالإمكان تبليط المستوى بالمضلع المنتظم المذكور أم لا. ووضح إجابتك.
- (12) مضلع عدد أضلاعه 9. (13) مضلع سداسي. (14) مثلث متطابق الأضلاع
- (15) مضلع عدد أضلاعه 12. (16) مضلع عدد أضلاعه 23. (17) مضلع عدد أضلاعه 36

حدد إذا كان بالإمكان تكوين تبليط شبه منتظم باستعمال الأشكال المذكورة أم لا. افرض أن طول ضلع كل شكل يساوي وحدة واحدة:

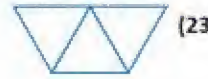
- (18) مضلعات منتظمة عدد أضلاع كل منها 8، ومعينات ليست مربعة.
- (19) مضلعات منتظمة عدد أضلاع كل منها 12، ومثلثات متطابقة الأضلاع.
- (20) مضلعات منتظمة عدد أضلاع كل منها 12، ومربعات، ومثلثات متطابقة الأضلاع.
- حدد إذا كان كل نمط من الأنماط التالية تبليطاً أم لا، وإذا كان تبليطاً، فصنفه إلى متسق أو غير متسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم:



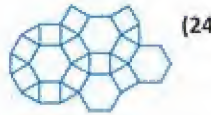
(22)



(21)



(23)



(24)



الربط مع الحياة

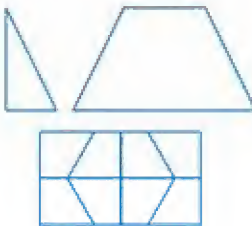
تحرص شركات الخزف على الإبداع والتنوع في صناعة الميراميك من حيث الشكل والحجم والزخرفة.

(25) صناعة الخزف: يُعد الشكل المجاور من الأشكال المحيية لتبليط ساحات المنازل. صنف هذا التبليط إلى: متسق أو غير متسق، منتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم. وفسر إجابتك.



حدد إذا كانت كل عبارة فيما يلي صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً. وبرر إجابتك:

- (26) يمكن استعمال أي مثلث للتبليط.
- (27) يمكن استعمال أي شكل رباعي للتبليط.
- (28) المضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه 16 يمكن استعماله للتبليط.
- (29) نحل: يتكون القرص الشمعي في خلية النحل من خلايا سداسية الشكل يخزن النحل فيها ما يصنعه من العسل. حدد إذا كان هذا النمط تبليطاً أم لا، وإذا كان تبليطاً فصنفه إلى: متسق أو غير متسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم.



(30) مسألة مفتوحة: استعمل هذين الشكلين في تصميم تبليط.

(31) تبرير: وضح لماذا لا يُعد التبليط الظاهر في الشكل المجاور منتظماً؟

مسائل مهارات التفكير العليا

- (32) **تحذّر** ماذا تتوقع أن تكون قياسات الزوايا الداخلية لشكل خماسي حتى يستعمل في التبليط؟ وهل هذا التبليط منتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم، وهل هو متسق أم غير متسق؟
- (33) **أجيب** اشرح كيف يستعمل التبليط في الفنون، وضمن إجابتك تفسيراً يبين كيف يستعمل كل من المثلث متطابق الأضلاع والشكل السداسي المنتظم في التبليط. وضمن إجابتك أيضاً قائمة بأشكال هندسية أخرى تستعمل في التبليط. انظر فقرة "استعد" (صفحة 145).

تدريب على اختبار معياري

- (35) **مراجعة** تشحن إحدى الشركات أجهزة حاسوب في صناديق خشبية وزن الواحد منها فارغاً يساوي 20 kg، فإذا كان وزن جهاز الحاسوب لا يتجاوز 6 kg، فأأي المتباينات التالية تصف الوزن الكلي w للصندوق الخشبي الذي يحتوي العدد c من أجهزة الحاسوب؟

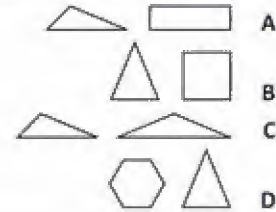
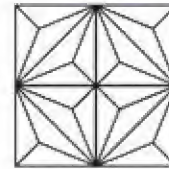
$$c \leq 6 + 20w \quad A$$

$$c \geq 6w + 20 \quad B$$

$$w \leq 6c + 20 \quad C$$

$$w \geq 6c + 20 \quad D$$

- (34) أي من الأشكال التالية يمكن استعماله في تبليط الشكل أدناه؟

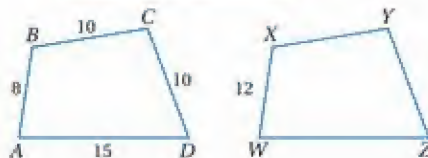


مراجعة تراكمية

- هندسة إحداثية، ارسم الصورة الناتجة من دوران كل من الأشكال التالية بزاوية قياسها 90° في الاتجاه المعطى حول مركز الدوران المذكور فيما يلي، وسم إحداثيات رؤوس الصورة: (الدرس 3-7)
- (36) $\triangle ABC$ الذي رؤوسه هي: $A(8, 1)$, $B(2, -6)$, $C(-4, -2)$ ، والدوران بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة $P(-2, 2)$.
- (37) $\triangle DEF$ الذي رؤوسه هي: $D(6, 2)$, $E(6, -3)$, $F(2, 3)$ ، والدوران مع اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة $P(3, -2)$.
- (38) $\square KLMN$ الذي رؤوسه هي: $K(-3, -5)$, $L(3, 3)$, $M(7, 0)$, $N(1, -8)$ ، والدوران بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة $P(-2, 0)$.



- (39) **إعادة تصميم** يبين الشكل المجاور رسماً لمطبخ محمد. فإذا علمت أن كل مربع في الشكل يمثل المساحة $3\text{ft} \times 3\text{ft}$ ويريد محمد أن ينقل مكان الثلاثة من المربع A إلى المربع B. صف هذا الانتقال. (الدرس 2-7)



- مهارة سابقة وضرورية، إذا كان $ABCD \sim WXYZ$ فأوجد كلًّا مما يلي: (الدرس 6-2)

$$XY \quad (41) \quad WXYZ \text{ إلى } ABCD \text{ لـ } (40) \text{ معامل التشابه}$$

$$WZ \quad (43) \quad YZ \quad (42)$$

التمدد

هل حاولت أن تضمن صورة في وثيقة إلكترونية ووجدت أنها أكبر مما هو مسموح به؟ هناك برامج حاسوبية عديدة تسمح لك بتغيير حجم الصورة لتصبح بالحجم المقبول. فتكبير الصورة أو تصغيرها هو مثال على التمدد.

الأفكار الرئيسية

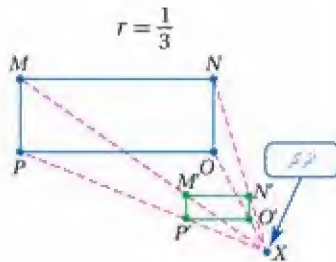
- أعدد إذا كان التمدد تكبيراً أو تصغيراً أو تحويل تطابق.
- أحسب معامل التمدد.

المفردات

التمدد
dilation
تحويل التشابه
similarity
transformation

تصنيف التمدد: ينتج من التحويلات التي درستها حتى الآن صور مطابقة للأصل. والتمدد نوع آخر من التحويلات حيث يُحدث تغييراً في قياسات الشكل.

يتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامل التمدد. ويستعمل عادة الحرف r ليمثل معامل التمدد. ويبين الشكلان التاليان كيف يمكن أن يكون التمدد تكبيراً أو تصغيراً للشكل الأصلي:

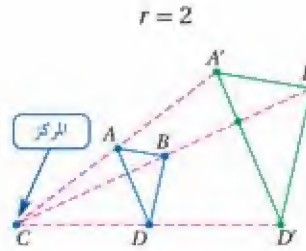


المستطيل $M'N'O'P'$ هو تمدد للمستطيل $MNPQ$.

$$XM' = \frac{1}{3}(XM), \quad XN' = \frac{1}{3}(XN)$$

$$XO' = \frac{1}{3}(XO), \quad XP' = \frac{1}{3}(XP)$$

وعليه يكون المستطيل $M'N'O'P'$ تصغيراً للمستطيل $MNPQ$.



$\triangle A'B'D'$ هو تمدد لـ $\triangle ABD$.

$$CA' = 2(CA)$$

$$CB' = 2(CB)$$

$$CD' = 2(CD)$$

وعليه، يكون $\triangle A'B'D'$ تكبيراً لـ $\triangle ABD$.

إرشادات

معامل التمدد

مفهوم معامل التمدد هو نفسه معامل التشابه ويطلق عليه أيضاً ثابت التناسب.

إن قيمة العدد r تقرر إذا كان التمدد تكبيراً أو تصغيراً.

التمدد

مفهوم أساسي

إذا كانت $|r| > 1$ يكون التمدد تكبيراً.

وإذا كانت $0 < |r| < 1$ يكون التمدد تصغيراً.

وإذا كانت $|r| = 1$ يكون التمدد تحويل تطابق.

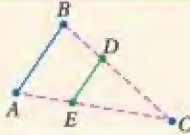
إرشادات

التمدد المحاكى

إذا كان معامل التمدد يساوي 1، فإن الصورة الناتجة تكون مطابقة للأصل.

يحافظ التمدد على قياس الزوايا والبيئية والاستقامة، لكنه لا يحافظ على قياس المسافات، إذ ينتج صورًا شبيهة بالأصل؛ أي أن التمدد هو تحويل تشابه. وهذا يعني أنه في الشكلين السابقين يكون:
 $\triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$ وكذلك $\square MNOP \sim \square MN'O'P'$ ، وينتج من هذا التشابه أن:
 $\frac{MN'}{MN} = \frac{NO'}{NO} = \frac{OP'}{OP} = \frac{MP'}{MP}$ و $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'D'}{BD} = \frac{A'D'}{AD}$ وبما أن النسبة بين قياسات الأجزاء المتناظرة تساوي القيمة المطلقة لمعامل التمدد $|r|$ ، لذا، فإن قيمة $|r|$ تقرر حجم الصورة مقارنة بالحجم الأصلي.

النظرية 7.2



إذا كان التمدد الذي مركزه C ومعامله r ينقل A إلى E ،
 و B إلى D ، فإن $ED = |r|(AB)$.

سوف نبرهن النظرية 7.2 في السؤال 37

مثال

حساب القياسات بعد التمدد

1 أوجد قياس الصورة $A'B'$ الناتجة من التمدد أو قياس الأصل AB حسب المطلوب في كل مما يلي مستعملًا معامل التمدد المعطى:

$$A'B' = 36, r = \frac{1}{4} \text{ (b)}$$

$$AB = 12, r = 2 \text{ (a)}$$

$$A'B' = |r|(AB)$$

$$A'B' = |r|(AB)$$

$$A'B' = 36, |r| = \frac{1}{4}$$

$$36 = \frac{1}{4}(AB)$$

$$|r| = 2, AB = 12$$

$$= 2(12)$$

ضرب الطرفين في العدد 4

$$144 = AB$$

بالضرب

$$= 24$$

تحقق من فهمك

$$AB = 3, r = 3 \text{ (1B)} \quad A'B' = 5, r = \frac{1}{4} \text{ (1A)}$$

عندما يكون معامل التمدد سالبًا، تكون الصورة على الجهة المقابلة للأصل من مركز التمدد.

التمدد

مفهوم أساسي

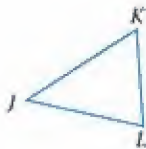
إذا كان $r > 0$ ، فإن A' تقع على \overrightarrow{CA} ، ويكون $CA' = r \cdot CA$.

وإذا كان $r < 0$ ، فإن A' تقع على $\overrightarrow{CA'}$ (الاشعاع المعاكس لـ \overrightarrow{CA})، ويكون $CA' = |r| \cdot CA$.

ويكون مركز التمدد دائمًا صورة نفسه.

مثال

رسم تمدد

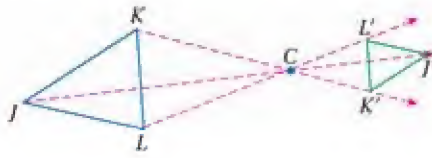


2 ارسم صورة $\triangle JKL$ الناتجة من التمدد الذي مركزه C ،

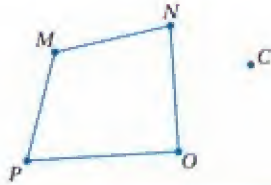
$$\text{ومعامله } r = \frac{1}{2}.$$

بما أن $|r| < 1$ ، فإن التمدد يكون تصغيرًا

للمثلث $\triangle JKL$.



ارسم \overline{CJ} , \overline{CK} , \overline{CL} ، وبما أن r سالبة، فإن J' , K' , L' سوف تقع على \overline{CJ} , \overline{CK} , \overline{CL} على الترتيب. والآن عين J' , K' , L' بحيث تكون $CJ' = \frac{1}{2}(CJ)$
 $CK' = \frac{1}{2}(CK)$, $CL' = \frac{1}{2}(CL)$
 ثم ارسم $\triangle J'K'L'$.



(2) ارسم صورة الشكل الرباعي $MNOP$ تحت تأثير التمدد الذي مركزه C ومعامله $r = \frac{3}{4}$.

يمكنك تحديد إحداثيات الصورة الناتجة من تمدد مركزه نقطة الأصل لأي شكل في المستوى الإحداثي باستعمال معامل التمدد.

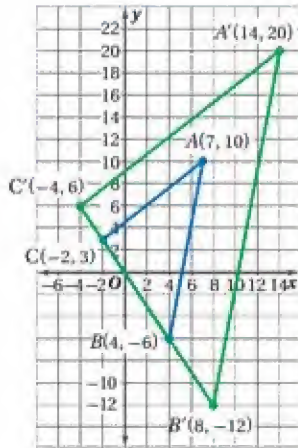
النظرية 7.3

صورة النقطة $P(x, y)$ الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله r ، هي $P'(rx, ry)$.

سوف نترجم النظرية 7.3 في السؤال 38.

مثال

3 هندسة إحداثية: ارسم المثلث ABC الذي رؤوسه: $A(7, 10)$, $B(4, -6)$, $C(-2, 3)$ وصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 2، واكتب على الرسم إحداثيات الرؤوس.



النقطة الأصلية (x, y)	الصورة (2x, 2y)
A(7, 10)	A'(14, 20)
B(4, -6)	B'(8, -12)
C(-2, 3)	C'(-4, 6)

(3) ارسم الشكل الرباعي $DEFG$ الذي رؤوسه:

$D(-1, 3)$, $E(2, 0)$, $F(-2, -1)$, $G(-3, 1)$

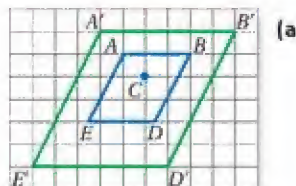
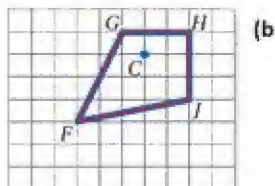
وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله يساوي $\frac{3}{2}$ ، واكتب على الرسم إحداثيات الرؤوس.

حساب معامل التمدد: تعلمت في الفصل 6 كيف تحسب معامل التشابه للأشكال المتشابهة. فإذا كنت تعرف قياسات الشكل وقياسات الصورة الناتجة عن تمدده، فيمكنك أن تحسب معامل تمدده.

مثال

حساب معامل التمدد

4 احسب معامل التمدد الذي مركزه C ، ثم حدد إذا كان التمدد تكبيرًا أم تصغيرًا أم تحويل تطابق.



$$\text{معامل التمدد} = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$$

$$\text{معامل التمدد} = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$$

$$\frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}} = \frac{4 \text{ وحدات}}{4 \text{ وحدات}} = 1$$

$$\frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}} = \frac{6 \text{ وحدات}}{3 \text{ وحدات}} = 2$$

وبما أن معامل التمدد يساوي 1، فإن التمدد تحويل تطابق.

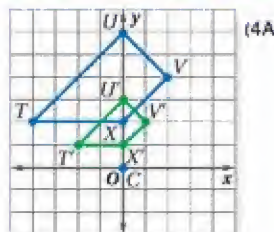
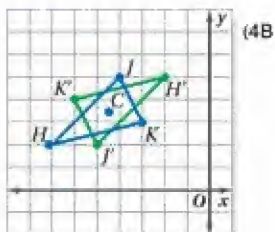
وبما أن معامل التمدد أكبر من 1، فإن التمدد تكبير.

إرشادات

مراجعة

لمراجعة مقياس الرسم
ارجع إلى الدرس 6-2.

تحقق من فهمك



مقياس الرسم

مسألة من واقع الحياة

5 **فنون:** يريد يعقوب أن يرسم لوحة جدارية، طولها 8ft وعرضها 4ft على ورقة رسم. فإذا قرر أن يستعمل معاملًا للتمدد قيمته $\frac{1}{6}$ ، فما بُعدا ورقة الرسم التي يجب أن يستعملها مما يلي؟

11 in \times 17 in (C)

11 in \times 14 in (B)

$8\frac{1}{2}$ in \times 11 in (A)

بُعدا اللوحة الجدارية معطاة بالأقدام، وبُعدا الرسم على الورقة بالبوصات. لذا، فإن الخطوة الأولى هي تحويل بُعدي اللوحة الجدارية من أقدام إلى بوصات:

الخطوة 1، حوّل الأقدام إلى بوصات. $4 \text{ ft} = 4(12) = 48 \text{ in}$

$8 \text{ ft} = 8(12) = 96 \text{ in}$

الخطوة 2، استعمل معامل التمدد لحساب بعدي الصورة على الورقة.

$$\text{العرض: } w = \frac{1}{6}(48) = 8 \quad \text{الطول: } \ell = \frac{1}{6}(96) = 16$$

الخطوة 3، يُعدا الصورة على الورقة هما $8 \text{ in} \times 16 \text{ in}$. لذا على يعقوب أن يستعمل ورقة يُعدها $11 \text{ in} \times 17 \text{ in}$ وبذلك فإن الإجابة الصحيحة هي C.

تحقق من فهمك

(5) استعمل جميل برنامجًا لتصغير ملاحظته $1 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$ إلى صورة يُعدها $10 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$. ما مقياس الرسم الذي استعمله؟

قائد

أوجد طول الصورة $A'B'$ الناتجة من التمدد أو طول الأصل AB حسب المطلوب في كل مما يلي باستعمال معامل التمدد المعطى في السؤال:

$$\{1\} \quad AB = 3, r = 4 \quad \{2\} \quad A'B' = 8, r = -\frac{2}{5}$$

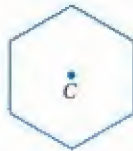
ارسم الصورة الناتجة من التمدد الذي مركزه C ومعامله المعطى في كل مما يلي:

مثال 1
(ص 152)

مثال 2
(ص 152-153)



$r = -2$ (5)



$r = \frac{1}{5}$ (4)



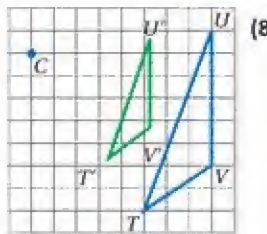
$r = 4$ (3)

(6) أوجد صورة القطعة PQ التي طرفاها هما: $P(9, 0)$, $Q(0, 6)$. والناتجة عن التمدد الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله $r = \frac{1}{3}$ ، ثم ارسم الأصل والصورة.

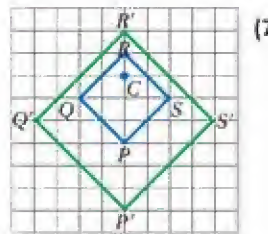
مثال 3
(ص 153)

احسب معامل التمدد المستعمل في التمدد الذي مركزه C، ثم حدّد إذا كان التمدد تكبيرًا أو تصغيرًا أو تحويل تطابق:

مثال 4
(ص 154)



(8)



(7)

(9) **بستنة**، حديقة سعد مستطيلة الشكل بعدها $6 \text{ m} \times 4 \text{ m}$. فإذا عمل سعد مخططًا لها بلغ طولها عليه 20 cm ، فكم ستمتدًا يبلغ عرضها؟

مثال 5
(ص 154-155)

مساعدة الواجب المنزلي

التمرين	الأسئلة
1	10-15
3	16-19
2	20-25
4	26-31
5	47-49

احسب طول الصورة $S'T'$ الناتجة من التمدد، أو طول الأصل ST حسب المطلوب في كل مما يلي باستعمال معامل التمدد المعطى:

$$S'T' = 12, r = \frac{2}{3} \quad (12) \quad ST = \frac{4}{5}, r = \frac{3}{4} \quad (11) \quad ST = 6, r = -1 \quad (10)$$

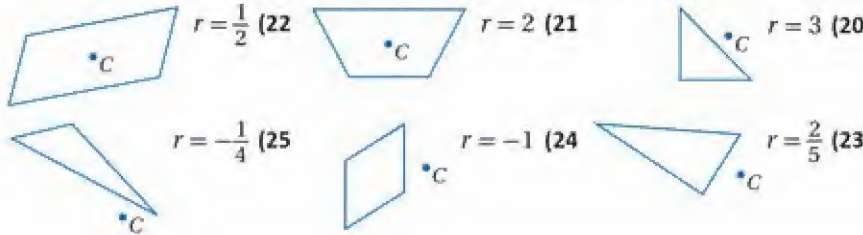
$$ST = 2.25, r = 0.4 \quad (15) \quad ST = 32, r = \frac{-5}{4} \quad (14) \quad S'T' = \frac{12}{5}, r = \frac{-3}{5} \quad (13)$$

هندسة إحدائية، أوجد الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 2، ثم الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله $\frac{1}{2}$ لكل شكل أعطيت رؤوسه فيما يلي:

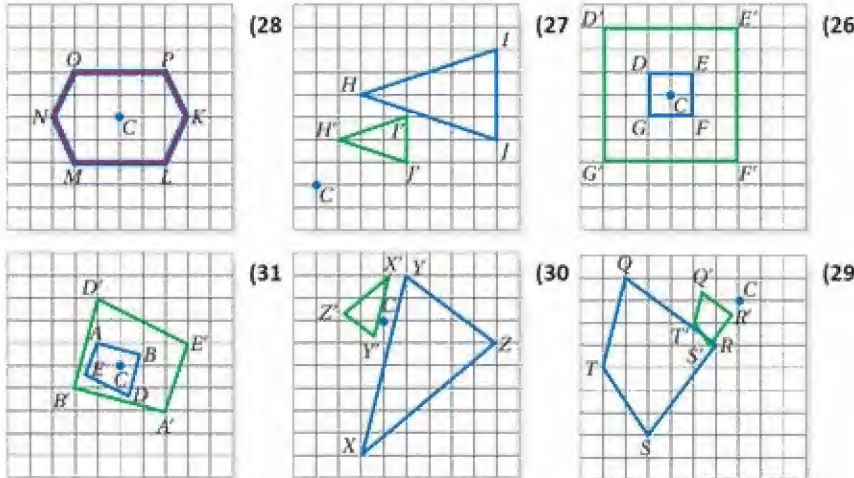
$$X(1, -2), Y(4, -3), Z(6, -1) \quad (17) \quad F(3, 4), G(6, 10), H(-3, 5) \quad (16)$$

$$K(4, 2), L(-4, 6), M(-6, -8), N(6, -10) \quad (19) \quad P(1, 2), Q(3, 3), R(3, 5), S(1, 4) \quad (18)$$

ارسم الصورة الناتجة عن تمدد كل شكل فيما يلي إذا كان مركز تمدده C ، ومعامله كما هو موضح إليه:



احسب معامل التمدد الذي مركزه C في كل مما يلي، وحدد إذا كان تكبيراً أو تصغيراً أو تحويل تطابق:



تصوير، استعمال المعلومات التالية لحل السؤالين 32 و 33:

لوحة مستطيلة الشكل بُعدها $14 \text{ in} \times 10 \text{ in}$ ، تمّ تصغيرها على آلة التصوير بمعامل 75%.

32 ما البعدان الجديدان للوحة؟

33 ما التغير الذي طرأ على المساحة الأصلية؟



«الربيد مع واقع الحياة»
تختلف الطائرات في شكلها
وتصميمها وسرعتها
وأبعادها... إلخ.

34) نماذج: بيتي أحمد نموذجًا لطائرة البعد بين جناحيها 7 in و 55 ft. فإذا كانت المسافة بين جناحي النموذج تساوي 14 in، فما معامل التمدد لهذا النموذج؟

35) تصميم: تريد هدى أن تصمم مجلة للصف تتضمن صورة لا يزيد بعدها عن $6\text{cm} \times 8\text{cm}$. فإذا كان لديها صورة بعدها $10\text{cm} \times 12\text{cm}$ ، فما معامل التمدد المناسب لتصغير الصورة الذي يجب عليها استعماله للحصول على أكبر صورة يمكن وضعها في المجلة؟

36) هندسة إحداثية: رؤوس المثلث ABC هي: $A(12, 4)$, $B(4, 8)$, $C(8, -8)$. وبعد تمديد متعاقبين مركزهما نقطة الأصل، ومعاملهما متساويان، أصبحت إحداثيات رؤوس الصورة الأخيرة على النحو التالي: $A''(3, 1)$, $B''(1, 2)$, $C''(2, -2)$. حدد معامل التمدد r الذي ينقل $\triangle ABC$ إلى $\triangle A''B''C''$.

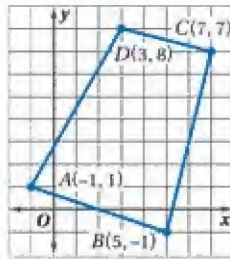
برهان: اكتب برهانًا حرًا لكل مما يلي:

7.3 النظرية

7.2 النظرية

التصوير الرقمي: استعمل المعلومات التالية لحل الأسئلة 39-41:

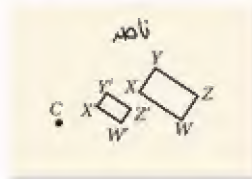
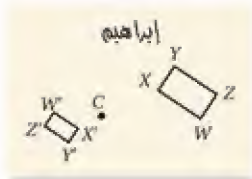
- ترغب أسماء في تعديل صورة رقمية طولها 640 وحدة، وعرضها 480 وحدة على شاشتها:
- 39)** إذا كبرت أسماء الصورة على الشاشة بمعامل تمدد مقداره 150%، فما بُعدا الصورة الناتجة؟
- 40)** إذا رغبت أسماء في أن يكون طول الصورة 32 وحدة، فما مقياس الرسم الذي ستستعمله؟
- 41)** إذا رغبت أسماء في أن يكون عرض الصورة 600 وحدة، فما مقياس الرسم الذي ستستعمله؟



استعمل الشكل الرباعي $ABCD$ على اليسار لحل الأسئلة 42-44:

- 42)** أوجد محيط الشكل الرباعي $ABCD$.
- 43)** ارسم الصورة الناتجة عن تمدد الشكل الرباعي $ABCD$ حول نقطة الأصل بمعامل تمدد مقداره 2-.
- 44)** احسب محيط الشكل الرباعي $A'B'C'D'$ (الناتج عن التمدد) وقارنه بمحيط الشكل الرباعي $ABCD$.

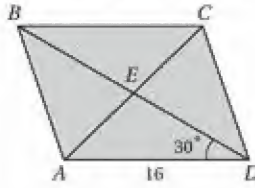
45) اكتشاف الخطأ: يحاول كل من ناصر وإبراهيم أن يصف تأثير القيمة السالبة لمعامل التمدد في صورة الشكل الرباعي $WXYZ$. فأيهما تفسيره صحيح؟ اشرح تبريرك.



46) استنتج: استعمل المعلومات المعطاة في الصفحة 151 عن أجهزة الحاسوب لتشرح كيف يمكن استعمال التمدد عند استعمال جهاز الحاسوب. وبالإضافة إلى الأمثلة الأخرى، ضمن إجابتك تفسيرًا يبين كيف يمكن أن تكون عملية القص واللصق مثاليًا على التمدد.

مسائل مهارات التفكير العليا

48 إذا كان الشكل $ABCD$ معين، فكم وحدة مربعة مساحة $\triangle AED$ ؟

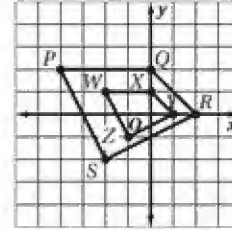


- 16 $\sqrt{2}$ A
64 B
32 $\sqrt{3}$ C
64 $\sqrt{3}$ D

49 **مراجعة:** كم مليلترًا من الماء الصافي يتطلب إضافته إلى 50 مليلتر من محلول ملحي نسبة الملح فيه 15% لتصبح نسبة الملح 10% ؟

- 15 B 25 A
5 D 20 C

47 إذا كان الشكل الرباعي $WXYZ$ ناتج عن تمديد الشكل الرباعي $PQRS$ ، فأَي الآتيه يمثل أفضل تقريب لمعامل التمدد الذي تم استعماله ؟



- $-\frac{1}{2}$ B -2 A
 $\frac{1}{2}$ D 2 C

مراجعة تراكمية

قرر إذا كان الحصول على تباين شبه منتظم ممكنًا أم لا من كل شكل مما يلي، مفترضًا أن المضلعات المذكورة منتظمة وطول ضلع كل منها وحدة واحدة: (الدرس 4-7)

51 مضلع ثماني ومضلع سداسي.

50 مثلث وخماسي.

53 سداسي ومضلع عدد أضلاعه 12.

52 مربع ومثلث.

هندسة إحداثية: ارسم الصورة الناتجة من دوران كل شكل مما يلي بزاوية قياسها 90° حول مركز الدوران المعطى وفي الاتجاه المذكور في كل سؤال، واكتب إحداثيات الرؤوس: (الدرس 3-7)

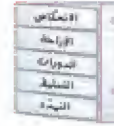
54 $\triangle ABC$ الذي رؤوسه: $A(7, -1)$, $B(5, 0)$, $C(1, 6)$ والدوران بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة $P(-1, 4)$

55 $\square DEFG$ الذي رؤوسه: $D(-4, -2)$, $E(-3, 3)$, $F(3, 1)$, $G(2, -4)$ والدوران باتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة $P(-4, -6)$.

56 **بناء:** يقوم عمر بتوسعة منزله، ويريد أن يعمل فتحة في الحائط لوضع نافذة، فقام بقياس الأضلاع المتقابلة للفتحة ليتحقق من تساوي قياس كل ضلعين متقابلين، ثم قاس القطرين ليتحقق من تساوي طوليها أيضًا. فهل هذا كافٍ لضمان أن تكون الفتحة مستطيلة الشكل؟ فسر إجابتك. (الدرس 4-5)

المطلوبات منشأ أفكار

استند



تحقق من أن هذه المفاهيم الأساسية التالية مدونة في مطبوتك.

المفاهيم الأساسية

الانعكاس والإزاحة والدوران

(الدروس 1-7 إلى 3-7)

- محور التناظر لشكل ما هو الخط المستقيم الذي يمكن ملي الشكل عنده للحصول على نصفين متطابقين تمامًا.
- الإزاحة تُنقل جميع نقاط الشكل مسافات متساوية وفي الاتجاه نفسه.
- يمكن تمثيل الإزاحة بتركيب انعكاسين.
- يقوم الدوران بتدوير كل نقطة في الشكل بزاوية نفسها حول نقطة ثابتة هي مركز الدوران.
- يكون للشكل تماثل دوراني عندما تستطیع تدويره بزاوية قياسها أقل من 360° وتكون الصورة مطابقة تمامًا للأصل.

التلييط (الدروس 4-7)

- التلييط هو نمط متكرر يغطي المستوى دون فراغات أو تداخلات.
- يحتوي التلييط المنتظم الترتيبات نفسها لمجموعة من الأشكال والزوايا حول كل رأس.

التمدد (الدروس 5-7)

- يمكن أن يكون التمدد تكبيرًا أو تصغيرًا أو تحويل تطابق.

المفردات الرئيسة

زاوية الدوران (ص 136)	الانعكاس (ص 123)
مركز الدوران (ص 136)	التلييط المنتظم (ص 146)
تركيب (ص 131)	الدوران (ص 136)
التمدد (ص 151)	التماثل الدوراني (ص 139)
النقاط الثابتة (ص 142)	التلييط شبه المنتظم (ص 147)
لتحويل التطابق (ص 123)	لتحويل التشابه (ص 152)
خط الانعكاس (ص 123)	التلييط (ص 145)
محور التناظر (ص 126)	الإزاحة (ص 130)
نقطة التناظر (ص 126)	التلييط المتسق (ص 146)
التناظير المباشر (ص 141)	
التناظير غير المباشر (ص 141)	

التأكد من المفردات

اذكر إذا كانت العبارة صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فضع كلمة أو عددًا بدلًا مما تحته خط لتجعلها صحيحة:

- (1) التمدد يمكن أن يغير المسافة بين كل نقطة من نقاط الشكل ومحور التناظر.
- (2) يكون التلييط متسقًا إذا كانت ترتيبات الأشكال والزوايا حول كل رأس هي نفسها.
- (3) يتم في الدوران تدوير الشكل حول نقطة التناظر.
- (4) الانعكاس هو تحويل يحدد بالشكل وخط مستقيم.

7-1

(الانعكاس) (الصفحات 123-129)

ارسم كلاً من الأشكال التالية وصورته الناتجة عن الانعكاس المذكور:

(5) المثلث ABC الذي رؤوسه:

$A(2, 1)$, $B(5, 1)$, $C(2, 3)$ حول محور السينات.

(6) متوازي الأضلاع $WXYZ$ الذي رؤوسه:

$W(-4, 5)$, $X(-1, 5)$, $Y(-3, 3)$, $Z(-6, 3)$

حول الخط المستقيم $y = x$.

(7) المستطيل $EFGH$ الذي رؤوسه:

$E(-4, -2)$, $F(0, -2)$, $G(0, -4)$, $H(-4, -4)$

المستقيم $x = 1$.

(8) نمل، تمشي 12 نملة على مرآة. إذا علمت أن لكل منها

6 أرجل، فكم رجلاً يمكن رؤيتها خلال هذه الرحلة؟

مثال 1 انقل الشكل التالي إلى دفترك، ثم ارسم صورة انعكاسه حول الخط المستقيم ℓ :



المثلث الأخضر هو صورة المثلث الأزرق تحت تأثير الانعكاس حول المستقيم ℓ .

7-2

(الإزاحة) (الانسحاب) (الصفحات 130-135)

ارسم كلاً من الأشكال التالية وصورته الناتجة عن الإزاحة المذكورة:

(9) الشكل الرباعي $EFGH$ الذي رؤوسه:

$E(2, 2)$, $F(6, 2)$, $G(4, -2)$, $H(1, -1)$

والإزاحة:

$(x, y) \rightarrow (x - 4, y - 4)$

(10) \overline{ST} التي طرفاها $S(-3, -5)$, $T(-1, -1)$

والإزاحة:

$(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 4)$

(11) $\triangle XYZ$ الذي رؤوسه:

$X(2, 5)$, $Y(1, 1)$, $Z(5, 1)$

والإزاحة:

$(x, y) \rightarrow (x + 1, y - 3)$

(12) غرفة الصف، يوجد في غرفة أحد الصفوف

30 مقعداً مرتبة في 6 أعمدة و 5 صفوف. نقل

المعلم الطالب أحمد من المقعد الأول في الصف

الثاني على اليمين إلى المقعد الأخير في الصف

الأخير على اليسار. صف عملية الإزاحة هذه.

مثال 2 هندسة إحداثية، المثلث ABC رؤوسه:

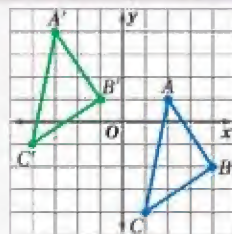
$A(2, 1)$, $B(4, -2)$, $C(1, -4)$

ارسم $\triangle ABC$

وصورته الناتجة من الإزاحة:

$(x, y) \rightarrow (x - 5, y + 3)$

(x, y)	$(x - 5, y + 3)$
$(2, 1)$	$(-3, 4)$
$(4, -2)$	$(-1, 1)$
$(1, -4)$	$(-4, -1)$



لقد حركت هذه الإزاحة كل نقطة في المثلث الأصلي 5 وحدات إلى اليسار و 3 وحدات إلى الأعلى.

ارسم الصورة الناتجة عن دوران كل مثلث باستعمال انعكاسين متعاقبين في المستقيمين المعطيين، واكتب إحداثيات رؤوس الصورة وزاوية الدوران:

(13) $\triangle BCD$ الذي رؤوسه:

$B(-3, 5)$, $C(-3, 3)$, $D(-5, 3)$ والانعكاس

حول محور السينات، ثم حول محور الصادات.

(14) $\triangle FGH$ الذي رؤوسه:

$F(0, 3)$, $G(-1, 0)$, $H(-4, 1)$ والانعكاس

حول الخط المستقيم $y = x$ ، ثم حول الخط

المستقيم $y = -x$

قوارب بخارية، يبين الشكل عجلة بدالات تُستعمل في القوارب البخارية. وتكون هذه العجلة من 9 بدالات موزعة على مسافات متساوية.

(15) اذكر رتبة التماثل الدوراني ومقداره.



(16) ما قياس زاوية الدوران الذي

يحرك البدالة 2 بعكس اتجاه

حركة عقارب الساعة إلى الموقع

الحالي للبدالة 6؟

مثال 3 اذكر رتبة التماثل الدوراني ومقداره للشكل أدناه:



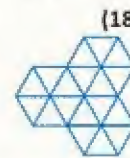
رتبة التماثل الدوراني لهذا الشكل هي 12، لأن هناك 12 دوراناً أقل من 360° (بما فيها 0°) ينتج عنها صورة مطابقة للأصل.

ومقدار التماثل الدوراني يساوي: $360^\circ \div 12 = 30^\circ$.

قرر إذا كان النمط الظاهر فيما يلي تبليطاً أم لا، وإذا كان كذلك فصنّفه إلى متماثل أو غير متماثل، ومنتظم أو غير منتظم.



(19)



(18)



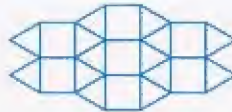
(17)

تصميم داخلي، حدد إذا كانت كل بلاطة مضلعة منتظمة فيما يلي يمكن استعمالها لتبليط أرضية الحمام أم لا. وضع إجابتك.

(20) ذات شكل خماسي (21) مثلثة الشكل

(22) ذات عشرة أضلاع

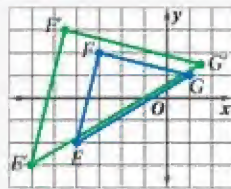
مثال 4 صنّف التبليط التالي:



التبليط متسق لوجود مربعين وثلاثة مثلثات متطابقة الأضلاع حول كل رأس، والمربعات والمثلثات متطابقة الأضلاع مضلعات منتظمة. والتبليط شبه منتظم لاحتوائه على أكثر من شكل واحد من المضلعات المنتظمة.

مثال 5 لديك المثلث EFG الذي رؤوسه $E(-4, -2)$, $F(-3, 2)$, $G(1, 1)$ أوجد صورة $\triangle EFG$ تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله $\frac{3}{2}$.

(x, y)	$(\frac{3}{2}x, \frac{3}{2}y)$
$E(-4, -2)$	$E'(-6, -3)$
$F(-3, 2)$	$F'(-\frac{9}{2}, 3)$
$G(1, 1)$	$G'(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$



أوجد قياس الصورة $C'D'$ ، أو الأصل CD تحت تأثير التمدد فيما يلي مستعملًا معامل التمدد المعطى:

$$CD = \frac{2}{3}, r = -6 \quad (24) \quad CD = 8, r = 3 \quad (23)$$

$$C'D' = 60, r = \frac{10}{3} \quad (26) \quad C'D' = 24, r = 6 \quad (25)$$

$$C'D' = \frac{55}{2}, r = \frac{5}{4} \quad (28) \quad CD = 12, r = -\frac{5}{6} \quad (27)$$

أوجد صورة كل مضلع أعطيت رؤوسه تحت تأثير التمدد الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله -2 فيما يلي:

$$P(-1, 3), Q(2, 2), R(1, -1) \quad (29)$$

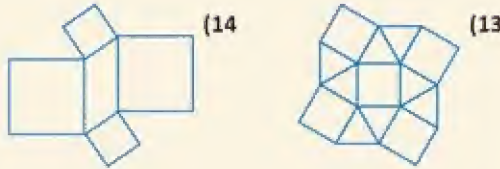
$$E(-3, 2), F(1, 2), G(1, -2), H(-3, -2) \quad (30)$$

31 تصوير طول أحد الأشخاص 175cm، فإذا كان

طوله في إحدى الصور يساوي 8cm، فما معامل

التمدد للصورة بالتقريب؟

حدد فيما يلي إذا كان النمط تليطاً أم لا، وإذا كان كذلك فصفه إلى متماثل أو غير متماثل، ومنتظم أو غير منتظم أو شبه منتظم:



أوجد قياس الصورة $M'N'$ أو الأصل MN تحت تأثير التمدد المعطى معاملة فيما يلي:

- (15) $MN = 5, r = 4$ (16) $MN = 8, r = \frac{1}{4}$
 (17) $M'N' = 36, r = 3$ (18) $MN = 9, r = -\frac{1}{5}$
 (19) $M'N' = 20, r = \frac{2}{3}$ (20) $M'N' = \frac{29}{5}, r = -\frac{3}{5}$
 (21) $MN = 35, r = \frac{2}{7}$ (22) $M'N' = 14, r = -7$

(23) أسفاره: يحاول خالد أن يحسب المسافة التي سيقطعها ليصل إلى البلدة المجاورة. فإذا كانت المسافة على الخريطة بين البلدين تساوي 2.25 in، وكان مقياس الرسم للخريطة التي استعملها خالد هو 1 in لكل 150 mi، فما المسافة التي سيقطعها؟

(24) اختيار من متعدد: ما الانعكاس الذي يجعل النقطة (3, 4) صورة لـ (3, -4)؟

- I انعكاس حول محور السينات
 II انعكاس حول محور الصادات
 III انعكاس حول نقطة الأصل

- A فقط I فقط
 B فقط III فقط
 C I و II
 D I و III

سم صورة كل من الأشكال التالية تحت تأثير الانعكاس في الخط المستقيم m :



- (1) A
 (2) \overline{BC}
 (3) $\triangle DCE$

هندسة إحدائية: ارسم كل شكل وصورته بالإزاحة المعطاة:

(4) $\triangle PQR$ الذي رؤوسه هي: $P(-3, 5), Q(-2, 1), R(-4, 2)$ والإزاحة 3 وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى الأعلى.

(5) متوازي الأضلاع $WXYZ$ الذي رؤوسه هي: $W(-2, -5), X(1, -5), Y(2, -2), Z(-1, -2)$ والإزاحة 5 وحدات إلى الأعلى و 3 وحدات إلى اليسار.

(6) \overline{FG} حيث: $F(3, 5), G(6, -1)$ والإزاحة: $(x, y) \rightarrow (x - 4, y - 1)$

ارسم الصورة الناتجة عن تأثير الانعكاسين في المستقيمين المعطيين، ثم اكتب إحداثيات رؤوس الصورة وزاوية الدوران:

(7) $\triangle JKL$ الذي رؤوسه هي: $J(-1, -2), K(-3, -4), L(1, -4)$ والانعكاس حول محور الصادات، ثم حول محور السينات.

(8) $\triangle ABC$ الذي رؤوسه هي: $A(-3, -2), B(-1, 1), C(3, -1)$ والانعكاس حول الخط المستقيم $y = x$ ، ثم حول الخط المستقيم $y = -x$.

(9) $\triangle RST$ الذي رؤوسه هي: $R(1, 6), S(1, 1), T(3, -2)$ والانعكاس حول محور الصادات، ثم حول الخط المستقيم $y = x$.

(3) رؤوس $\triangle JKL$ هي: $J(-5, 3)$, $K(1, 4)$, $L(-3, -2)$

فإذا انعكس $\triangle JKL$ حول محور السينات وكانت صورته هي $\triangle MPQ$ ، فما إحداثيات رؤوس $\triangle MPQ$ ؟

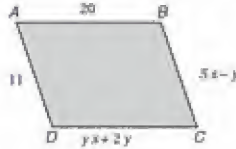
$M(-5, -3)$, $P(1, -4)$, $Q(-3, 2)$ A

$M(-3, 5)$, $P(-4, -1)$, $Q(2, 3)$ B

$M(3, -5)$, $P(4, 1)$, $Q(-2, -3)$ C

$M(5, 3)$, $P(-1, 4)$, $Q(3, -2)$ D

(4) ما قيمة كل من x, y التي تجعل الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؟



$x=4, y=3$ A

$x=\frac{31}{9}, y=\frac{11}{9}$ B

$x=3, y=4$ C

$x=\frac{11}{9}, y=\frac{31}{9}$ D

(5) ما ميل المستقيم المار بالنقطتين $(3, 3)$ و $(-3, -3)$ ؟

1 A

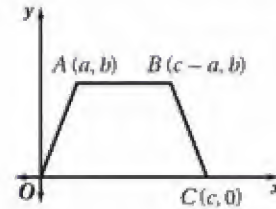
-1 B

3 C

-3 D

أجب عن كل من الأسئلة الآتية:

(1) الشكل $ABCO$ شبه منحرف متطابق السابق.



أي مما يلي إحداثيات الطرف الأيمن للقطعة المتوسطة في شبه المنحرف $ABCO$ ؟

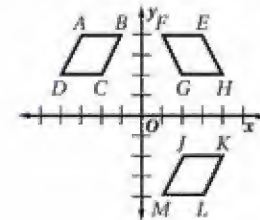
$\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$ A

$\left(\frac{2c-a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ B

$\left(\frac{c}{2}, 0\right)$ C

$\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ D

(2) أي العبارات التالية المتعلقة بالأشكال أدناه صحيحة؟

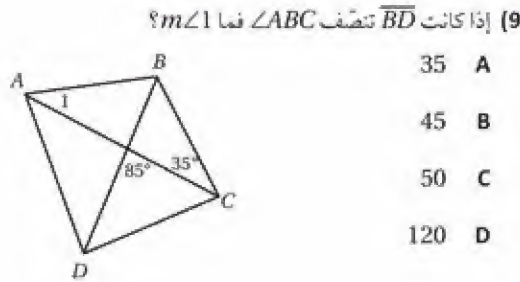


A متوازي الأضلاع $JKLM$ هو انعكاس لـ $ABCD$.

B متوازي الأضلاع $EFGH$ هو إزاحة لـ $ABCD$.

C متوازي الأضلاع $JKLM$ هو إزاحة لـ $EFGH$.

D متوازي الأضلاع $JKLM$ هو إزاحة لـ $ABCD$.



سؤال ذو مستوى متقدم

سجل إجابتك على ورقة، مبيّنًا خطوات الحل.

10 يدرس أحمد الهندسة المعمارية، وقد رسم مخططًا لمتنزه رؤوسه:

$Q(2, 2)$, $R(-2, 4)$, $S(-3, -3)$, $T(3, -4)$ ولكنه

لاحظ أن اتجاه رسمه غير صحيح حيث ظهر الشمال في أسفل الرسم بدلًا من أن يكون في أعلى الرسم.

A ما التحويل الذي يستطيع أحمد تطبيقه على مخططة ليجعل الشمال في أعلى الرسم؟

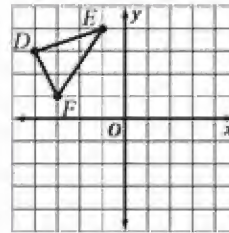
B هل هذا هو التحويل الوحيد الذي يجعل الشمال في أعلى الرسم؟ وضح إجابتك.

C ارسم الشكل الرباعي $QRST$ ، واكتب إحداثيات رؤوسه.

D ارسم الصورة $Q'R'S'T'$ بعد التحويل واكتب إحداثيات رؤوسها.

E قسّر كيف يمكن لأحمد أن يعرف إحداثيات رؤوس الصورة دون استخدام المستوى الإحداثي.

6 إذا أزيح $\triangle DEF$ حسب القاعدة $(x, y) \rightarrow (x+1, y-7)$ ، فما إحداثيات D' ؟

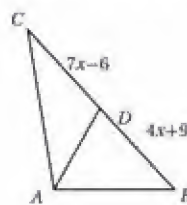


- (-4, -3) C (3, 4) A
(4, -3) D (-3, -4) B

7 يعبر عن المعاكس الإيجابي للعبارة $p \rightarrow q$ بالشكل:

- $q \rightarrow p$ A
 $\sim p \rightarrow \sim q$ B
 $\sim q \rightarrow \sim p$ C
 $\sim q \rightarrow p$ D

8 ما قيمة x إذا كانت \overline{AD} قطعة متوسطة للمثلث ABC ؟



- 2.1 A
4 B
5 C
7 D

هل تحتاج لمساعدة إضافية؟

إذا أخطأت في السؤال ...

فعد إلى ...

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
7-3	3-2	4-1	1-3	7-2	2-3	5-2	7-1	7-2	5-7

الدائرة Circle

الفصل

8

الافكار العامة

- أتعرف عناصر الدائرة، وأحل مسائل تتضمن محيط الدائرة.
- أجد أطوال أقواس وقياسات زوايا في الدائرة.
- أجد أطوال قطع مستقيمة في الدائرة.
- أكتب معادلة الدائرة.

المفردات الأساسية

- الوتر chord (168 م)
- ال محيط circumference (170 م)
- القوس arc (178 م)
- المماس tangent (202 م)
- القاطع secant (213 م)

الربط مع الحياة

عجلات (فيريس): بنى البحار (فيريس) أول عجلة سنة 1893م، وذلك في معرض كولومبيا العالمي، بارتفاع 150 ft. وقطر هذه العجلة يساوي 140 ft. ويحوي 40 عربة تتسع كل منها لستة أشخاص.

المَطَوِّيات

ننضم أفكار

الدوائر: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك، ابدأ بخمس ورقات بقياس A4 ثم قص خمس دوائر كبيرة متطابقة.



- 2 **أطو الدوائر الثلاث**
المتبقية في المنتصف،
واعمل شقاً في منتصف خط
الطي.



- 1 **أطو دائرتين من المنتصف**
واعمل شقاً طوله 2 cm
عند طرفيه خط الطي.



- 4 **أطو لعمل كتيب، اكتب على**
الغلاف عنوان الفصل، أما
بقية الصفحات فرقمها بأرقام
الدروس.



- 3 **أدخل الدائرتين**
المشقوقتين عند طرفيه
الثنية في الدوائر المشقوقة
في منتصف خط الطي.

التهيئة لفصل 8

تشخيص الاستعداد: هناك بديان للتأكد من المهارات السابقة الضرورية



البديل 2

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obelkaneducation.com

البديل 1

أجب عن الاختبار الآتي. ارجع إلى المراجعة السريعة، لمساعدتك على ذلك.

مراجعة سريعة

اختبار سريع

مثال (1)

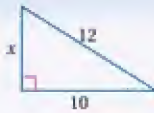
$$\text{حلّ المعادلة: } 5 - y = 13(y + 2)$$

$$5 - y = 13(y + 2)$$

$$\text{خاصية التوزيع} \quad 5 - y = 13y + 26$$

$$\text{جمع } (y-26) \text{ للطرفين ونجمع الحدود المشابهة} \quad -21 = 14y$$

$$\text{بقسمة الطرفين على 14} \quad -1.5 = y$$



مثال (2)

أوجد قيمة x مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة كلما لزم ذلك.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$x^2 + 10^2 = 12^2$$

$$x^2 + 100 = 144$$

$$x^2 = 44$$

$$x = \sqrt{44}$$

$$x \approx 6.6$$

نظرية فيثاغورس

بالتعويض

بالتبسيط

نخرج 100 من كلا الطرفين

أخذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين

استعمال الآلة الحاسبة

مثال (3)

$$\text{حلّ المعادلة } x^2 + 3x - 10 = 0 \text{ باستعمال القانون العام:}$$

$$\text{القانون العام} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, b = 3, c = -10 \quad = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$$

$$\text{بالتبسيط} \quad = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2}$$

$$\text{بالتبسيط} \quad = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x = \frac{-3 - 7}{2} = -5 \quad \text{أو} \quad x = \frac{-3 + 7}{2} = 2$$

حلّ كل معادلة مما يأتي: (مهارة سابقة)

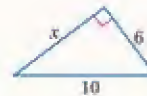
$$6.3p = 15.75 \quad (2) \quad \frac{4}{9}p = 72 \quad (1)$$

$$7(x + 2) = 3(x - 6) \quad (4) \quad 3x + 12 = 8x \quad (3)$$

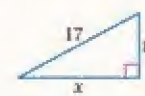
(5) يُعطى محيط الدائرة بالعلاقة $C = 2\pi r$. حلّ هذه المعادلة لإيجاد r .

أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

(مهارة سابقة)



(7)



(6)

(8) إذا علمت أن طول أحد ضلعي المثلث المتطابق

الضلعين والقائم الزاوية يساوي 72in، فأوجد

طول الوتر. (مهارة سابقة)

استعمل القانون العام لحل كل معادلة تربيعية مما يأتي مقرباً الناتج إلى

أقرب جزء من عشرة: (مهارة سابقة)

$$x^2 - 4x = 10 \quad (9)$$

$$3x^2 - 2x - 4 = 0 \quad (10)$$

$$x^2 = x + 15 \quad (11)$$

(12) فيزياء: أطلق صاروخ رأسياً إلى الأعلى من مستوى

سطح الأرض. وتُعطى المسافة الرأسية d التي قطعها من

سطح الأرض مقبسة بوحدة القدم بعد t من الثواني بالعلاقة

$$d = 96t - 16t^2$$

أوجد قيم t عندما تكون $d = 102$ ft إلى أقرب جزء من عشرة. (مهارة سابقة)

الدائرة ومحيطها Circle and Circumference

8-1



الاستدلال

تلاحظ الأشكال الدائرية كثيرًا في مدن الألعاب وتبين الصورة المجاورة إحدى الألعاب، وهي على شكل قرص دائري تُثبت عليه مقاعد للزوار الذين يرغبون في استعمال هذه اللعبة.

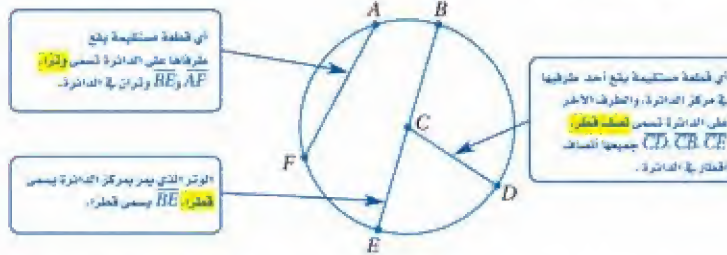
الأفكار الرئيسية:

- أتعرف عناصر الدائرة وأستعملها.
- أحل مسائل باستعمال محيط الدائرة.

المفردات

- الدائرة
circle
- المركز
center
- الوتر
chord
- نصف القطر
radius
- القطر
diameter
- محيط الدائرة
circumference
- النسبة التقريبية (π)
Pi

عناصر الدائرة: الدائرة هي المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى، والتي تبعد مسافات متساوية عن نقطة معطاة تسمى **مركز الدائرة**، وعادة ما تسمى الدائرة بمركزها، والشكل أدناه يظهر الدائرة C التي يمكن كتابتها بصورة $\odot C$. وتوجد عدة قطع مستقيمة خاصة بالدائرة يبينها الشكل الموضح أدناه.



يدل نصف قطر الدائرة على قطعة مستقيمة، أو على قياس هذه القطعة المستقيمة. وكذلك بالنسبة لقطر الدائرة. لاحظ أن القطر BE يتكون من نصفي القطر CB و CE .

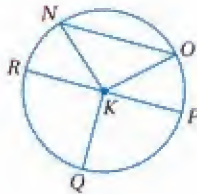
إرشادات

المحل الهندسي

يقصد بالمحل الهندسي مجموعة النقاط في المستوى، أو الفراغ التي تحقق شرطًا معينًا

مثال

تحديد عناصر الدائرة



- سمِّ الدائرة.
 تسمى الدائرة التي مركزها K ، الدائرة K أو $\odot K$.
- سمِّ نصف قطر في الدائرة.
 يظهر خمسة أنصاف أقطار في الدائرة K : KN, KO, KP, KQ, KR
- سمِّ وترًا في الدائرة.
 يظهر وتران هما: NO و RP .
- سمِّ قطرًا في الدائرة.
 هو الوتر الوحيد المار بالمركز، إذن RP هو قطر.



1) سَمِّ الدائرة، وسمِّ وترًا وقطرًا ونصف قطر فيها.

إرشادات

مركز الدائرة

سوف يظهر مركز الدائرة في الأشكال المرسومة في هذا الكتاب كتشظية.

استنادًا إلى التعريف الذي ينص على أن المسافة من المركز إلى أي نقطة على الدائرة تكون متساوية، فإن أنصاف أقطار الدائرة r متطابقة. وبما أن القطر d يتكون من نصفي قطرين في الدائرة، فإن كل الأقطار متطابقة. ويكون $d = 2r$ ، وأيضًا $r = \frac{d}{2} = \frac{1}{2}d$.

مثال

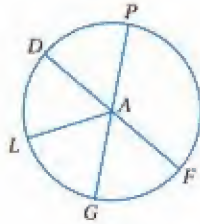
2) \overline{PG} و \overline{DF} قطران في الدائرة A :

(a) إذا كان $DF = 10$ ، فأوجد DA .

$$\begin{aligned} \text{قانون نصف القطر} \quad r &= \frac{1}{2}d \\ \text{بالتعويض والتبسيط} \quad &= \frac{1}{2}(10) = 5 \end{aligned}$$

(b) إذا كان $AG = 12$ ، فأوجد LA .

بما أن أنصاف أقطار الدائرة كلها متطابقة، فإن $LA = AG$. إذن، $LA = 12$.



تحقق من فهمك

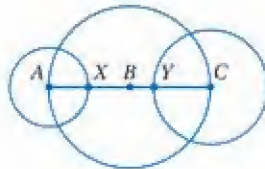
2A) إذا كان $PA = 7$ ، فأوجد PG . 2B) إذا كان $PG = 15$ ، فأوجد DF .

القطعة المستقيمة الواصلة بين مركزي دائرتين متقاطعتين تحتوي على نصف قطر كل منهما إذا كانت أكبر من كلا نصفي القطرين.

إيجاد القياسات في الدوائر المتقاطعة

مثال

3) إذا كانت أطوال أقطار $\odot A$ ، $\odot B$ ، $\odot C$ تساوي 10 in، 20 in، 14 in على الترتيب، فأوجد XB .



بما أن طول قطر $\odot A$ يساوي 10، إذن $AX = 5$.
وبما أن طول قطر $\odot B$ يساوي 20، إذن $AB = BC = 10$.
ولكن \overline{XB} هو جزء من نصف القطر \overline{AB} ، ولدينا:
 $AX + XB = AB$ مسلمة إضافة القطع المستقيمة
 $5 + XB = 10$ بالتعويض
 $XB = 5$ بطرح 5 من كلا الطرفين

تحقق من فهمك

3) أوجد BY .

إرشادات

الدوائر المتقاطعة

للدوائر في مثال 3 أنصاف أقطار مختلفة، لذلك هي ليست متطابقة. وحتى تكون الدوائر متطابقة يجب أن يكون لها أطوال أنصاف الأقطار أو نفس الأقطار.

محيط الدائرة محيط الدائرة هو طول الخط حول الدائرة، ويرمز إليه بالرمز C .

معمل الهندسة

نسبة المحيط

يوجد علاقة خاصة بين محيط الدائرة وقطرها.

جمع البيانات وتحليلها

جمع عشرة أشياء دائرية.

الشيء	C	d	$\frac{C}{d}$
1			
2			
3			
⋮			
10			

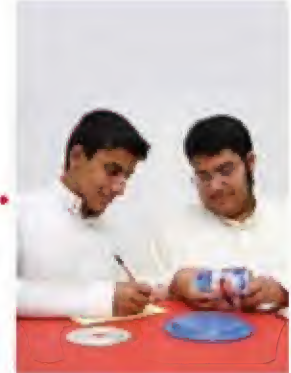
(1) قس المحيط C والقطر d لكلٍّ منها بوحدة الملمتر،

وسجل النتائج في جدول.

(2) احسب قيمة $\frac{C}{d}$ إلى أقرب جزء من مائة لكلٍّ منها،

وسجل النتائج في العمود الرابع.

(3) **خمن** ما العلاقة بين المحيط والقطر في الدائرة؟



من خلال النشاط في معمل الهندسة يمكنك التوصل إلى أن محيط أي دائرة يمكن حسابه بإيجاد حاصل ضرب القطر في عدد أكبر قليلاً من 3. وبالتعريف، فإن النسبة $\frac{C}{d}$ تعطي عدداً غير نسبي، يُسمى **باي (pi)** ويرمز إليه بالرمز π ، وهو مأخوذ من اللغة اليونانية. يمكن اشتقاق قانونين لمحيط الدائرة من هذا التعريف.

$$\frac{C}{d} = \pi \quad \text{تعريف } \pi$$

$$C = \pi d \quad \text{بضرب كلا الطرفين في } d$$

$$C = \pi(2r) \quad d = 2r$$

$$C = 2\pi r \quad \text{بالتبسيط}$$

محيط الدائرة

مفهوم أساسي

إذا كان طول محيط الدائرة C وحدة، وطول القطر d وحدة، أو كان نصف القطر r وحدة،

فإن المحيط يُعبر عنه بالعلاقين $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$.

إيجاد محيط الدائرة وقطرها ونصف قطرها.

مثال

4 (a) أوجد C ، إذا كان $r = 7 \text{ cm}$. (b) أوجد C ، إذا كان $d = 12.5 \text{ in}$.

$$C = \pi d \quad \text{قانون المحيط}$$

$$= \pi(12.5) \quad \text{بالتعويض}$$

$$= \pi(12.5)$$

$$\approx 39.27 \text{ in}$$

$$C = 2\pi r \quad \text{قانون المحيط}$$

$$= 2\pi(7) \quad \text{بالتعويض}$$

$$= 14\pi$$

$$\approx 43.98 \text{ cm}$$

إرشادات

الأقطار وأنصاف الأقطار

يوجد عدد لا نهائي من الأقطار وأنصاف الأقطار في الدائرة.

(c) أوجد قيمة d و r إلى أقرب جزء من مائة، إذا كان $C = 136.9 \text{ m}$.

قانون نصف القطر	$r = \frac{1}{2}d$	قانون محيط الدائرة	$C = \pi d$
$d \approx 43.58$	$\approx \frac{1}{2}(43.58)$	بالتعويض	$136.9 = \pi d$
باستعمال الآلة الحاسبة	$\approx 21.79 \text{ m}$	بقسمة كلا الطرفين على π	$\frac{136.9}{\pi} = d$
		باستعمال الآلة الحاسبة	$43.58 \text{ m} \approx d$

تحقق من فهمك

(4A) أوجد C ، إذا كان $r = 12 \text{ in}$.

(4B) أوجد C ، إذا كان $d = 7.25 \text{ m}$.

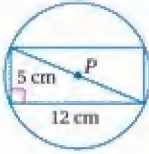
(4C) أوجد d و r إلى أقرب جزء من مائة، إذا كان $C = 77.8 \text{ cm}$.

يمكنك استعمال أشكال هندسية أخرى تساعدك على فهم محيط الدائرة وحسابه.

استعمال أشكال أخرى لإيجاد محيط الدائرة

مثال

5 أوجد القيمة الفعلية لمحيط $\odot P$.



قطر الدائرة هو وتر المثلث القائم الزاوية.

$$\begin{aligned} \text{نظرية فيثاغورس} \quad a^2 + b^2 &= c^2 \\ \text{بالتعويض} \quad 5^2 + 12^2 &= c^2 \\ \text{بالتبسيط} \quad 169 &= c^2 \\ \text{بأخذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين} \quad 13 &= c \end{aligned}$$

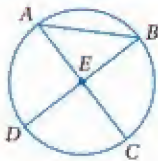
إذن، قطر الدائرة يساوي 13 cm ، ولإيجاد محيط الدائرة، عوض عن قيمة d في القانون $C = \pi d$.

إذن القيمة الفعلية لمحيط الدائرة يساوي 13π .

تحقق من فهمك

(5) ارسم مربعًا طول ضلعه 8 in داخل $\odot N$ ، وأوجد القيمة الفعلية لمحيط $\odot N$.

ناتج



ارجع إلى الدائرة في الشكل المجاور للإجابة عن التمارين 1 - 6.

(1) سمّ الدائرة. (2) سمّ نصف قطر.

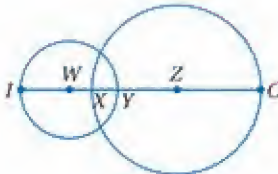
(3) سمّ وترًا. (4) سمّ قطرًا.

(5) افترض أن $BD = 12 \text{ mm}$ ، فأوجد نصف قطر الدائرة.

(6) افترض أن $CE = 5.2 \text{ in}$ ، وأوجد طول قطر الدائرة.

إذا كان نصف قطر $\odot W$ هو 4 وحدات، ونصف قطر $\odot Z$ يساوي 7 وحدات، و $XY = 2$ ، فأوجد قياس كل مما يأتي:

(7) YZ (8) IX (9) IC



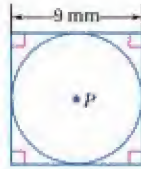
المثالان 1 و 2
(ص 168-169)

مثال 3
(ص 169)

مثال 4
(من 170)

في دائرة ما، إذا أعطيت نصف القطر أو القطر أو المحيط، فأوجد القياسات الأخرى في كل مما يأتي مقربة إلى أقرب جزء من مائة:

(10) $r = 5 \text{ m}$, $d = \underline{\hspace{1cm}}$, $C = \underline{\hspace{1cm}}$ (11) $C = 2368 \text{ ft}$, $d = \underline{\hspace{1cm}}$, $r = \underline{\hspace{1cm}}$



(12) في الشكل المجاور، أوجد القيمة الفعلية لمحيط الدائرة.

مثال 5
(من 171)

تمارين ومسائل



ارجع إلى الدائرة في الشكل المجاور، لحل التمارين 13-17.

الواجب المنزلي	إرشادات
القطر الأمثلة	التمارين
1	13-22
2	23-26
3	27-32
4	33-36
5	37, 38

(13) سمّ الدائرة.

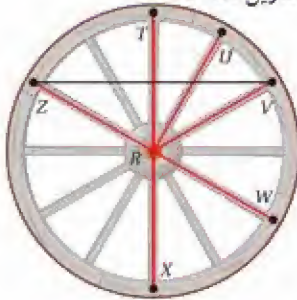
(14) سمّ أنصاف الأقطار.

(15) سمّ وترًا.

(16) سمّ القطر.

(17) سمّ نصف قطر ليس مرسومًا كجزء من قطر.

تاريخ: ارجع إلى نموذج عجلة العربة في الشكل المجاور، لحل التمارين 18-26.



(18) سمّ الدائرة.

(19) سمّ نصف قطر في الدائرة.

(20) سمّ وترًا في الدائرة.

(21) سمّ قطرًا في الدائرة.

(22) سمّ نصف قطر ليس مرسومًا كجزء من قطر.

(23) إذا علمت أن نصف قطر الدائرة هو قدمان، فأوجد قطرها.

(24) إذا كان $RZ = 32 \text{ in}$ ، فأوجد ZW .

(25) إذا كان $UR = 18 \text{ in}$ ، فأوجد RV .

(26) إذا كان $XT = 1.2 \text{ m}$ ، فأوجد UR .



أطوال أقطار $\odot A$, $\odot B$, $\odot C$ هي 10, 30, 10 وحدات على الترتيب. إذا علمت أن $\overline{AZ} \cong \overline{CW}$ وأن $CW = 2$ ، فأوجد كلاً من القياسات الآتية:

BX (29)

ZX (28)

AZ (27)

AC (32)

YW (31)

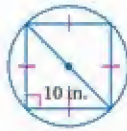
BY (30)

إذا أعطيت نصف القطر، أو القطر أو المحيط في دائرة ما، فأوجد قيمة القياسات المجهولة لكل مما يأتي مقربة إلى أقرب جزء من مائة:

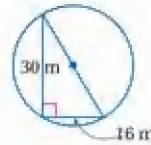
(33) $r = 7 \text{ mm}$, $d = \underline{\hspace{1cm}}$, $C = \underline{\hspace{1cm}}$ (34) $d = 26.8 \text{ cm}$, $r = \underline{\hspace{1cm}}$, $C = \underline{\hspace{1cm}}$

(35) $d = 2a$, $r = \underline{\hspace{1cm}}$, $C = \underline{\hspace{1cm}}$ (36) $r = \frac{a}{6}$, $d = \underline{\hspace{1cm}}$, $C = \underline{\hspace{1cm}}$

أوجد القيمة الفعلية لمحيط كل دائرة مما يأتي:

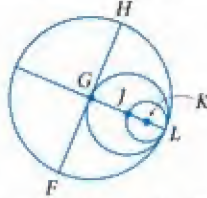


(38)



(37)

تقاطع الدوائر G, I, K جميعًا في النقطة L كما هو في الشكل المجاور. فإذا كان $GH = 10$ ، فأوجد القياسات الآتية:



FH (40)

FG (39)

GJ (42)

GL (41)

JK (44)

JL (43)

(45) **احتمال:** أوجد احتمال أن تكون القطعة المستقيمة التي تقع إحدى نهايتها في مركز الدائرة، والنهية الأخرى على الدائرة، نصف قطر لتلك الدائرة. وفسر إجابتك.

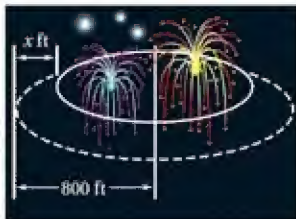
(46) **احتمال:** أوجد احتمال أن يكون الوتر، الذي لا يحوي مركز الدائرة، أطول الأوتار في الدائرة.



فناء: استعمل المعلومات الآتية لحل التمرينين 47 و 48. يريد بسام تبليط فناء كاليمين في الصورة المجاورة.

(47) إذا كان نصف قطر الفناء يساوي 6 m، فما محيطه؟

(48) إذا أراد أن يكون محيط الدائرة الداخلية 19 m، فما طول نصف قطر الدائرة إلى أقرب متر؟



ألعاب نارية: استعمل المعلومات الآتية في حل التمارين 49–51:

احتفالاً باليوم الوطني للمملكة العربية السعودية تطلق الألعاب النارية من منصة ثابتة، حيث يتم إبعاد المشاهدين مسافة كافية وأمنة عن دائرة الانفجار. علمًا بأن حدود الدائرة الآمنة تبعد عن مركز دائرة الانفجار 800 قدم.

(49) أوجد القيمة التقريبية لمحيط الدائرة الآمنة.

(50) إذا كانت الدائرة الآمنة تبعد بمقدار يتراوح من 200 إلى 300 ft أكثر من بعد دائرة الانفجار عن المركز، فأوجد القيمتين اللتين يتراوح بينهما نصف قطر دائرة الانفجار.

(51) أوجد أقل قيمة وأكبر قيمة لمحيط دائرة الانفجار مقربة إلى أقرب قدم.

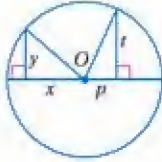


(52) **تبرير:** تسمى الدوائر التي لها المركز نفسه، وأنصاف أقطارها مختلفة **دوائر متحدة المركز**. استعمل الشكل المجاور لإيجاد محيط كل دائرة.

مسائل مهارات التفكير العليا

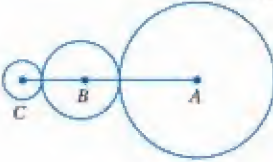
(53) **مسألة مفتوحة** : ارسم دائرة بحيث يكون محيطها بين 8 cm و 12 cm. ما نصف قطرها؟ وضح إجابتك .

(54) **تحذّر** : في الشكل المجاور، النقطة O هي مركز الدائرة $x^2 + y^2 + p^2 + t^2 = 288$ ، ما القيمة الفعلية لمحيط $\odot O$ ؟



(55) **تحذّر** : في الشكل المجاور، نصف قطر A يساوي مثلي (ضعف) نصف قطر B ويساوي أيضا أربعة أمثال نصف قطر C .

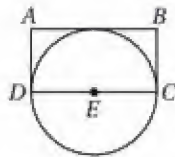
فإذا كان مجموع محيطات الدوائر الثلاث 42π ، أوجد AC .



(56) **استكشف** : ابحث في الإنترنت عن معلومات حول العلماء الذين درسوا الدائرة وصاغوا قوانينها، واكتب تقريرا حول ذلك.

تدريب على اختيار معياري

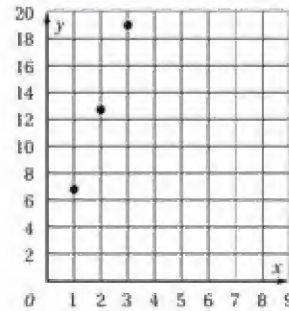
(58) إذا قارنا محيط $\odot E$ بمحيط المستطيل $ABCD$ في الشكل أدناه، فأي العبارات الآتية صحيحة؟



F محيط المستطيل $ABCD$ أكبر من محيط الدائرة E .
G محيط الدائرة E أكبر من محيط المستطيل $ABCD$.

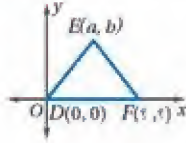
H محيط المستطيل $ABCD$ يساوي محيط الدائرة E .
J لا توجد معلومات كافية لتحديد أوجه المفاضلة.

(57) **مراجعة** : أي العبارات فيما يأتي يمثلها الرسم أدناه أفضل تمثيل:



A العلاقة بين طولي ضلعي مربع.
B العلاقة بين طول ضلع المكعب ومساحته السطحية.
C العلاقة بين طول نصف قطر الدائرة ومحيطها.
D العلاقة بين طول نصف قطر الدائرة وقطرها.

59 أوجد طول صورة القطعة المستقيمة \overline{AB} بعد تمدد معاملته $K = \frac{-1}{2}$ حيث $A(5, -1)$, $B(-3, 5)$ (درس 5-7)



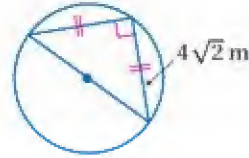
60 الهندسة الإحداثية: سمّ الإحداثيات المجهولة، إذا كان $\triangle DEF$

مثلاً متطابق الضلعين، زاوية رأسه E . (درس 3-3)

أوجد القيمة الفعلية لمحيط كل دائرة مما يأتي: (الدرس 8-1)



(62)



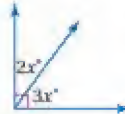
(61)

المسألة

مهارة سابقة وضرورية: أوجد قيمة x في كل مما يأتي: (مهارة سابقة)



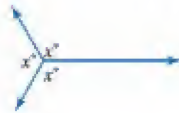
(65)



(64)



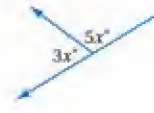
(63)



(68)



(67)



(66)

اقرأ

تعابير في الحياة اليومية تحتوي مفردات من الرياضيات

هل سمعت عن أحدهم "يدور في دائرة مغلقة"؟ هل المعنى الرياضي لكلمة دائرة يعكس نفس المعنى الذي يرمي إليه هذا التعبير؟ وغالبًا ما يكون لهذه التعبيرات المستعملة في أحاديثنا اليومية علاقة بالمعنى الرياضي لهذه الكلمات التي يتضمنها التعبير.

التعبير	معناه في الحياة	معناه في الرياضيات
قوس شعر	أداة تستخدم لترتيب الشعر	القوس جزء متصل من دائرة محدد بنقطتين.
الدرجة الوظيفية	رتبة الموظف في مجال عمله	الدرجة هي وحدة قياس تستعمل لقياس الزوايا والأقواس.
الحمية المتكاملة	إضافات لتحقق متطلبات التغذية	الزاويتان المتكاملتان هما الزاويتان اللتان يكون مجموعهما 180° .

لاحظ أنه في الأمثلة السابقة، المعنى الرياضي للكلمات، له علاقة بالمعنى المستعمل في حياتنا اليومية.

اقرأ وتعلم

صف المعنى اللغوي لكل تعبير مما يأتي، وما علاقته بالمعنى الرياضي (في الرياضيات) للكلمات التي يحويها؟

- (1) يدور في دائرة مغلقة
- (2) الوصول إلى النقطة
- (3) لا يوجد برهان أو إثبات
- (4) **بحث** استعمل الإنترنت أو أي مصدر آخر لوصف المعنى المستعمل في الحياة اليومية (لغويًا) وعلاقته بالمعنى الرياضي لكل من التعبيرين:
 - (a) المرسوم داخل.
 - (b) المقطع.
- (5) **اكتب:** ما العلاقة بين التعريف الرياضي للقوس وتعريف القنطرة؟

قياس الزوايا والأقواس Measuring Angles and Arcs

8-2

الاستعداد



معظم الساعات في الأجهزة الإلكترونية عبارة عن ساعات رقمية، وهي الساعات التي تُظهر الوقت على شكل أرقام. وتُستعمل الساعات العادية في تزيين المنزل، أو كساعات يدوية. وهذه الساعات لها عقارب أو مؤشرات متحركة تشير إلى الساعة والدقيقة، وأحياناً هناك مؤشر أو عقرب للثواني. ووجه هذه الساعة عبارة عن دائرة، وتكوّن العقارب الثلاث زوايا مركزية فيها.

الأفكار الرئيسية:

- أميزّ القوس الأكبر، القوس الأصغر، نصف الدائرة، الزوايا المركزية، وقياساتها.
- أجد طول القوس.

المفردات:

الزاوية المركزية
central angle

القوس
arc

القوس الأصغر
minor arc

القوس الأكبر
major arc

نصف الدائرة
semicircle

الزوايا والأقواس: لقد تعلمت في دراستك السابقة، أن مجموع الزوايا المنجمعة حول نقطة يساوي 360° ، لذا فإن الدرجة تساوي $\frac{1}{360}$ من الدورة الكاملة حول نقطة. وهذا يعني أن مجموع الزوايا حول مركز الساعة يساوي 360° درجة، وكل زاوية تتشكل من عقارب الساعة تسمى زاوية مركزية. **والزاوية المركزية** يقع رأسها في مركز الدائرة وצלعاها نصفان قطريين في الدائرة.

مجموع الزوايا المركزية

مفهوم أساسي



التعبير اللفظي: مجموع الزوايا المركزية في الدائرة، والتي لا تحوي نقاطاً داخلية مشتركة وتغطي قطاعاتها كل الدائرة، يساوي 360° درجة.

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$$

مثال:

قياس الزوايا المركزية

مثال



نظرية جمع الزوايا

بالتعويض

بالتبسيط

بقسمة كلا الطرفين على 30

1 جبر: ارجع إلى الدائرة $\odot O$.

وأوجد $m\angle AOD$.

$\angle AOD$ و $\angle DOB$ زاويتان متجاورتان على خط مستقيم، والزوايتان المتجاورتان على خط مستقيم متكاملتان.

$$m\angle AOD + m\angle DOB = 180^\circ$$

$$m\angle AOD + m\angle DOC + m\angle COB = 180^\circ$$

$$25x + 3x + 2x = 180$$

$$30x = 180$$

$$x = 6$$

استعمل قيمة x لإيجاد $m\angle AOD$.

$$m\angle AOD = 25x$$

$$= 25(6) = 150^\circ$$

تحقق من فهمك

1) أوجد $m\angle AOE$.

تجزئ الزاوية المركزية الدائرة إلى جزأين، و يسمى كل جزء **قوساً**، ويرتبط قياس كل قوس بقياس زاويته المركزية.

مفاهيم أساسية		أقواس الدائرة	
نوع القوس	القوس الأصغر	القوس الأكبر	نصف الدائرة
تعريفه	القوس الذي قياسه أقل من 180°	القوس الذي قياسه أكبر من 180°	القوس الذي قياسه 180°
مثال			
تسميته	يُسمى عادة بحرفي نهايته \widehat{AC}	يُسمى بحرفي نهايته ونقطة أخرى على القوس \widehat{DFE}	يُسمى بحرفي نهايته ونقطة أخرى على القوس \widehat{JKL} و \widehat{JML}
قياس القوس بالدرجات يساوي	قياس الزاوية المركزية $m\angle ABC = 110^\circ$ ، إذن $m\widehat{AC} = 110^\circ$	$360^\circ \div 2 = 180^\circ$ $m\widehat{JML} = 180^\circ$ $m\widehat{JKL} = 180^\circ$	$360^\circ \div 2 = 180^\circ$ $m\widehat{JML} = 180^\circ$ $m\widehat{JKL} = 180^\circ$

إرشادات

تسمية الأقواس

إذا كان قوس ما يسمى بثلاثة أحرف فلا تفترض أنه نصف دائرة أو قوس أكبر في الدائرة، إذ يمكنك تسمية القوس الأصغر في دائرة بثلاثة أحرف.

الأقواس المتساوية القياس في دائرة أو في دوائر متطابقة تكون متطابقة.

نظرية 8.1

في الدائرة أو في الدوائر المتطابقة، يكون القوسان متطابقين إذا وفقط إذا كانت الزاويتان المركزيتان المناظرتان لهما متطابقتين.

سوف نبرهن هذه النظرية في تمرين 50.

أقواس الدائرة التي تشترك في نقطة واحدة أو نقطتين فقط تكون أقواساً متجاورة. وكما في الزوايا المتجاورة، فإنه يمكن جمع قياسات الأقواس المتجاورة.

مسئمة 8.1

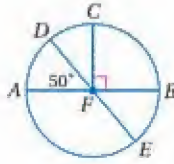
القوس المكون من قوسين متجاورين يكون قياسه حاصل جمع قياسيهما.

مثال. في $\odot S$

$$m\widehat{PQ} + m\widehat{QR} = m\widehat{PQR}$$



2 في F ، $\odot F$ ، $\overline{CF} \perp \overline{FB}$ ، $m\angle DFA = 50^\circ$. أوجد قياس كل مما يأتي:



(a) $m\widehat{BE}$

$m\widehat{BE} = m\angle BFE$ إذن أصغر، إذن $m\widehat{BE} = m\angle BFE$

الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة

$$\angle BFE \cong \angle DFA$$

تعريف الزوايا المتطابقة

$$m\angle BFE = m\angle DFA$$

خاصية التعدي

$$m\widehat{BE} = m\angle DFA$$

بالتعويض

$$m\widehat{BE} = 50^\circ$$

(b) $m\widehat{CBE}$

يتكون \widehat{CBE} من القوسين المتجاورين \widehat{CB} و \widehat{BE} .

$$m\widehat{CB} = m\angle CFB$$

$$= 90^\circ$$

زاوية قائمة $\angle BFC$

$$m\widehat{CBE} = m\widehat{CB} + m\widehat{BE}$$

مسألة جمع الأقواس

$$m\widehat{CBE} = 90^\circ + 50^\circ = 140^\circ$$

بالتعويض

(c) $m\widehat{ACE}$

من طرائق إيجاد $m\widehat{ACE}$ استعمال \widehat{BE} و \widehat{ACB} ، حيث \widehat{ACB} نصف دائرة.

مسألة جمع الأقواس

$$m\widehat{ACE} = m\widehat{ACB} + m\widehat{BE}$$

بالتعويض

$$m\widehat{ACE} = 180^\circ + 50^\circ = 230^\circ$$

تحقق من فهمك

أوجد قياس كل مما يأتي:

$$m\widehat{CAE} \quad (C2) \quad m\widehat{DCB} \quad (B2) \quad m\widehat{CD} \quad (A2)$$

في التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية، تقسم الزوايا المركزية الدائرية إلى أجزاء أو قطاعات لتمثيل بيانات معينة، تُعطى عادة كنسب مئوية، و يتناسب قياس الزاوية المركزية مع النسبة المئوية الممثلة لها.

التمثيل بالقطاعات الدائرية

مثال

3 الخدمات الصحية: يبين الشكل المجاور النسب المئوية للخدمات الصحية في إحدى الدول وفق أربع فئات، أوجد قياس الزاوية المركزية لكل فئة.

مجموع النسب المئوية يساوي 100% وهذا يمثل الفئات الأربع جميعها. استعمال النسبة المئوية لتحديد الجزء من الدائرة الكاملة (360°) لكل زاوية مركزية.

النسب المئوية للخدمات الصحية



$$19.1\% \times 360^\circ = 68.76^\circ$$

$$23.4\% \times 360^\circ = 84.24^\circ$$

$$46.8\% \times 360^\circ = 168.48^\circ$$

$$10.7\% \times 360^\circ = 38.52^\circ$$

المستشفيات الحكومية

المستشفيات الخاصة

المراكز الصحية الحكومية

مستشفيات الولادة الحكومية

مشاركات في الرياضات	كرة السلة
20%	كرة الطائرة
18%	كرة الريشة
7%	كرة القدم
39%	التنس
9%	كرة اليد

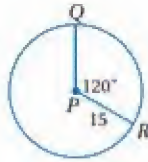
رياضة: ارجع إلى الجدول المجاور، الذي يُظهر الألعاب الرياضية المفضلة لمجموعة من الطلبة، والنسبة المئوية للمشاركة في كل منها.

(3A) إذا مثلت هذه المعلومات بالقطاعات الدائرية، فما قياس الزاوية المركزية لكل فئة؟

(3B) هل توجد ألعاب رياضية لها قياس القوس نفسه؟ ولماذا؟
ما قياس الأقواس التي تمثل رياضة الكرة الطائرة وكرة القدم معًا؟

طول القوس: هناك طريقة أخرى لقياس القوس، وهي إيجاد طوله. وبما أن قوس الدائرة جزء من الدائرة، إذن طول هذا القوس جزء من محيطها.

مثال



4 في الدائرة P ، $PR = 15$ ، $m\angle QPR = 120^\circ$. أوجد طول \widehat{QR} .
في P ، $r = 15$ ، إذن (طول المحيط) $C = 2\pi(15) = 30\pi$ و $m\widehat{QR} = m\angle QPR = 120^\circ$

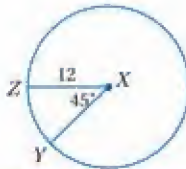
اكتب تناسبًا لمقارنة كل جزء منسوبًا إلى الدائرة الكاملة.

$$\begin{array}{lcl} \text{طول القوس} & \leftarrow & \frac{120}{360} = \frac{\ell}{30\pi} \\ \text{محيط الدائرة} & \leftarrow & \text{قياس الدائرة كاملة بالدرجات} \end{array}$$

والآن حُلّ التناسب لتجد قيمة ℓ .

$$\begin{aligned} \frac{120}{360} &= \frac{\ell}{30\pi} \\ \frac{120}{360}(30\pi) &= \ell && \text{بضرب كلا الطرفين في } 30\pi \\ 10\pi &= \ell && \text{بالتبسيط} \end{aligned}$$

طول القوس \widehat{QR} هو 10π وحدة أو 31.42 وحدة تقريبًا.



4 أوجد طول \widehat{ZY} في الشكل المجاور.

إرشادات

مراجعة

لمزيد من الفهم، ارجع إلى موضوع التناسب في دراستك السابقة.

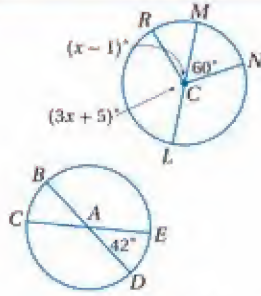
ويمكن تبني التناسب الذي استعمل في مثال 4 لإيجاد طول القوس في أي دائرة.

طول القوس

مفهوم أساسي

$$\begin{array}{lcl} \text{طول القوس} & \leftarrow & \frac{A}{360} = \frac{\ell}{2\pi r} \\ \text{محيط الدائرة} & \leftarrow & \text{قياس القوس بالدرجات} \\ & & \text{قياس الدائرة كاملة بالدرجات} \end{array}$$

ويمكن كتابتها بصورة: $\ell = \frac{A}{360} \cdot C$



الأمور التي تهتم الزبون



جبر: أوجد قياس كل مما يأتي.

$$m\angle RCL \text{ (2)} \quad m\angle NCL \text{ (1)}$$

$$m\angle RCN \text{ (4)} \quad m\angle RCM \text{ (3)}$$

في $\odot A$ ، $m\angle EAD = 42^\circ$. أوجد قياس كل مما يأتي:

$$m\widehat{CB\bar{E}} \text{ (6)} \quad m\widehat{BC} \text{ (5)}$$

$$m\widehat{CD} \text{ (8)} \quad m\widehat{EDB} \text{ (7)}$$

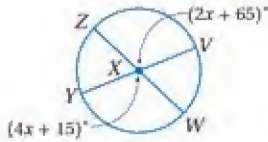
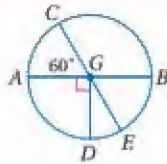
9) **مطاعم:** يبين التمثيل المجاور نتائج دراسة أجريت على

مجموعة من الأشخاص الذين يتناولون وجبات الطعام في المطاعم، لمعرفة أهم الأمور التي تهتم الزبون. حدد قياس كل زاوية في التمثيل مقرباً إلى أقرب درجة.

10) تقع النقطتان T و R على $\odot W$ بحيث إن $WR = 12$ ،

و $m\angle TWR = 60^\circ$. أوجد طول \widehat{TR} .

تمارين ومسائل



أوجد قياس كل مما يأتي:

$$m\angle BGE \text{ (12)} \quad m\angle CGB \text{ (11)}$$

$$m\angle DGE \text{ (14)} \quad m\angle AGD \text{ (13)}$$

$$m\angle AGE \text{ (16)} \quad m\angle CGD \text{ (15)}$$

جبر: أوجد قياس كل مما يأتي:

$$m\angle YXW \text{ (18)} \quad m\angle ZXV \text{ (17)}$$

$$m\angle VXW \text{ (20)} \quad m\angle ZXY \text{ (19)}$$

$\angle BOD \cong \angle DOE \cong \angle EOF \cong \angle FOA$ ، $\odot O$ قطران \overline{AB} و \overline{EC}

أوجد قياس كل مما يأتي:

$$m\widehat{AE} \text{ (23)} \quad m\widehat{AC} \text{ (22)} \quad m\widehat{BC} \text{ (21)}$$

$$m\widehat{AD} \text{ (26)} \quad m\widehat{ACB} \text{ (25)} \quad m\widehat{EB} \text{ (24)}$$

$$m\widehat{ADC} \text{ (28)} \quad m\widehat{CBF} \text{ (27)}$$

طعام: ارجع إلى الجدول المجاور واستعمل المعلومات الآتية لحل التمارين 29-31.

هل تأكل الطعام الذي يقع على الأرض؟	
78%	غير آمن للأكل
10%	إذا لم يتجاوز ثلاث ثوان
8%	إذا لم يتجاوز خمس ثوان
4%	إذا لم يتجاوز عشر ثوان

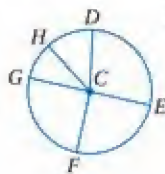
أجريت عملية مسح لأخذ رأي الناس في المدة الآمنة التي يبقى الطعام فيها صالحاً للأكل في حالة وقوعه على الأرض. وكانت النتائج كما هو وارد في الجدول المجاور.

29) إذا أردت تمثيل هذه البيانات باستعمال القطاعات الدائرية،

فأوجد قياس الزاوية المركزية لكل فئة.

30) صف نوع القوس الممثل لكل فئة.

31) مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.



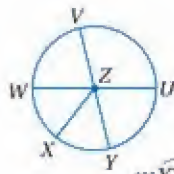
طول قطر C يساوي 32 وحدة. أوجد طول القوس المقابل للزاوية المركزية المعطاة في كل مما يأتي:

(32) إذا كان $m\angle DCE = 100^\circ$

(33) إذا كان $m\angle DCE = 90^\circ$

(34) إذا كان $m\angle HCF = 125^\circ$

(35) إذا كان $m\angle DCH = 45^\circ$



جبر: في $\odot Z$ ، $m\angle VZU = 4x$ ، $\angle WZX \cong \angle XZY$ ، $m\angle UZY = 2x + 24$ أوجد قياس كل مما يأتي:

(36) $m\widehat{UY}$ (37) $m\widehat{WV}$ (38) $m\widehat{WX}$ (39) $m\widehat{XY}$

(40) $m\widehat{WUY}$ (41) $m\widehat{YVW}$ (42) $m\widehat{XVY}$ (43) $m\widehat{WUX}$

حدد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة أم خاطئة، أو صحیحة أم خطأ، أو تصیر صحیحة أم خطأ:

(44) قياس القوس الأكبر يكون أكبر من 180° .

(45) الزاوية المركزية للقوس الأصغر حادة.

(46) يعتمد مجموع قياس الزوايا المركزية في الدائرة على قياس نصف قطرها.

(47) أنصاف الدوائر في الدوائر المتطابقة تكون متطابقة.

(48) **ساعة الحائط:** تكون عقارب الساعة زوايا متطابقة في أوقات مختلفة من اليوم، فعلى سبيل المثال، الزاوية المتكونة عند الساعة 2:00 تطابق الزاوية المتكونة عند الساعة 10:00. إذا كان لساعة ما قطر يساوي قدمًا واحدة، فما طول القوس بين عقرب الدقائق وعقرب الساعات عند الساعة 2:00؟



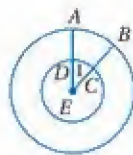
(49) **ري:** تقوم بعض أنظمة الري برش الماء على هيئة دوائر. وتستطيع التحكم في فتحة خرطوم الرش في اتجاه معين.

وبين الرسم المجاور خرطومًا لرش الماء تم ضبطه بحيث لا يصل الماء إلى المنزل. إذا كان نصف قطر منطقة الرش يساوي 12 قدمًا، فأوجد الطول التقريبي للقوس المتكون من عملية الرش.

(50) **برهان:** اكتب برهانًا للنظرية 8.1.

(51) **تبرير:** قارن بين الدوائر المتحدة المركز والدوائر المتطابقة، موضحًا الاختلاف بينهما.

(52) **مسألة مفتوحة:** ارسم دائرة وعين عليها ثلاث نقاط، وسم جميع الأقواس التي تحددها هذه النقاط، واستعمل المنقلة لإيجاد قياسات هذه الأقواس.



(53) **تحذ:** الدوائر المرسومة في الشكل المجاور هي دوائر متحدة المركز، ومركزها E. إذا كانت $m\angle 1 = 42^\circ$ ،

فحدد ما إذا كان $\widehat{CD} \cong \widehat{AB}$ ، وفسر إجابتك.



(54) **تحذ:** النسبة بين قياسات الزوايا المركزية 1، 2، 3 هي 2:3:4 على الترتيب. أوجد قياس كل زاوية.



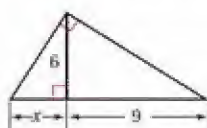
الربط مع الحياة
يستعمل المزارعون في السهول الشاسعة أنظمة ري تدور على محور مركزي تروي الترويعات. وهذا النظام ذو الطاقة المتخلفة يعمل على رش الماء على شكل دوائر تروي المناطق إلى مدى بعيد بقطر يصل إلى آلاف الأقدام بأقل كمية من الماء المفقود، وبأقل نسبة تبخر من رش الماء.

مسائل مهارات التفكير العليا

55) التطبيق: استعمل المعلومات المتعلقة بساعات الحائط مما جاء في صفحة 177، لتحديد نوع الزوايا المتكونة من عقارب الساعة، مضمناً ذلك أنواع الزوايا المتكونة في أوقات مختلفة من اليوم نفسه، وتحديد متى تكون الزوايا متطابقة.

تدريب على اختيار معياري

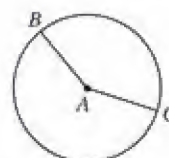
57) مراجعة: ما قيمة x في الشكل أدناه؟



- 2 F
- 3 G
- 4 H
- 6 J

56) في الشكل أدناه، \overline{AB} نصف قطر الدائرة A

و \widehat{BC} القوس الأصغر.



إذا كان $AB = 5$ in وطول \widehat{BC} يساوي 4π in، ما قياس $\angle BAC$.

- | | |
|--------|--------|
| 120° C | 150° A |
| 72° D | 144° B |

مراجعة تراكمية

إذا أعطيت نصف قطر أو قطراً أو محيط الدائرة، فأوجد القياس المجهول إلى أقرب جزء من مائة: (الدرس 1-8)

59) $d = 13$, $r = ?$, $C = ?$

58) $r = 10$, $d = ?$, $C = ?$

61) $C = 75.4$, $d = ?$, $r = ?$

60) $C = 28\pi$, $d = ?$, $r = ?$

62) مانوع التحويل الهندسي الذي ينقل المثلث $A(-2,3)$, $B(-1,1)$, $C(-3,1)$ إلى المثلث

$A'(2,3)$, $B'(1,1)$, $C'(3,1)$ ؟ (الدرس 1-7)

الدرس 2-8 قياس الزوايا والأضلاع

مهارة سابقة وضرورية: أوجد قيمة x في كل مما يأتي: (مهارة سابقة)





تحتوي محمصة الكعك الدائرية الشكل نقوشًا
تشكل أوتارًا في الدائرة في كلتا الجهتين، وتعطي
نمطًا منتظمًا لقطع الكعك عند خبزه.

الاستدلال

الأفكار الرئيسية:

- أميز العلاقات بين
الأقواس والأوتار
وأستعملها.
- أميز العلاقات بين الأوتار
والأقطار وأستعملها.

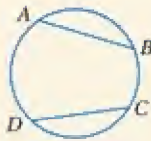
المضردات:

المضلع الذي تحصره دائرة
inscribed
الدائرة المحيطة بالمضلع
وتعبر برؤوسه
circumscribed

الأقواس والأوتار: إن نقطتي نهاية وترهما أيضًا نهايتا قوس، إذا رسمت نمط الكعك على
ورقة وطويتها على القطر الأفقي، فإن \overline{AB} و \overline{CD} تنطبقان تمامًا، وكذلك القوسان \widehat{AB} و \widehat{CD} .
وهذا يقترح النظرية التالية.

نظرية 8.2

تتطابق الأقواس الصغرى في الدائرة أو الدوائر
المتطابقة إذا وقط إذا تطابقت الأوتار المناظرة لها.



أمثلة،
إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ،
فإن $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$ ،
إذا كان $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$ ،
فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.
اختصار،
في \odot ، القوسان الصغيران \cong إذن وترهما \cong .
في \odot ، الوتران \cong إذن قوساهما الصغيران \cong .

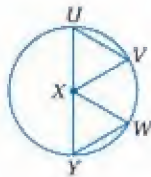
سوف تبرهن الجزء الثاني من نظرية 8.2 في التمرين 1.

برهن نظرية 8.2

مثال

1 نظرية 8.2 (الجزء 1)

المعطيات، $\widehat{VU} \cong \widehat{WY}$ ، $X \odot$
المطلوب، إثبات أن $\overline{UV} \cong \overline{YW}$
البرهان،

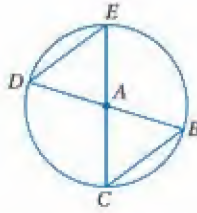


المعبريات	العبارة
(1) معطى	(1) $\odot X$ ، $\widehat{UV} \cong \widehat{YW}$
(2) إذا كانت الأقواس \cong ، فإن الزوايا المركزية المناظرة \cong	(2) $\angle UXV \cong \angle WXY$
(3) جميع أنصاف أقطار الدائرة متطابقة	(3) $\overline{UX} \cong \overline{XV} \cong \overline{WX} \cong \overline{XY}$
(4) SAS	(4) $\triangle UXV \cong \triangle WXY$
(5) من تطابق مثلثين	(5) $\overline{UV} \cong \overline{YW}$

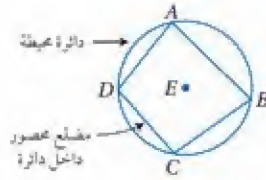
إرشادات

البرهان ذو العمودين
البرهان المستعمل في
مثال 1 يسمى برهانًا ذو
عمودين.

تحقق من فهمك



- (1) المعطيات، $\odot A, \widehat{BC} \cong \widehat{DE}$
المطلوب إثبات أن، $\overline{BC} \cong \overline{DE}$



الأوتار الناشئة عن الأقواس المتجاورة يمكن أن تكون مضلعًا. الشكل الرباعي ABCD هو مضلع محصور داخل دائرة؛ لأن رؤوسه تقع على الدائرة. والدائرة E هي دائرة محيطة بالمضلع لأنها تحوي جميع رؤوسه.

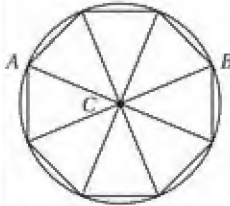
إرشادات

الدائرة المحيطة

الدائرة المحيطة بالمضلع هي الدائرة التي تمر برؤوسه.

مثال على اختيار معياري

- (2) قطعة فنية من الزجاج الملون مصممة على شكل ثماني منتظم محصور داخل الدائرة C، كما في الشكل المجاور، ما قياس $\angle ACB$ ؟

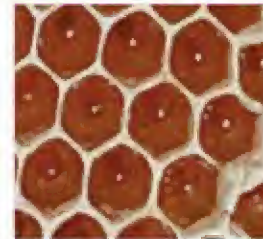


- 108° A
120° B
135° C
150° D

جميع الزوايا المركزية في المضلع المنتظم متطابقة. قياس كل زاوية في الشكل الثماني المنتظم تساوي $45^\circ = 360^\circ \div 8$. والزاوية ACB تتألف من ثلاث زوايا مركزية، لذلك يكون قياسها $135^\circ = 3(45^\circ)$ فالإجابة الصحيحة هي C.

تحقق من فهمك

- (2) تحيط دائرة سداسي منتظم. ما قياس القوس بين كل رأسين متاليين؟
60° F
72° G
36° H
30° J

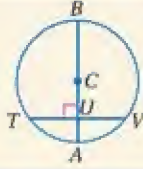


الربيد مع الحياة

تأمل في قدرة الله عز وجل حيث يستطيع الخلل بناء خلايا على شكل سداسي منتظم. ويستخدمها لتخزين السعير والعسل.

الأقطار والأوتار: الأقطار العمودية على الأوتار تنتج علاقات بين القطع المستقيمة الخاصة بالأقواس. افترض أنك رسمت دائرة C، ورسمت فيها الوتر WX وقمت بطي الورقة لإنشاء العمود المنصف للوتر، فستجد أن العمود المنصف يقسم WX إلى قسمين متساويين، ويمر بمركز الدائرة ويحوي قطرها فيها.

نظرية 8.3



في الدائرة، إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عمودياً على وتر فيها، فإنه ينصف الوتر وينصف قوسه أيضاً.

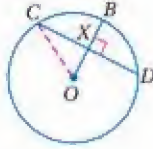
مثال، إذا كان $\overline{BA} \perp \overline{TV}$ ، فإن $\overline{AT} \cong \overline{AV}$ ، $\overline{UT} \cong \overline{UV}$.

سوف نبرهن هذه النظرية 8.3 في تمرين 8.

مثال

نصف القطر العمودي على الوتر

3 نصف قطر الدائرة O يساوي 13 cm . ونصف القطر \overline{OB} يعامد الوتر \overline{CD} الذي طوله يساوي 24 cm .



(a) إذا كان $m\widehat{CD} = 134^\circ$ فأوجد $m\widehat{CB}$.

\overline{OB} تنصف \widehat{CD} ، إذن $m\widehat{CB} = \frac{1}{2} m\widehat{CD}$.

تعريف منصف القوس $m\widehat{CB} = \frac{1}{2} m\widehat{CD}$

$$m\widehat{CD} = 134^\circ \quad = \frac{1}{2} (134^\circ) = 67^\circ$$

(b) أوجد OX .

ارسم نصف القطر \overline{OC} . $\triangle CXO$ قائم الزاوية.

$$r = 13$$

$$CO = 13$$

نصف القطر العمودي على الوتر ينصف الوتر.

\overline{OB} تنصف \overline{CD}

تعريف القطعة المنصفة

$$CX = \frac{1}{2} (CD)$$

$$CD = 24$$

$$= \frac{1}{2} (24) \\ = 12$$

استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد OX .

نظرية فيثاغورس

$$(CX)^2 + (OX)^2 = (CO)^2$$

$$CX = 12, CO = 13$$

$$12^2 + (OX)^2 = 13^2$$

بالتبسيط

$$144 + (OX)^2 = 169$$

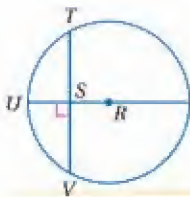
نطرح 144 من كلا الطرفين

$$(OX)^2 = 25$$

نأخذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين

$$OX = 5$$

تحقق من فهمك



نصف قطر الدائرة R يساوي 16 cm . ونصف القطر \overline{RU} يعامد الوتر \overline{TV} الذي طوله 22 cm .

(3A) إذا كان $m\widehat{TV} = 110^\circ$ ، فأوجد $m\widehat{UV}$. (3B) أوجد RS .

الأوتار المتطابقة والمسافة

نموذج



الخطوة 3: اطوِ الدائرة دون أن تفتحها، على ألا تتقاطع مع الطية الأولى، انظر الشكل.



الخطوة 1: استعمل الفرجار لرسم دائرة كبيرة على ورقة، ثم قص الدائرة.



الخطوة 4: ابسط الطية، وسمِّ العناصر كما هو مبين في الشكل.



الخطوة 2: اطوِ الدائرة قطريًا



الخطوة 5: اطوِ الدائرة، بحيث تنطبق النقطة V على T لتتصّف الوتر. افتح الدائرة، ثم اطوِها مرة أخرى لتتصّف WY . وسمِّ نقطتي التقاطع X و U كما هو مبين في الشكل المجاور.

حلل النتائج.

- 1 ما العلاقة بين \overline{SU} و \overline{VT} ؟ \overline{SX} و \overline{WY} ؟
- 2 استعمل المسطرة المدوّجة بالستمرات لإيجاد أطوال: \overline{SU} ، \overline{WY} ، \overline{VT} ، \overline{SX} . ماذا تلاحظ؟
- 3 تخمين: ما العلاقة بين بُعدي وترين متطابقتين عن مركز الدائرة؟

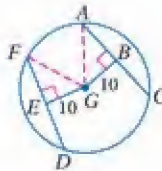
نظرية 8.4

في الدائرة أو الدوائر المتطابقة، يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان لهما البُعد نفسه عن مركز الدائرة.

سوف تَبْرهن نظرية 8.4 في التمرينين 28-29

أوتار متساوية البُعد عن المركز

مثال

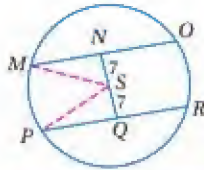


4 الوتران \overline{AC} و \overline{DE} لهما البُعد نفسه عن المركز.

إذا كان نصف قطر G يساوي 26، فأوجد AC و DE .
 $\overline{AC} \cong \overline{DE}$ لهما البُعد نفسه عن G ، إذن $\overline{AC} \cong \overline{DE}$.
 ارسم \overline{AG} و \overline{GF} لتكوّن مثلثين قائمي الزاوية،

$$\begin{aligned} \text{نظرية فيثاغورس} \quad (AB)^2 + (BG)^2 &= (AG)^2 \\ BG = 10, AG = 26 \quad (AB)^2 + 10^2 &= 26^2 \\ \text{بالتبسيط} \quad (AB)^2 + 100 &= 676 \\ \text{بطرح 100 من كلا الطرفين} \quad (AB)^2 &= 576 \\ \text{بأخذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين} \quad AB &= 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB = \frac{1}{2}(AC) \quad \text{إذن } AC &= 2(24) = 48 \\ DE = \frac{1}{2}(48) = 24 \quad \text{فكون } DE &= \frac{1}{2}DF \text{ و } 48 \text{ يساوي } DF \text{ إذن } \overline{AC} \cong \overline{DF} \end{aligned}$$



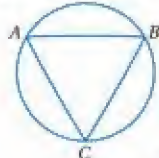
(4) الوتران \overline{MO} و \overline{PR} لهما البعد نفسه عن المركز.
إذا كان نصف قطر $\odot S$ يساوي 15، فأوجد MO و PQ .

(1) **برهان:** (الجزء 2 من نظرية 8.2)، المعطيات $\odot X$ و $\overline{UV} \cong \overline{YW}$ ، برهن أن $\widehat{YW} \cong \widehat{UV}$.
(استعمل الشكل في الجزء الأول من نظرية 8.2)

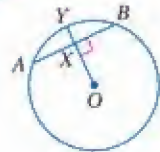
مثال 1
(من 184)

(2) **تدريب على اختبار معياري:** مثلث متطابق الأضلاع محصور داخل دائرة كما في الشكل المجاور، ما قياس \widehat{ABC} ؟

مثال 2
(من 185)



- 60° A
120° B
180° C
240° D



نصف قطر الدائرة O يساوي 10cm، و $AB = 10cm$ ،
و $m\widehat{AB} = 60^\circ$. أوجد كلاً مما يأتي:

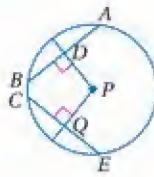
مثال 3
(من 185)

(3) $m\widehat{AY}$ (4) AX (5) OX

في $\odot P$ ، $PQ = 10$ ، $PD = 10$ ، و $QE = 20$.
أوجد طول القطعتين الآتيتين:

مثال 4
(من 187)

(6) \overline{AB} (7) \overline{PA}



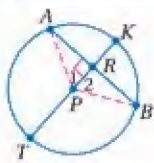
تمارين ومسائل

(8) **برهان:** اكتب برهاناً ذا عمودين لبرهنة نظرية 8.3.

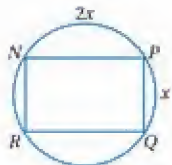
المعطيات: $\odot P$ ، $\overline{AB} \perp \overline{TK}$ ،
المطلوب: إثبات أن $\overline{AR} \cong \overline{BR}$ ، $\overline{AK} \cong \overline{BK}$

حدد قياس كل قوس في الدائرة المحيطة بكل شكل فيما يأتي:

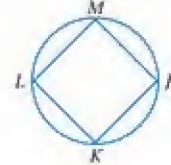
للتدريبات	للواجب المنزلي
1	8
2	9-11
3	12-19
4	20-25



(11) المستطيل



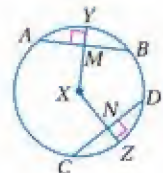
(10) المربع

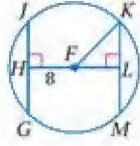


(9) الثماني المنتظم

في $\odot X$ ، $AB = 30$ ، $CD = 30$ ، $m\widehat{CZ} = 40^\circ$. أوجد كلاً مما يأتي:

- 12) AM 13) MB
14) CN 15) ND
16) $m\widehat{DZ}$ 17) $m\widehat{CD}$
18) $m\widehat{AB}$ 19) $m\widehat{YB}$





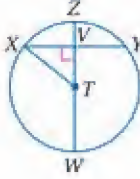
في $\odot F$ ، $\overline{FH} \cong \overline{FL}$ ، $FK = 17$. أوجد كلُّ مما يأتي:

KM (21

LK (20

JH (23

JG (22



في $\odot T$ ، $ZV = 1$ ، $TW = 13$ ، أوجد كلُّ مما يأتي:

XY (25

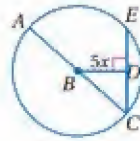
XV (24

(27) **جبر:** في $\odot B$ ، طول القطر

يساوي 20 وحدة،

$m\angle ACE = 45^\circ$

أوجد قيمة x

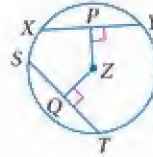


(26) **جبر:** في $\odot Z$ ، $PZ = ZQ$

$XY = 4a - 5$

$ST = -5a + 13$

أوجد SQ .



برهان: اكتب برهانًا لكل جزء من نظرية 8.4.

(28) إذا كان بُعدا وترين عن مركز الدائرة متساويين فإن الوترين متطابقان.

(29) إذا كان الوتران في الدائرة متطابقين، فإن بُعديهما عن المركز متساويان.



(30) إذا كان طول قطر الفتحة الدائرية في الشكل المجاور 4 in ،

فما القيمة التقريبية لطول ضلع أكبر قاعدة مربعة للعمود

الممكن إدخاله في هذه الفتحة الدائرية؟

ارسم الشكل وسّمه، ثم حلّ التمارين 31–33.

(31) طول نصف قطر دائرة يساوي 34 m ، وطول أحد أوتارها يساوي 60 m . ما بُعد الوتر عن مركز

الدائرة؟

(32) قطر الدائرة يساوي 60in ، وطول أحد أوتارها يساوي 48in . كم يبعد الوتر عن مركز الدائرة؟

(33) طول وتر في دائرة يساوي 48 cm ، ويبعد عن المركز مسافة 10 cm ، أوجد نصف قطر الدائرة.

إرشادات

إيجاد مركز الدائرة
الطريقة التي استعملتها
بحسب لتحديد مركز
الدائرة يمكن تنفيذها
عن طريق الإنشاء
الهندسي.

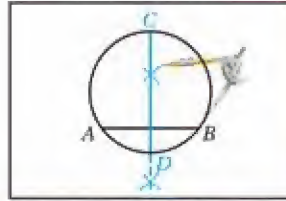


34 نجارة: يريد يحيى عمل ثقب في مركز طاولة

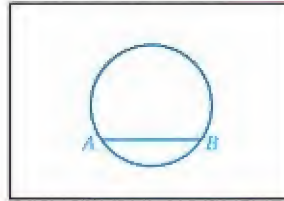
دائرية، لتثبيت عمود مظلة، ولتحديد مركز
الدائرة، قام برسم وترين في الدائرة، واستعمل
المسطرة لتحديد نقطة المنتصف لكل منهما. ثم
استعمل مربع النجار لرسم عمود على كل وتر
عند نقطة المنتصف.
وضّح، كيف تحدد هذه الطريقة مركز سطح
الطاولة الدائري.

إنشاء: اعتبر الإنشاءات الآتية للتمارين 35-37.

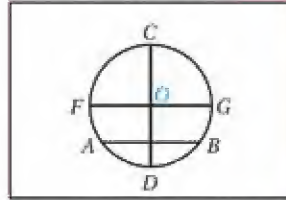
خطوة 2: ارسم العمود المنتصف للوتر
 AB ، وسمّه CD .



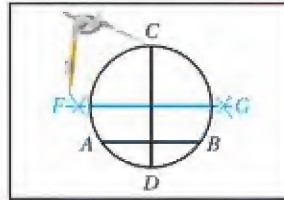
خطوة 1: ارسم دائرة باستعمال أي أداة
دائرية، ثم ارسم الوتر AB .



خطوة 4: سمّ نقطة تقاطع العمودين
المنتصفين بـ O .



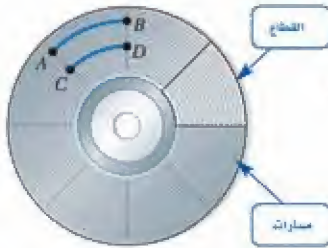
خطوة 3: ارسم العمود المنتصف للوتر
 CD ، وسمّه FG .



35 كرر الإنشاء السابق باستعمال أدوات دائرية مختلفة.

36 استعمل البرهان غير المباشر لإثبات أن CD يمر بمركز الدائرة، مفترضاً أن مركز الدائرة لا
يقع على CD .

37 برهن على أن O هي مركز الدائرة.



حاسوب: استعمل المعلومات الآتية لحل التمرينين 38، 39.

يحتوي قرص الحاسوب الصلب أسطوانة مقسمة إلى
مسارات تعرف على أنها مجموعة دوائر متحدة المركز،
وقطاعات محددة بأنصاف أقطار هذه الدوائر.

38 في الرسم المجاور، ما العلاقة بين $m\widehat{AB}$ و $m\widehat{CD}$ ؟

39 هل \widehat{AB} و \widehat{CD} متطابقان؟ وضّح إجابتك.

40 الوتر المشترك AB بين $\odot P$ و $\odot Q$ عمودي على القطعة المستقيمة الواصلة بين مركزي

الدائرتين. إذا كان $AB = 10$ ، فما طول PQ ؟ وضّح إجابتك.

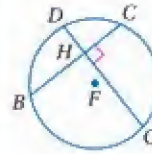


41 مسألة مفتوحة: أنشئ دائرة، وارسم بداخلها أي مضلع على أن تحيط به الدائرة. وارسم أنصاف الأقطار، واستعمل المنقلة لتحديد ما إذا كانت أضلاع المضلع متطابقة. وصف حالة يكون فيها تطابق الأضلاع مهمًا.

42 اكتشف الخطأ: كتبت سعاد وسلمى استنتاجًا عن الأوتار في $\odot F$. أيهما كان استنتاجها صحيحًا؟ فسر ذلك.

سلمى
 $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ، لكن \overline{DE} لا ينصف \overline{BC}
 لأنه ليس قطرًا.

سعاد
 لأن $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ،
 $\angle DHB \cong \angle DHC \cong \angle CHG \cong \angle BHS$ ،
 \overline{DE} ينصف \overline{BC} .



43 تحدّ: نهايتا قطر في $\odot P$ هما A و B. نصف القطر \overline{PQ} عمودي على \overline{AB} . الوتر \overline{DE} ينصف \overline{PQ} ويوازي \overline{AB} . هل $DE = \frac{1}{2}(AB)$ ؟ فسر إجابتك.

44 اجتنب: اكتب تقريرًا موجزًا تبين فيه لماذا يختار التحلل الخلايا التي يصنعها على شكل سداسي منتظم، وليست على أي شكل آخر (المربع مثلاً).

تدريب على اختيار معياري

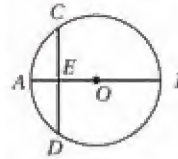
46 مراجعة: دائرة قطرها 12.5 ft، ما محيطها تقريبًا إلى أقرب جزء من مائة.

78.54 ft H 19.63 ft F
 9.82 ft J 39.27 ft G

47 \overline{AB} قطر في الدائرة O وعمودي على الوتر \overline{CD} ويقطعه في النقطة E.

إذا كان $AE = 2$ ، $OB = 10$

فما طول \overline{CD} ؟



8 C 4 A
 12 D 6 B

مراجعة تراكمية

في $\odot S$ ، $m\angle TSR = 42^\circ$. أوجد القياسات الآتية: (الدرس 2.8)

\widehat{KRT} (49)

\widehat{ERT} (48)

$m\widehat{KT}$ (47)

استعمل المعلومات في $\odot M$. (الدرس 1.8)

(50) سم وتر لا يكون قطرًا.

(51) إذا كان $MD = 7$ ، فأوجد RI .



التصميمان 50-51



التصميمان 47-49

استعمل المهارات السابقة

مهارة سابقة وضرورية: حل كل معادلة مما يأتي: (مهارة سابقة)

$$\frac{1}{2}x = 120 \quad (54)$$

$$\frac{1}{2}(4x + 30) = 45 \quad (53)$$

$$3x = \frac{1}{2}(120 - 60) \quad (52)$$

الزوايا المحيطية Inscribed Angles

8-4



السبب

مفتاح الصواميل هو أداة تُصنع بأقطار مختلفة. ويُستعمل لتثبيت الصواميل أو فكها. والفجوة في هذه الأداة تأخذ شكلاً سداسياً داخل أسطوانة معدنية.

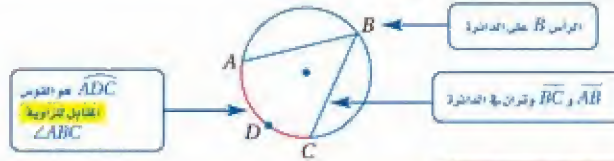
الأفكار الرئيسية:

- أوجد قياس الزوايا المحيطية.
- أوجد قياس زوايا المضلع المحصور داخل الدائرة.

المفردات:

المقابل
intercepted

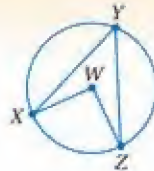
الزوايا المحيطية: في درس 8-3، تعلمت أن المضلع الذي تقع رؤوسه على دائرة يسمى مضلعاً محصوراً داخل دائرة. وبطريقة مماثلة فالزاوية المحيطية هي الزاوية التي يقع رأسها على الدائرة وצלعاها وتران في الدائرة.



معمل الهندسة

قياس الزوايا المحيطية

نموذج

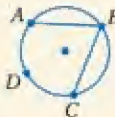


- استعمل الفرجار لرسم $\odot W$.
 - ارسم زاوية محيطية وسمها XYZ .
 - ارسم \overline{WX} و \overline{WZ} .
- حلل النتائج
- (1) قس $\angle XWZ$ و $\angle XYZ$.
 - (2) أوجد $m\widehat{XZ}$ و $m\angle XYZ$ ، وقارن بينهما.
 - (3) **خمن:** ما العلاقة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس القوس المقابل لها؟

نظرية الزاوية المحيطية

8.5 نظرية

إذا رسمت زاوية محيطية فإن قياس هذه الزاوية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها. (أو قياس القوس المقابل للزاوية المحيطية يساوي ضعف قياس الزاوية).



$$\text{مثال: } m\angle ABC = \frac{1}{2}(m\widehat{ADC})$$

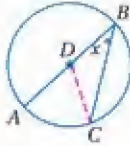
$$\text{أو } 2(m\angle ABC) = m\widehat{ADC}$$

لبرهنة نظرية 8.5، يجب مراعاة ثلاث حالات.

حالة 3	حالة 2	حالة 1	
			شكل الزاوية المحيطة هي $\odot D$
خارج الزاوية	داخلي الزاوية	على أحد ضلعي الزاوية	موقع مركز الدائرة

نظرية 8.5 (حالة 1)

مثال



المعطيات: $\angle ABC$ مرسومة داخل $\odot D$ ، و \overline{AB} قطر فيها.

المطلوب: إثبات أن $m\angle ABC = \frac{1}{2}m\widehat{AC}$
ارسم \overline{DC} وافترض أن $m\angle B = x^\circ$.

البرهان:

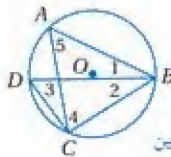
بما أن \overline{DB} و \overline{DC} نصفًا قطرين متطابقان، إذن $\triangle BDC$ متطابق الضلعين، وأيضًا $\angle B \cong \angle C$.
لذلك $m\angle B = m\angle C = x^\circ$. وتطبيق نظرية الزاوية الخارجية،
 $m\angle ADC = m\angle B + m\angle C = 2x^\circ$. وبناءً على تعريف قياس القوس
ينتج أن $m\widehat{AC} = m\angle ADC = 2x^\circ$ ، وبمقارنة $m\angle ABC$ و $m\widehat{AC}$
نجد أن $m\widehat{AC} = 2(m\angle ABC)$ أو $m\angle ABC = \frac{1}{2}m\widehat{AC}$.

وسوف نبرهن الحالتين 2 و 3 من نظرية 8.5 في التمرينين 31 و 32 على الترتيب.

قياسات الزوايا المحيطة

مثال

1 في $\odot O$ ، $m\widehat{AD} = m\widehat{DC}$ ، $m\widehat{AB} = 140^\circ$ ، $m\widehat{BC} = 100^\circ$.
أوجد قياس كل من $\angle 1$ ، $\angle 2$ ، $\angle 3$.



نظرية جمع الأقواس
بالتعويض
بالتبسيط
طرح 240 من كلا الطرفين
بالقسمة على 2

أولًا حدّد $m\widehat{AD}$ و $m\widehat{DC}$.
 $m\widehat{AB} + m\widehat{BC} + m\widehat{DC} + m\widehat{AD} = 360^\circ$
 $140^\circ + 100^\circ + m\widehat{DC} + m\widehat{DC} = 360^\circ$
 $240^\circ + 2(m\widehat{DC}) = 360^\circ$
 $2(m\widehat{DC}) = 120^\circ$
 $m\widehat{DC} = 60^\circ$

إذن، $m\widehat{AD} = 60^\circ$ وأيضًا $m\widehat{DC} = 60^\circ$.
 $m\angle 1 = \frac{1}{2}m\widehat{AD}$ $m\angle 2 = \frac{1}{2}m\widehat{DC}$ $m\angle 3 = \frac{1}{2}m\widehat{BC}$
 $= \frac{1}{2}(60^\circ) = 30^\circ$ $= \frac{1}{2}(60^\circ) = 30^\circ$ $= \frac{1}{2}(100^\circ) = 50^\circ$

تحقق من فهمك

1A أوجد $m\angle 4$ 1B أوجد $m\angle 5$

إرشادات

البرهان الحر
البرهان المستعمل
لنظرية 8.5 يسمى
برهانًا حرًا.

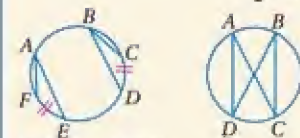
إرشادات

استعمال المتغيرات
يمكنك تخصيص
متغيرات للتعبير عن
القياسات غير المعروفة
أو المجهولة. فإذا فرضنا
أن $m\widehat{AD} = x$ ، فإن
المعادلة الثانية تأخذ
الشكل الآتي:
 $140^\circ + 100^\circ + x + x$
 $= 360^\circ$
 $= 240^\circ + 2x^\circ = 360^\circ$
و نلجئ المعادلة الأخيرة
أسهل للحل.

في المثال 1، لاحظ أن $\angle 3$ و $\angle 5$ تقابلان القوس نفسه فهما متطابقتان.

نظرية 8.6

إذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة (أو دوائر متطابقة) القوس نفسه أو أقواسًا متطابقة، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.

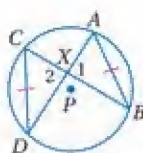


اختصار،
الزوايا المحيطية التي تقابل أقواسًا متطابقة تكون \cong . $\angle DAC \cong \angle DBC$.
الزوايا المحيطية في الدائرة التي تقابل الأقواس نفسها تكون \cong . $\angle FAE \cong \angle CBD$

سوف نبرهن نظرية 8.6 في تمرين 33.

مثال

برهان بالزوايا المحيطية

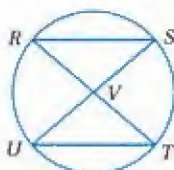


2 المعطيات: $\odot P$ ، فيها $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

المطلوب: إثبات أن $\triangle AXB \cong \triangle CXD$

البرهان:

المبررات	العبارات
1 تعريف القوس المقابل	1 $\angle DAB$ تقابل \widehat{DB}
2 الزوايا المحيطية التي تقابل القوس نفسه تكون \cong	2 $\angle DAB \cong \angle DCB$
3 الزوايا المتقابلة بالرأس تكون \cong	3 $\angle 1 \cong \angle 2$
4 معطى	4 $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
5 AAS	5 $\triangle AXB \cong \triangle CXD$



2 المعطيات: $\overline{RV} \cong \overline{SV}$; \overline{SU} تنصف \overline{RT}

المطلوب: إثبات أن $\triangle RVS \cong \triangle UVT$

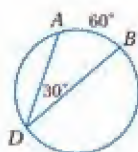
ويمكن أن تستعمل أيضًا قياس الزاوية المحيطية لتحديد احتمال وقوع نقطة على القوس.

مثال

أقواس الدائرة والاحتمال

3 الاحتمال: تقع النقطتان A و B على دائرة، بحيث $m\widehat{AB} = 60^\circ$. افترض أن نقطة مثل D وضعت عشوائيًا على الدائرة نفسها، ولا تنطبق على A أو B. فما احتمال أن يكون $m\angle ADB = 30^\circ$ ؟

يما أن قياس هذه الزاوية يساوي نصف قياس \widehat{AB} ، فإن $\angle ADB$ محيطية تقابل \widehat{AB} ، إذن يجب أن تقع D على القوس الأكبر \widehat{AB} .
ارسم شكلًا وضع عليه المعلومات التي تعرفها.



$$m\widehat{BDA} = 360^\circ - m\widehat{AB} \\ = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$$

إرشادات

استبعاد الفرضية

في مثال 3 إذا افترضت أن النقطة D تقع على القوس الأصغر \widehat{AB} ، فإن $\angle ADB$ تقابل القوس الأكبر. إذن

$$m\angle ADB = \frac{1}{2} m\widehat{AB} \\ = \frac{1}{2} (300^\circ) = 150^\circ$$

وهذا ليس قياس الزاوية المطلوبة لذلك يمكن استبعاد الفرضية أن D تقع على \widehat{AB} .

إرشادات

المضلع المحصور
داخل دائرة

تذكر، ليكون المضلع
محصوراً داخل دائرة
(inscribed). يجب
أن تقع رؤوسه عليها.

بما أن $\angle ADB$ تقابل \widehat{AB} ، فإن احتمال أن $m\angle ADB = 30^\circ$ يساوي احتمال وقوع D على القوس الأكبر.

احتمال أن تقع D على القوس الأكبر يساوي $\frac{300}{360}$ ، أو $\frac{5}{6}$. إذن احتمال أن يكون $m\angle ADB = 30^\circ$ يساوي أيضًا $\frac{5}{6}$.

تحقق من فهمك

3) تقع النقطتان X و Y على دائرة، بحيث $m\widehat{XY} = 90^\circ$. افترض أن النقطة Z وضعت عشوائيًا على الدائرة نفسها ولا تطبق على X أو Y . فما احتمال أن يكون $m\angle XZY = 45^\circ$ ؟

زوايا المضلع المحصور داخل دائرة: المثلث المحصور داخل دائرة والذي يكون أحد أضلاعه قطرًا للدائرة هو مثلث من نوع خاص.

نظرية 8.7



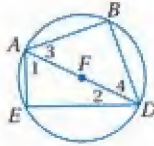
إذا قابلت الزاوية المحيطية نصف دائرة، فإن هذه الزاوية تكون قائمة.

مثال، \widehat{ADC} نصف دائرة، إذن $m\angle ABC = 90^\circ$.

سوف تبرز من نظرية 8.7 في تمرين 34.

زوايا المثلث المحصور داخل دائرة

مثال



4) **جبر:** المثلثان ABD و ADE محصوران داخل $\odot F$ حيث

$$\widehat{BD} \cong \widehat{AB} \text{، إذا كان } m\angle 1 = 12x - 8$$

$$\text{و } m\angle 2 = 3x + 8 \text{، فأوجد قياس } \angle 1 \text{ و } \angle 2.$$

$\angle AED$ زاوية قائمة لأن \widehat{AED} نصف دائرة.

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle AED = 180$$

$$(12x - 8) + (3x + 8) + 90 = 180$$

$$15x + 90 = 180$$

$$15x = 90$$

$$x = 6$$

استعمل قيمة x لإيجاد قياس $\angle 1$ و $\angle 2$.

$$\text{معنى } m\angle 1 = 12x - 8$$

$$x = 6 \quad = 12(6) - 8$$

$$\text{بالتبسيط} \quad = 64$$

$$\text{معنى } m\angle 2 = 3x + 8$$

$$x = 6 \quad = 3(6) + 8$$

$$\text{بالتبسيط} \quad = 26$$

$$90^\circ + 64^\circ + 26^\circ = 180^\circ \quad \text{تحقق}$$

$$180^\circ = 180^\circ \quad \checkmark$$

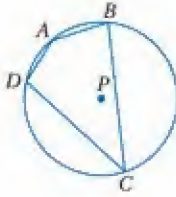
تحقق من فهمك

4B) أوجد $m\angle 4$.

4A) أوجد $m\angle 3$.

مثال

زوايا الشكل الرباعي المحصور داخل دائرة



5 الشكل الرباعي $ABCD$ محصور داخل $\odot P$. إذا كان $m\angle B = 80^\circ$ و $m\angle C = 40^\circ$ ، فأوجد $m\angle A$ و $m\angle D$.

لإيجاد $m\angle A$ نحتاج إلى معرفة $m\widehat{BCD}$ ولإيجاد $m\widehat{BCD}$ أو $m\widehat{DAB}$ أولاً.

نظرية الزاوية المحيطة

$$m\angle C = 40^\circ$$

مجموع الزوايا المركزية في الدائرة $= 360^\circ$

$$m\widehat{DAB} = 80^\circ$$

يطرح 180° من كلا الطرفين

نظرية الزاوية المحيطة

بالتعويض

يقسم كلا الطرفين على 2

$$\begin{aligned} m\widehat{DAB} &= 2(m\angle C) \\ &= 2(40^\circ) = 80^\circ \end{aligned}$$

$$m\widehat{BCD} + m\widehat{DAB} = 360^\circ$$

$$m\widehat{BCD} + 80^\circ = 360^\circ$$

$$m\widehat{BCD} = 280^\circ$$

$$m\widehat{BCD} = 2(m\angle A)$$

$$280^\circ = 2(m\angle A)$$

$$140^\circ = m\angle A$$

لإيجاد $m\angle D$ ، نحتاج إلى معرفة $m\widehat{ABC}$ ولكن يجب أولاً إيجاد $m\widehat{ADC}$.

نظرية الزاوية المحيطة

$$m\angle B = 80^\circ$$

مجموع الزوايا المركزية في الدائرة $= 360^\circ$

$$m\widehat{ADC} = 160^\circ$$

يطرح 160° من كلا الطرفين

نظرية الزاوية المحيطة

بالتعويض

يقسم كلا الطرفين على 2

$$m\widehat{ADC} = 2(m\angle B)$$

$$m\widehat{ADC} = 2(80^\circ) = 160^\circ$$

$$m\widehat{ABC} + m\widehat{ADC} = 360^\circ$$

$$m\widehat{ABC} + 160^\circ = 360^\circ$$

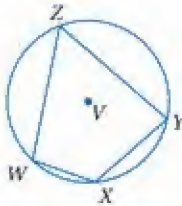
$$m\widehat{ABC} = 200^\circ$$

$$m\widehat{ABC} = 2(m\angle D)$$

$$200^\circ = 2(m\angle D)$$

$$100^\circ = m\angle D$$

تحقق من فهمك



5 الشكل الرباعي $WXYZ$ محصور داخل $\odot V$. إذا كان $m\angle Z = 60^\circ$ و $m\angle W = 95^\circ$ ، فأوجد $m\angle X$ و $m\angle Y$.

في مثال 5، لاحظ أن الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي متكاملتان.

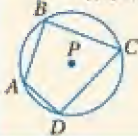
نظرية 8.8

إذا كان الشكل الرباعي محصوراً داخل دائرة، فإن الزوايا المتقابلة فيه تكون متكاملة.

مثال. الشكل الرباعي $ABCD$ محصور داخل $\odot P$.

$\angle C$ و $\angle A$ زاويتان متكاملتان.

$\angle D$ و $\angle B$ زاويتان متكاملتان.

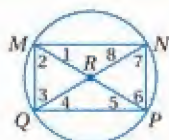


ستبرهن نظرية 8.8 في تمرين 35.

إرشادات

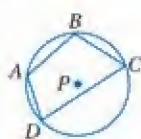
الأشكال الرباعية

يمكن التحقق من نظرية 8.8 بملاحظة أن الأقواس المقابلة للزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي المحصور داخل دائرة تشكل دائرة.



- 1 في $\odot R$ ، $m\widehat{MN} = 120^\circ$ و $m\widehat{MQ} = 60^\circ$.
أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة.

مثال 1
(من 193)



- 2 برهان: اكتب برهانًا حرًا.
المعطيات: الشكل الرباعي ABCD محصور داخل $\odot P$.

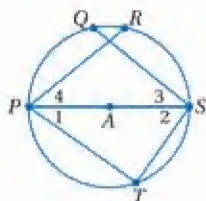
مثال 2
(من 194)

$$m\angle C = \frac{1}{2} m\angle B$$

المطلوب: إثبات أن $m\widehat{CDA} = 2(m\widehat{DAB})$

- 3 احتمال: النقطتان X و Y طرفا قطر في $\odot W$ ، Z نقطة أخرى على الدائرة. أوجد احتمال أن تكون $\angle XZY$ زاوية قائمة.

مثال 3
(من 194)



- 4 جبر: في $\odot A$ كما في الشكل المجاور. أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة، إذا كان $m\angle 1 = 6x + 11$ ، $m\angle 2 = 9x + 19$
 $m\angle 4 = 3y - 9$ ، $m\angle 3 = 4y - 25$

مثال 4
(من 195)

- 5 الشكل الرباعي VWXY محصور داخل $\odot C$. إذا كان $m\angle W = 110^\circ$ ، $m\angle X = 28^\circ$ ، فأوجد $m\angle Y$ و $m\angle V$

مثال 5
(من 196)

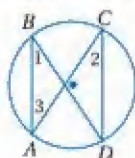
تمارين ومسائل

أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في التمارين 6-8، إذا كان:

$$m\angle BDC = 25^\circ, (7)$$

$$m\widehat{AB} = 120^\circ,$$

$$m\widehat{CD} = 130^\circ$$



$$\overline{PQ} \cong \overline{RQ}, m\angle PS = 45^\circ (6)$$

$$m\angle SR = 75^\circ$$

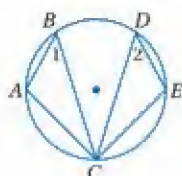


الواجب المنزلي	إرشادات
التمرين	التمرين
1	6-8
2	9
3	10-13
4	14-18
5	19-22

- 9 برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين:

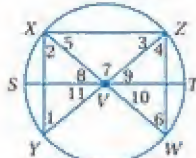
$$\widehat{AC} \cong \widehat{CE} \text{ و } \widehat{AB} \cong \widehat{DE}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle EDC$$



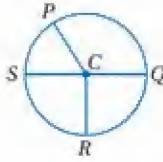
$$m\angle XZ = 100^\circ, \overline{XY} \perp \overline{ST} (8)$$

$$\overline{ZW} \perp \overline{ST}$$



احتمال: استعمل المعلومات الآتية في حل التمارين 10-13.

في $\odot C$ ، اختيرت نقطة T عشوائيًا بحيث لا تنطبق على أي من النقاط P, Q, R, S وكان \overline{SQ} قطرًا في $\odot C$.



(10) إذا علمت أن $m\widehat{PS} = 40^\circ$ ، فأوجد احتمال أن يكون $m\angle PTS = 20^\circ$.

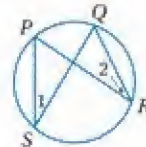
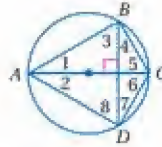
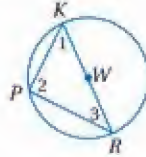
(11) إذا علمت أن $m\widehat{PSR} = 110^\circ$ ، فأوجد احتمال أن يكون $m\angle PTR = 55^\circ$.

(12) أوجد احتمال أن يكون $m\angle STQ = 90^\circ$.

(13) أوجد احتمال أن يكون $m\angle PTQ = 180^\circ$.

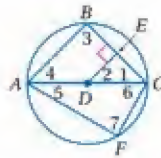
جبر: أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في كل شكل مما يأتي.

$$\begin{array}{lll} m\angle R = \frac{1}{3}x + 5 & (16) & m\widehat{AB} = 120^\circ \quad (15) \quad m\angle 1 = x, \quad (14) \\ m\angle K = \frac{1}{2}x & & m\angle 2 = 2x - 30 \end{array}$$



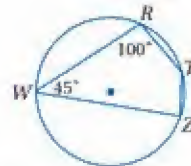
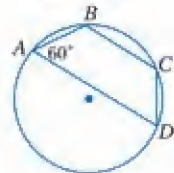
(18) في $\odot D$ ، $\overline{DE} \cong \overline{EC}$ ، $m\widehat{CF} = 60^\circ$ ، $m\angle 4$ ، $m\angle 5$ ، $m\widehat{AF}$ و $\overline{EC} \perp \overline{DE}$ أوجد

(17) $PQRS$ معين محصور داخل دائرة. أوجد $m\angle QRP$ ، $m\widehat{SP}$.



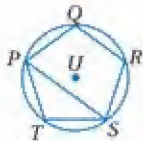
(20) شبه المنحرف $ABCD$ محصور داخل دائرة. أوجد $m\angle B$ ، $m\angle C$ و $m\angle D$.

(19) الشكل الرباعي $WRTZ$ محصور داخل دائرة. أوجد $m\angle T$ و $m\angle Z$.



(21) المستطيل $PDQT$ محصور داخل دائرة. ماذا يمكنك أن تستنتج عن \overline{PQ} ؟

(22) المربع $EDFG$ محصور داخل دائرة. ماذا يمكنك أن تستنتج عن \overline{EF} ؟



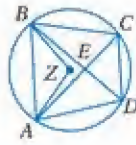
الخماسي المنتظم $PQRST$ محصور داخل $\odot U$. أوجد قياس كل مما يأتي:

$m\angle PSR$ (24)

$m\widehat{QR}$ (23)

$m\widehat{PTS}$ (26)

$m\angle PQR$ (25)



الشكل الرباعي $ABCD$ محصور داخل $\odot Z$ بحيث إن
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $m\angle BZA = 104^\circ$, $m\widehat{CB} = 94^\circ$
 أوجد قياس كل مما يأتي:

$$m\widehat{ADC} \quad (28)$$

$$m\widehat{BA} \quad (27)$$

$$m\angle ZAC \quad (30)$$

$$m\angle BDA \quad (29)$$

برهان: اكتب برهاناً من النوع المشار إليه لكل نظرية مما يأتي:

(31) برهاناً ذا عمودين، حالة 2

(32) برهاناً ذا عمودين، حالة 3

من نظرية 8.5

من نظرية 8.5

المعطيات، يقع المركز T خارج $\angle PRQ$ ،

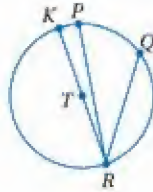
المعطيات، يقع المركز T داخل $\angle PRQ$ ،

\overline{RK} قطر.

\overline{RK} قطر.

$$m\angle PRQ = \frac{1}{2}m\widehat{PQ} \quad \text{المطلوب، إثبات أن}$$

$$m\angle PRQ = \frac{1}{2}m\widehat{PKQ} \quad \text{المطلوب، إثبات أن}$$



(33) برهاناً ذا عمودين،

(34) برهاناً حرّاً،

نظرية 8.6

نظرية 8.7

المعطيات، \widehat{ABC} نصف دائرة.

المعطيات، $\widehat{DC} \cong \widehat{EF}$

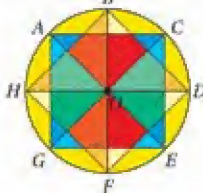
المطلوب، إثبات أن $\angle ABC$ زاوية قائمة.

المطلوب، إثبات أن $\angle FAE \cong \angle CBD$



(35) اكتب برهاناً حرّاً لنظرية 8.8 التي تنص على أنه: إذا كان الشكل الرباعي محصوراً داخل دائرة، فإن الزوايا المتقابلة فيه تكون متكاملة.

زجاج ملون: في تصميم النوافذ ذات الزجاج الملون، جميع الأقواس الصغيرة \widehat{AB} , \widehat{BC} , \widehat{CD} , ... في الدائرة متطابقة. افترض أن مركز الدائرة هو النقطة O .



(36) ما قياس كل قوس من هذه الأقواس الصغيرة؟

(37) ما نوع $\triangle AOC$ ؟ وضح ذلك.

(38) ما نوع الشكل الرباعي $BDFH$ ؟ وضح ذلك.

(39) ما نوع الشكل الرباعي $ACEG$ ؟ وضح ذلك.

(40) **تبرير:** قارن بين الزاوية المحيطة والزاوية المركزية اللتين تقابلان القوس نفسه.

(41) **مسألة مفتوحة:** أوجد شعاراً من واقع الحياة يحوي مضلعاً محصوراً داخل دائرة.

مسائل مهارات التفكير العليا

(42) **تحذّر:** شبه المنحرف $ABCD$ محصور داخل $\odot O$. وضح كيف تتحقق أن $ABCD$ شبه منحرف

متطابق الساقين.

(43) **ملاحظة:** استعمل المعلومات حول مفتاح الصواميل الوارد ذكره في صفحة 192، وتعريف المضلع المحصور داخل دائرة لتوضيح وجه الشبه بينهما. موضحاً كيف تجد طول ضلع السداسي المنتظم المحصور داخل دائرة قطرها $\frac{3}{4}$ in.

تدرب على اختيار معياري

(44) مربع محصور داخل دائرة. ما نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع؟

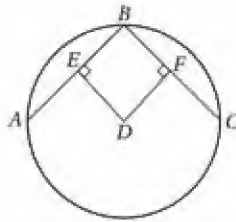
- A $\frac{1}{4}$
B $\frac{1}{2}$
C $\frac{\pi}{2}$
D $\frac{\pi}{4}$

(45) في $\odot D$ ، القطران \overline{AB} و \overline{EF} متعامدان وطول نصف القطر يساوي 4. أوجد AF .

- F 4
G $4\sqrt{2}$
H 8
J $8\sqrt{2}$

مراجعة:

في $\odot D$ ، $DE = FD$ ، $DC = 10$ ، $CF = 8$ ، ما طول \overline{AB} مستعملاً الشكل أدناه:



- F 6
H 10
G 8
J 16

مراجعة تراكمية

أوجد قياس كل مما يأتي: (الدرس 3-8)

(46) إذا كان $AB = 60$ و $DE = 48$ ، فأوجد CF .

(47) إذا كان $AB = 32$ و $FC = 11$ ، فأوجد FE .

(48) إذا كان $DE = 60$ و $FC = 16$ ، فأوجد AB .

تقع النقطتان Q و R على $\odot P$. أوجد طول \overline{QR} إذا أعطيت نصف القطر وقياس الزاوية في كل مما يأتي: (الدرس 2-8)

(49) $m\angle QPR = 60^\circ$ و $PR = 12$
(50) $m\angle QPR = 90^\circ$ ، $PR = 16$

(51) **تصوير:** صوّر زباد نفسه بجوار شجرة، وقياس الأطوال في الصورة وجد أن طوله 1.5 cm

وطول الشجرة 5.3 cm. إذا كان طول زباد الحقيقي 1.7m، فما طول الشجرة الفعلي تقريباً

إلى أقرب متر؟ (الدرس 1-6)



أكمل كل جملة باستعمال إحدى الكلمات: *تحيّفاً، دائماً، أحياناً،* (مهارة سابقة)

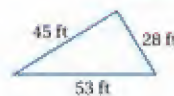
(52) المثلثات متطابقة الأضلاع تكون متطابقة الضلعين

(53) المثلثات حادة الزوايا تكون متطابقة الأضلاع

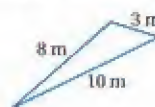
(54) المثلثات منفرجة الزاوية تكون مختلفة الأضلاع

الاستعداد للدروس اللاحقة

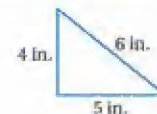
مهارة سابقة وضرورية: حدد إذا كان كل مثلث مما يأتي قائم الزاوية أم لا: (مهارة سابقة)



(57)

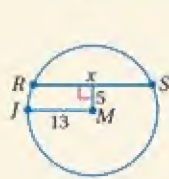
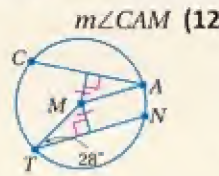
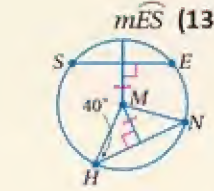


(56)

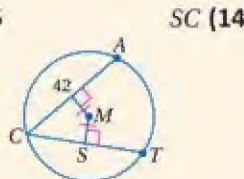


(55)

أوجد القياس المطلوب في كل مما يأتي: (الدرس 8-3)



x (15)



SC (14)

16 اختيار من متعدد: طول قطر دائرة 30 in. وطول وتر

فيها 24 in. كم يبعد مركز الدائرة عن الوتر؟ (الدرس 8-3)

9 in H 5 in F

11 in J 7 in G

17 الشكل الرباعي WXYZ محصور داخل دائرة.

إذا كان $m\angle X = 50^\circ$ و $m\angle Y = 70^\circ$ ، فأوجد $m\angle W$

و $m\angle Z$. (الدرس 8-4)

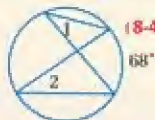


18 العجلة الدوارة

إذا كانت المسافات بين محاور مقاعد العجلة المبنية في الصورة متساوية، فما قياس الزاوية بين كل محور والدعامات التي تصل بين مقعدين متاليين؟ (الدرس 8-4)

19 احتمال

في $\odot A$ ، وضعت النقطة X عشوائيًا بحيث لا تنطبق على النقطة P ولا النقطة Q. إذا كان $m\widehat{PQ} = 160^\circ$ ، فما



احتمال أن يكون $m\angle PXQ = 80^\circ$? (الدرس 8-4)

أوجد قياس الزاويتين 2، 1

في الشكل المجاور (الدرس 8-4)

1 اختيار من متعدد: في الشكل أدناه، طول نصف قطر

الدائرة A يساوي ضعف طول نصف قطر الدائرة B وأربعة أمثال طول نصف قطر الدائرة C. إذا كان مجموع محيطات الدوائر الثلاث يساوي 42π ، فأوجد طول \overline{AC} . (الدرس 8-1)



22 A

27 B

30 C

34 D

اعتمد الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة 2-8.

(الدرس 8-2، 8-1)



2 سمّ الدائرة.

3 سمّ ثلاثة أنصاف أقطار للدائرة.

4 إذا كان $BD = 3x$ و

$CB = 7x - 3$ ، فأوجد AC .

5 إذا كان $m\angle CBD = 85^\circ$ ، فأوجد $m\widehat{AD}$.

6 إذا كان $r = 3$ ، فأوجد محيط الدائرة B إلى أقرب عُشر.

7 يوجد 40 دعامات متساوية الأبعاد على العجلة. ما قياس كل

قوس يربط دعامتين متاليتين بالدرجات؟

8 إذا كان $m\angle ABD = 150^\circ$ و $r = 3$ ، فما طول \widehat{CAD} إلى

أقرب جزء من عشرة؟

برامج تعليمية: ارجع إلى الجدول أدناه الذي يبين عدد

البرامج التعليمية التي يشاهدها طلاب مدرسة ثانوية كل أسبوع،

لحل الأسئلة 9-11. (الدرس 8-2)

البرامج التعليمية	
17%	لم يشاهدوا أي برنامج
53%	شاهدوا برنامجًا واحدًا
23%	شاهدوا برنامجين
7%	شاهدوا ثلاثة برامج أو أكثر

9 إذا رغبت في تمثيل هذه البيانات بقطاعات دائرية، فما

قياس زاوية كل قطاع؟

10 صف أقواس كل قطاع.

11 ارسم دائرة تمثل هذه البيانات.

الاسم



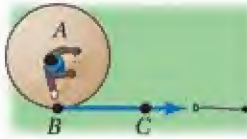
لعبة رمي المطرقة (hammer)، من ألعاب القوى التي سجل فيها الرياضيون العرب أرقامًا ممتازة على مستوى قارة آسيا. وتتألف المطرقة من سلك فولاذي مع كرة معدنية مربوطة بأحد طرفيه، ومقبض مثبت بالطرف الآخر، وتزن المطرقة بأكملها 7.26 kg تقريبًا، وطولها يقارب 120 cm . ويستعمل اللاعب كلتا يديه، فيمسك المقبض ويدور حول نفسه ثلاث أو أربع مرات في دائرة رمي قطرها 2.135 m ، قبل أن يطلق المطرقة، وأكبر مسافة تقطعها المطرقة تحدد الفائز.

الأفكار الرئيسية:

- استعمل خصائص التماسات.
- أحل مسائل تتضمن مضاعفات محصورة داخل دوائر.

المفردات:

- مماس tangent
- نقطة التماس point of tangency

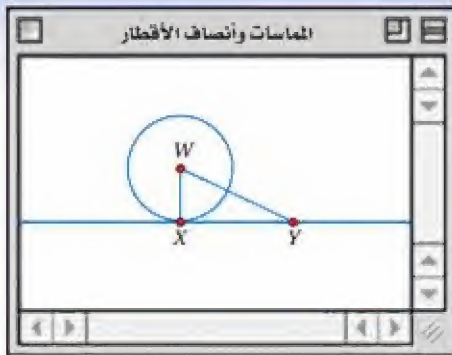


التماسات: يبين الشكل أعلاه عملية رمي المطرقة. حيث تمثل الدائرة A المنطقة التي يكون فيها اللاعب، ونصف المستقيم \overrightarrow{BC} يمثل المسار الذي تسلكه المطرقة عندما يتركها اللاعب. و \overrightarrow{BC} مماس للدائرة A، لأن المستقيم الذي يحوي \overrightarrow{BC} يقطع الدائرة في نقطة واحدة فقط، وهذه النقطة تسمى **نقطة التماس**.

معمل الهندسة

التماسات وأنصاف الأقطار

نموذج



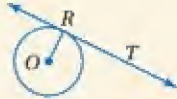
- استعمل برنامج رسم هندسي لرسم دائرة مركزها W، ثم ارسم مماسًا للدائرة W، وسم نقطة التماس X.
 - اختر نقطة أخرى على المماس وسمها Y، ثم ارسم \overline{WY} .
- فكر وناقش

- (1) ما علاقة \overline{WX} بالدائرة؟
- (2) قس \overline{WX} و \overline{WY} . وقارن بينهما.
- (3) حرك النقطة Y. كيف يؤثر موقع Y في العلاقة التي كتبتها في السؤال 2؟
- (4) قس $\angle WXY$. ماذا تستنتج؟
- (5) تخمن: صُغ تخمينًا حول أقصر مسافة من مركز الدائرة إلى المماس؟

تبين نتائج المعمل الهندسي أن أقصر مسافة من مركز الدائرة إلى المماس، هي نصف القطر
الواصل إلى نقطة التماس. وبما أن أقصر مسافة من نقطة إلى خط هي القطعة العمودية، فإن نصف
القطر يكون عمودياً على المماس.

نظرية 8.9

إذا كان مستقيم مماساً لدائرة، فإنه يكون عمودياً على نصف القطر المار
بنقطة التماس.



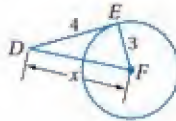
مثال: إذا كان \vec{RT} مماساً، فإن $\vec{OR} \perp \vec{RT}$.

سترهن نظرية 8.9 في التمرين 24.

إيجاد الأطوال

مثال

1 جبر: إذا كان \overline{ED} مماساً لـ $\odot F$ عند النقطة E كما في الشكل المجاور، فأوجد قيمة x .



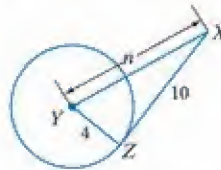
بما أن نصف القطر المار بنقطة التماس يكون عمودياً على المماس
عند نقطة التماس، فإن $\overline{EF} \perp \overline{DE}$. وهذا يجعل $\angle DEF$
زاوية قائمة، والمثلث DEF قائم الزاوية. استعمل نظرية فيثاغورس
لإيجاد قيمة x .

$$\begin{aligned} \text{نظرية فيثاغورس} \quad (EF)^2 + (DE)^2 &= (DF)^2 \\ EF = 3, DE = 4, DF = x \quad 3^2 + 4^2 &= x^2 \\ \text{بالتبسيط} \quad 25 &= x^2 \\ \text{أخذ الجذر التربيعي الموجب لكلا الطرفين} \quad 5 &= x \end{aligned}$$

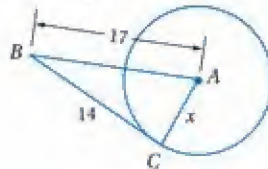
لأن x هي طول DF ، أهمل الجذر التربيعي السالب.

تحقق من فهمك

1A إذا كان \overline{XZ} مماساً لـ $\odot Y$ عند النقطة Z كما في الشكل أدناه. فأوجد قيمة n .



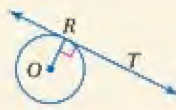
1B إذا كان \overline{BC} مماساً لـ $\odot A$ عند النقطة C كما في الشكل أدناه. فأوجد قيمة x .



إرشادات

المماسات

جميع النظريات التي
تطبق على المماسات،
تطبق أيضاً على أجزاء
مماسات الدائرة.



إذا تعامد مستقيم مع نصف قطر دائرة عند نهايته على الدائرة، فإن هذا المستقيم يكون مماساً للدائرة.

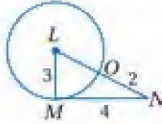
مثال: إذا كان $\overline{OR} \perp \overline{RT}$ ، فإن \overline{RT} مماس للدائرة.

سبرهن هذه النظرية في التمرين 25.

تحديد المماسات

مثال

2 (a) حدّد إذا كانت \overline{MN} مماساً لـ $\odot L$ مستعملًا الشكل المجاور، وبرر إجابتك.



حدّد أولاً ما إذا كان $\triangle LMN$ قائم الزاوية، وذلك باستعمال عكس نظرية فيثاغورس.

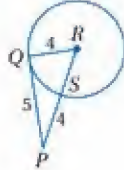
$$\begin{aligned} (LM)^2 + (MN)^2 &\stackrel{?}{=} (LN)^2 \\ 3^2 + 4^2 &\stackrel{?}{=} 5^2 \\ 25 &= 25 \checkmark \end{aligned}$$

عكس نظرية فيثاغورس
 $LM = 3, MN = 4, LN = 3 + 2 = 5$
 بالتبسيط

بما أن $3^2 + 4^2 = 5^2$ ، فإن عكس نظرية فيثاغورس يؤكد أن $\triangle LMN$ قائم الزاوية، وأن $\angle LMN$ هي الزاوية القائمة.

لذلك $\overline{LM} \perp \overline{MN}$ ، إذن \overline{MN} مماس للدائرة L .

(b) حدد ما إذا كانت \overline{PQ} مماساً لـ $\odot R$ مستعملًا الشكل المجاور، وبرر إجابتك.



$$\begin{aligned} RQ &= RS = 4 \\ RP &= 4 + 4 = 8 \\ (RQ)^2 + (PQ)^2 &\stackrel{?}{=} (RP)^2 \\ 4^2 + 5^2 &\stackrel{?}{=} 8^2 \\ 41 &\neq 64 \end{aligned}$$

عكس نظرية فيثاغورس
 $RQ=4, PQ=5, RP=8$
 بالتبسيط

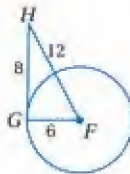
وبما أن $(RQ)^2 + (PQ)^2 \neq (RP)^2$ فإن $\triangle RQP$ ليس قائم الزاوية،

إذاً \overline{PQ} ليست مماساً لـ $\odot R$.

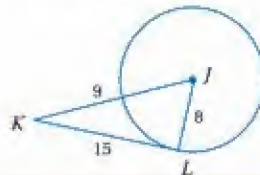
المثلث PQR ليس قائم الزاوية وعليه فإن \overline{QP} ليس مماساً للدائرة.

تحقق من فهمك

2A حدد إذا كانت \overline{GH} مماساً لـ $\odot F$ مستعملًا الشكل المجاور، وبرر إجابتك.



2B حدد إذا كانت \overline{KL} مماساً لـ $\odot J$ مستعملًا الشكل المجاور، وبرر إجابتك.



إرشادات

تحديد المماسات

لا تفترض أن القطعة

المستقيمة مماس لدائرة

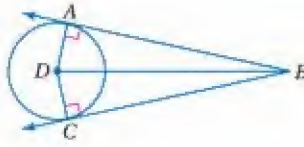
بمجرد النظر، إلا إذا ورد

في النص، أو ظهرت إشارة

الزاوية القائمة، أو احتوى

الشكل قياسات تثبت من

خلالها أن الزاوية قائمة.



يمكن أن يكون للدائرة نفسها أكثر من مماس من نقطة واحدة خارجها.

ففي الشكل المجاور، \overline{AB} و \overline{BC} مماسان لـ $\odot D$. لذلك

$$(AB)^2 + (AD)^2 = (DB)^2$$

$$(BC)^2 + (CD)^2 = (DB)^2$$

$$\text{إذن } (AB)^2 + (AD)^2 = (BC)^2 + (CD)^2$$

$$\text{بالتعويض } AD = CD \quad (AB)^2 + (AD)^2 = (BC)^2 + (AD)^2$$

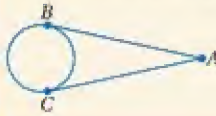
$$\text{ب طرح } (AD)^2 \text{ من كلا الطرفين} \quad (AB)^2 = (BC)^2$$

$$\text{بأخذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين} \quad AB = BC$$

أي أن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. وهذا هو برهان نظرية 8.11 الآتية.

نظرية 8.11

إذا رُسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان.

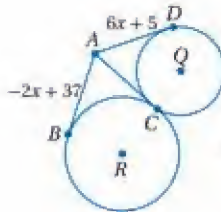


مثال، $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

مثال

المماسات المتطابقة

3 جبر: أوجد قيمة x . افترض أن القطع المستقيمة الظاهرة في الشكل أدناه، مماسات للدائرتين.



\overline{AD} و \overline{AC} مماسان رُسمتا من النقطة الخارجة نفسها.

$$\text{لذا، } \odot Q \quad \overline{AD} \cong \overline{AC}$$

\overline{AB} و \overline{AC} مماسان لـ $\odot R$ رُسمتا من النقطة الخارجة نفسها، لذلك

$$\overline{AC} \cong \overline{AB}$$

ومن خاصية التعدي ينتج أن $\overline{AD} \cong \overline{AB}$

ويكون:

$$AD = AB$$

$$6x + 5 = -2x + 37$$

$$8x + 5 = 37$$

$$8x = 32$$

$$x = 4$$

تعريف القطع المتطابقة

بالتعويض

بإضافة $2x$ لكلا الطرفين

ب طرح 5 من كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 8

تحقق من فهمك

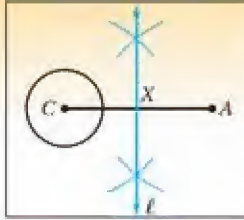
3 أوجد قيمة كل من x و y في الشكل المجاور.



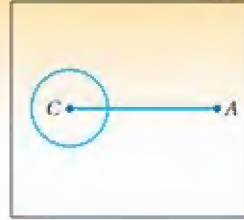
في الإنشاء الهندسي الآتي سوف تتعلم كيف تنشئ مماسًا لدائرة من نقطة خارجها.

إنشاءات هندسية

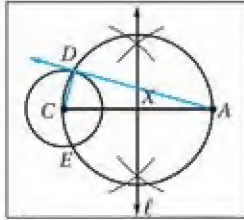
رسم مماس لدائرة من نقطة خارجها



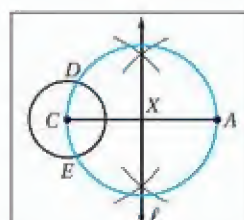
خطوة 2: ارسم العمود المتصّف للقطعة CA ، وسّمه المستقيم ℓ . سمّ نقطة تقاطع \overline{CA} والنقطة X .



خطوة 1: ارسم دائرة مركزها C . وحدّد نقطة خارجها، ثم ارسم \overline{CA} .



خطوة 4: ارسم \overrightarrow{AD} فيكون $\triangle ADC$ محصورًا داخل نصف دائرة. إذن $\angle ADC$ قائمة، قائمة، \overline{AD} مماس لـ $\odot C$.



خطوة 3: ارسم الدائرة X بنصف قطر \overline{XC} . وسّم نقطتي تقاطع الدائرتين بالحرّفين D و E .

سوف تنشئ مماسًا لدائرة من نقطة عليها في تمرين 23

المضلعات المحيطة بدوائر: لقد تعلمت في درس 3-8، أن الدوائر يمكن أن تحوي مضلعًا أو تُحيط به. وبالمثل يمكن أن يحيط المضلع بدائرة، أو أن تكون الدائرة مرسومة داخل المضلع. لاحظ أن رؤوس المضلع لا تقع على الدائرة، ولكن أضلاع المضلع تكون مماسات لهذه الدائرة.



مضلعات ٧ تحيط بدوائر



مضلعات تحيط بدوائر



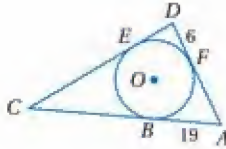
إرشادات

خطأ شائع

إذا كانت الدائرة تمس أحد أضلاع المضلع أو بعضها، فلا يعني ذلك أن المضلع يحيط بالدائرة. كما هو مبين في الشكل المجاور.

مثال

المثلثات التي تحيط بدائرة



المثلث ADC يحيط بـ $\odot O$.
أوجد محيط $\triangle ADC$ ، إذا كان $EC = DE + AF$.

استعمل النظرية 8.10 لتحديد القياسات المتساوية:

$$EC = CB, AB = AF = 19, FD = DE = 6$$

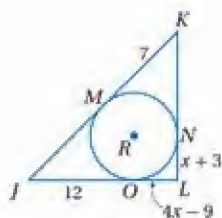
ومن المعطيات $EC = DE + AF$ ، إذن $EC = 6 + 19 = 25$.

افرض أن محيط $\triangle ADC$ هو P .

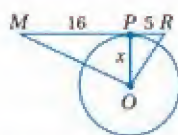
$$P = AB + BC + EC + DE + FD + AF \\ = 19 + 25 + 25 + 6 + 6 + 19 = 100$$

إذن محيط $\triangle ADC$ يساوي 100 وحدة.

تعريف المحيط
بالتمويه

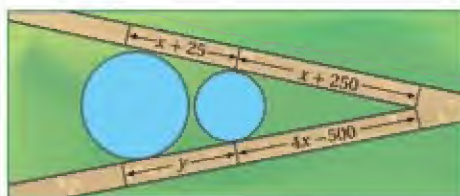


(4) المثلث JKL يحيط بـ $\odot R$. أوجد قيمة x ، ومحيط $\triangle JKL$.



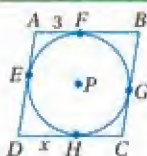
- استعمل الشكل المجاور لحل التمرينين 1 و 2.
- (1) رُسم المماس \overline{MP} لـ $\odot O$. إذا كان $MO = 20$ ، فأوجد قيمة x .
- (2) إذا كان $RO = 13$ ، فحدّد ما إذا كانت \overline{PR} مماسًا لـ $\odot O$ أم لا.

المثالان 1 و 2
(ص 203-204)



- (3) هندسة الطرق: خطط مهندس ممرين للمشاة بجانب بركتين، كما هو واضح في الصورة. أوجد قيمة كل من x و y .

مثال 3
(ص 205)

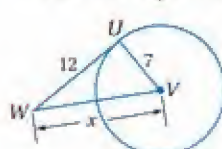


- (4) المعين ABCD يحيط بـ $\odot P$ ، فإذا كان محيطه يساوي 32 وحدة، فأوجد قيمة x .

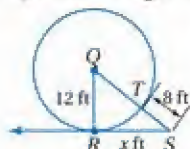
مثال 4
(ص 206)

تمارين ومسائل

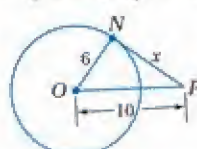
أوجد قيمة x في كل مما يأتي، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلاً.



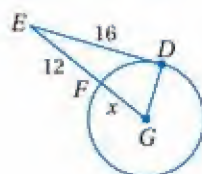
(7)



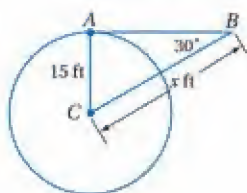
(8)



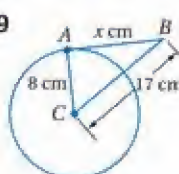
(9)



(10)



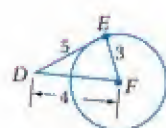
(11)



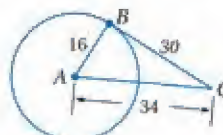
(12)

الواجب المنزلي	التمرين
1	5-10
2	11-14
3	15,16
4	17-22

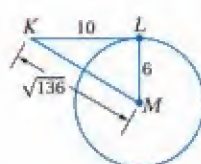
حدد إذا كانت كل قطعة مستقيمة فيما يأتي مماسًا للدائرة أم لا:



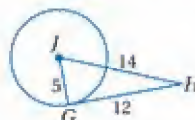
(13) \overline{DE}



(14) \overline{BC}

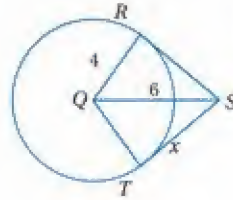


(15) \overline{KL}

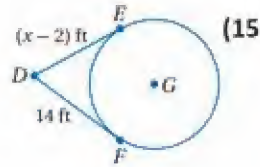


(16) \overline{GH}

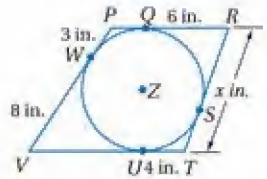
أوجد قيمة x في كل مما يأتي، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً.



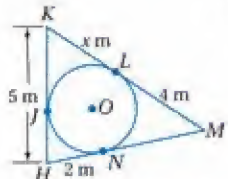
(16)



(15)



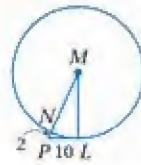
(18)



(17)

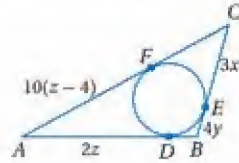
استعمل المعطيات لإيجاد محيط كل مضلع فيما يأتي:

(20) $ST = 18$ وطول نصف قطر $\odot P$ يساوي 5



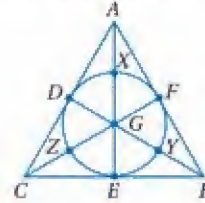
(19)

(22) $CF = 6(3 - x)$, $DB = 12y - 4$



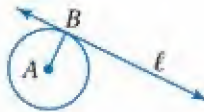
(21) $BY = CZ = AX = 2$

وطول نصف قطر $\odot G$ يساوي 3



(23) إنشاء : ارسم مماسًا لدائرة عند نقطة تقع عليها باتباع الخطوات الآتية:

- ارسم دائرة مركزها T ، وعين نقطة P على $\odot T$ ، ثم ارسم \overrightarrow{TP} .
- ارسم عمودًا على \overrightarrow{TP} عند النقطة P .



(24) برهان : اكتب برهانًا غير مباشر للنظرية 8.9،

مفترضًا أن المستقيم ℓ ليس عموديًا على \overline{AB} .

المعطيات: ℓ مماس $\odot A$ عند النقطة B ، \overline{AB} نصف قطر في $\odot A$.

المطلوب: إثبات أن ℓ عمودي على \overline{AB} .

(25) برهان : اكتب برهانًا غير مباشر للنظرية 8.10 مفترضًا أن المستقيم ℓ ليس مماسًا لـ $\odot A$.

المعطيات: $\ell \perp \overline{AB}$ ، \overline{AB} نصف قطر في $\odot A$.

المطلوب: إثبات أن ℓ مماس لـ $\odot A$.

إرشادات

مراجعة

تذكر أن طريقة البرهان غير المباشر هي أن تفترض أن المطلوب غير صحيح ثم تصل إلى تناقض مع المعطى أو مع حقيقة مثبتة من قبل أو مع تعريف أو مسلمة.

26 برهان : اكتب برهاناً ذا عمودين ؛ لإثبات أنه إذا أحاط شكل رباعي بدائرة فإن مجموع طولي أي ضلعين متقابلين يساوي مجموع طولي الضلعين الآخرين.

فلك : استعمل المعلومات الآتية لحل السؤالين 27 و 28:

يحدث كسوف الشمس عندما يحجب القمر أشعة الشمس فلا تصل إلى الأرض. فبعض المناطق على الأرض يحدث فيها كسوف كلي، وبعضها الآخر يحدث فيها كسوف جزئي، وبعضها لا يحدث فيه كسوف على الإطلاق، كما يظهر في الصورة.



27 المنطقة الزرقاء تدل على حدوث كسوف كلي على ذلك الجزء من سطح الأرض. فأَي المماسات تحدد المنطقة الزرقاء؟

28 المنطقة ذات اللون الزهري تحدد منطقة من سطح الأرض يظهر فيها كسوف جزئي. فأَي المماسات تحدد الحدود الشمالية والجنوبية للكسوف الجزئي؟

المماسات المشتركة : المستقيم الذي يمس دائرتين في المستوى نفسه يسمى مماساً مشتركاً.

المماسات الخارجية المشتركة لا تقطع القطعة المستقيمة الواصلت بين المركزين.	المماسات الداخلية المشتركة تقطع القطعة المستقيمة الواصلت بين المركزين.
<p>المستقيمان ℓ و m مماسان خارجيان مشتركان.</p>	<p>المستقيمان k و j مماسان داخليان مشتركان.</p>

ارجع إلى الرسم أعلاه الذي يبين الكسوف، وسم:

29 مماسين داخليين مشتركين.

30 مماسين خارجيين مشتركين.

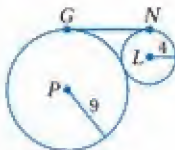
31 تبير : حدد عدد المماسات التي يمكن رسمها لدائرة من كل نقطة من النقاط الآتية. وبرر إجابتك.

(a) النقطة خارج الدائرة.

(b) النقطة داخل الدائرة.

(c) النقطة على الدائرة.

32 مسألة مفتوحة : ارسم مثلاً على مضلع يحيط بدائرة، وآخر على دائرة تحيط بمضلع، وأعطي أمثلة أخرى من واقع الحياة.



33 تحد : أوجد طول المماس \overline{GN} في الشكل المجاور. ووضح إجابتك.



الربيع مع الحياة

إن الكسوف والخسوف آياتان عظيمتان يخوف الله عز وجل بهما عباده.

مسائل مهارات التفكير العليا

(34) تبرير اكتب برهاناً يثبت صحة العبارة الآتية إذا كانت صحيحة، وأعط مثالاً مضاداً إذا كانت خاطئة.
 "إذا رُسم مماسان للدائرة نفسها، فإنهما يتقاطعان".

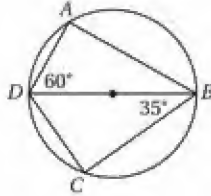
(35) امتحان : استعمل المعلومات المتعلقة بالمماس ورياضة رمي المطرقة الموجودة في صفحة 202، وفتر كيف أن مسار الكرة المعدنية يمثل مماساً.

تدريب على اختبار معياري

(37) مراجعة : في $\odot M$ ،

$$m\angle ADB = 60^\circ, m\angle DBC = 35^\circ$$

ما قياس $\angle D$ ؟



60° F

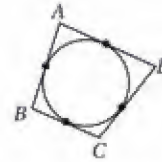
95° G

110° H

115° J

(36) الشكل الرباعي $ABCD$ يحيط بدائرة.

إذا كان $AB = 19$, $BC = 6$, $CD = 14$ ، فما طول \overline{AD} ؟



25 C

11 A

27 D

20 B

مراجعة تراكمية

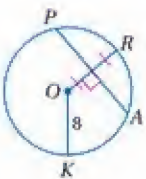
(38) إعلانات : تستعمل الأشكال الدائرية كثيراً في عمل شعارات للإعلان عن

المنتجات التجارية. والشعار المجاور يُظهر زاويتين محيطيتين

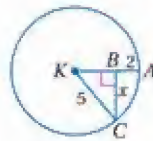
وزاويتين مركبتين. فإذا كان $m\widehat{AF} = 90^\circ$, $m\widehat{FE} = 45^\circ$ ، فأوجد $m\angle AFC$ و $m\angle BED$. (الفرض 4-8)

و $m\widehat{ED} = 90^\circ$ ، فأوجد $m\angle AFC$ و $m\angle BED$. (الفرض 4-8)

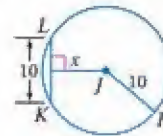
أوجد كلاً من القياسات الآتية إلى أقرب جزء من عشرة: (الفرض 3-8)



AP (41)



BC (40)



x (39)

المسألة الفرض الرابع

مهارة سابقة وضرورية : حل كل معادلة مما يأتي : (مهارة سابقة)

$$2x - 5 = \frac{1}{2}[(3x + 16) - 20] \quad (43)$$

$$x + 3 = \frac{1}{2}[(4x + 6) - 10] \quad (42)$$

$$x + 3 = \frac{1}{2}[(4x + 10) - 45] \quad (45)$$

$$2x + 4 = \frac{1}{2}[(x + 20) - 10] \quad (44)$$

المثلثات المحصورة داخل دائرة والمثلثات المحيطة بها Inscribed and Circumscribed Triangles

لقد تعلمت في دراستك السابقة أن هناك نقاطاً خاصة تنتج عن تلاقي عدة مستقيمات في المثلث. وسُتعمل نقطتان من هذه النقاط في النشاطات الآتية.

- **مركز الدائرة التي تلمس أضلاع المثلث من الداخل (Incenter)** هي نقطة تلاقي منصفات زواياه، وتبعد مسافات متساوية عن أضلاع المثلث.
- **مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث (circumcenter)**، وهي نقطة تقاطع الأعمدة المنصفة لأضلاعه، وتبعد مسافات متساوية عن رؤوسه.

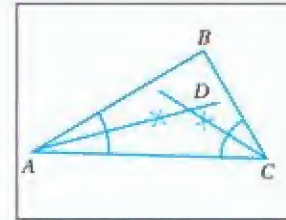
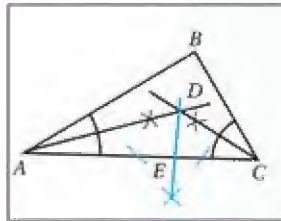
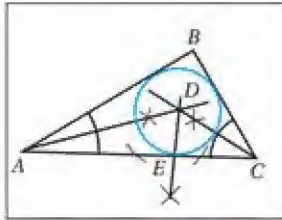
نشاط

رسم دائرة داخل مثلث. المثلث يحيط بالدائرة.

خطوة 3، استعمل الفرجار لقياس DE ، ثم ثبته في النقطة D ، وارسم دائرة بنصف قطر يساوي فتحة الفرجار السابقة.

خطوة 2، ارسم قطعة مستقيمة عمودية على أحد أضلاع المثلث $\triangle ABC$ تمر بمركز الدائرة الداخلية للمثلث. وارمز إلى نقطة التقاطع بالرمز E .

خطوة 1، ارسم مثلثاً وسمّ رؤوسه A, B, C . وارسم منصفين لزائيتين كي تحدد مركز الدائرة الداخلية للمثلث. وارمز إليه بالرمز D .



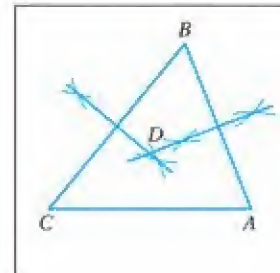
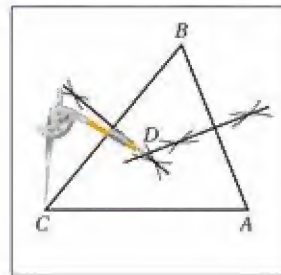
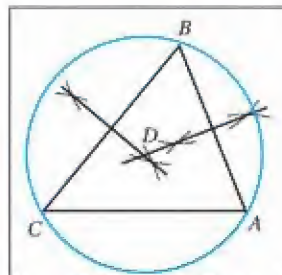
رسم دائرة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة. وهذا يطبق على إنشاء دائرة تحيط بمثلث.

نشاط

خطوة 3، بفتحة الفرجار نفسها في خطوة 2، ثبت الفرجار في النقطة D ، ثم ارسم دائرة حول المثلث.

خطوة 2، استعمل الفرجار لقياس المسافة بين مركز الدائرة D التي تمر برؤوس المثلث، أو أي رأس من رؤوسه.

خطوة 1، ارسم مثلثاً، وسمّ رؤوسه A, B, C . وارسم عمودين متصفيين لاضلعين من أضلاع المثلث وذلك لتعيين مركز الدائرة التي تمر برؤوسه. وارمز إليه بالرمز D .



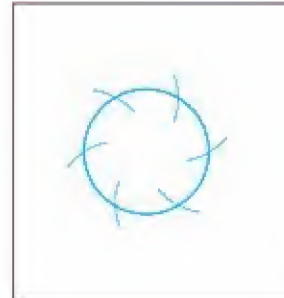
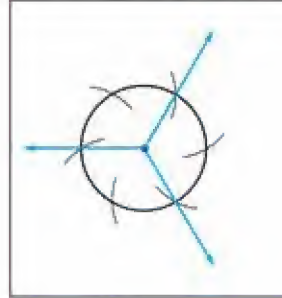
نشاط

رسم مثلث متطابق الأضلاع يحيط بدائرة.

خطوة 3: ارسم مستقيمات عمودية على كل نصف مستقيم عند تلك النقاط.

خطوة 2: ضع نقاطاً على الأقواس بحيث تضع نقطة على قوس وتترك الآخر، وارسم أنصاف مستقيمات من مركز الدائرة إلى كل نقطة منها.

خطوة 1: ارسم دائرة وقسمها إلى ستة أقواس متطابقة.



حل النتائج

- (1) ارسم مثلثاً متفرج الزاوية بداخله دائرة.
- (2) ارسم مثلثاً قائم الزاوية تحيط به دائرة.
- (3) ارسم دائرة بأي قياس يحيط بها مثلث متطابق الأضلاع.

ارجع إلى نشاط 1.

- (4) لماذا يجب أن ترسم قطعة عمودية على ضلع واحد فقط من أضلاع المثلث؟
- (5) كيف يمكنك استعمال نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث لتوضيح صحة هذا الإنشاء؟

ارجع إلى نشاط 2.

- (6) لماذا يجب أن تقيس المسافة فقط بين مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث، وأي رأس من رؤوسه؟
- (7) كيف يمكنك استعمال نظرية مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث لتوضيح صحة هذا الإنشاء؟

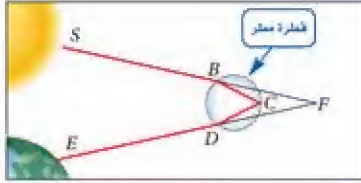
ارجع إلى نشاط 3.

- (8) ما قياس كل من الأقواس الستة المتطابقة؟
- (9) اكتب برهاناً مقنعاً على أن المستقيمات التي قمت برسمها في خطوة 3 تشكل مثلثاً متطابق الأضلاع.

القاطع والمماس وقياسات الزوايا Secant, Tangent and Angle Measures

8-6

استعداد



تعمل قطرات المطر في الهواء على انكسار أشعة الشمس أو انحرافها عن مسارها عند مرورها بها. واختلاف زوايا الانكسار للأشعة يُنتج قوسًا من الألوان يسمى قوس المطر. في الشكل المجاور تدخل أشعة الشمس القادمة من النقطة S قطرة المطر عند B، فينحرف مسار الأشعة داخل قطرة المطر. والشعاع المنكسر يتقدم في مساره إلى خلف قطرة المطر، حيث يحدث له انعكاس عند النقطة C ليترك القطرة عند النقطة D ساقطًا على سطح الأرض. وتمثل الزاوية F زاوية انحراف الأشعة عن مسارها الأصلي.

الأفكار الرئيسية:

- أجد قياسات الزوايا المتكوّنة من تقاطع مستقيمتين على دائرة أو بداخلها.
- أجد قياسات الزوايا المتكوّنة من تقاطع مستقيمتين خارج الدائرة.

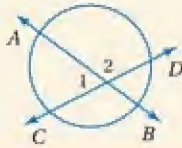
المفردات:

القاطع
secant

التقاطع على الدائرة أو داخلها: يسمى المستقيم الذي يقطع الدائرة في نقطتين **قاطعًا**. في الشكل أعلاه \overline{SF} و \overline{EF} قاطعان للدائرة. عندما يتقاطع قاطعان داخل دائرة، فإن الزوايا المتكوّنة من تقاطعها يكون لها علاقة بالأقواس التي تقابلها.

نظرية 8.12

إذا تقاطع قاطعان داخل دائرة فإن قياس أي من الزوايا المتكوّنة من التقاطع يساوي نصف مجموع قياسي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس.

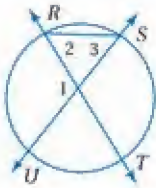


$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AC} + m\widehat{BD}) \text{ أمثلة}$$

$$m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\widehat{AD} + m\widehat{BC})$$

نظرية 8.12

مثال

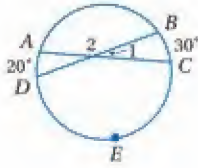


المعطيات: \overline{RT} و \overline{SU} قاطعان لدائرة

$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{ST} + m\widehat{RU}) \text{ إثبات أن}$$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) نظرية الزاوية الخارجية	$m\angle 1 = m\angle 2 + m\angle 3$ (1)
(2) قياس الزاوية المحيطة = نصف قياس القوس المقابل لها	$m\angle 2 = \frac{1}{2}m\widehat{ST}, m\angle 3 = \frac{1}{2}m\widehat{RU}$ (2)
(3) بالتعويض	$m\angle 1 = \frac{1}{2}m\widehat{ST} + \frac{1}{2}m\widehat{RU}$ (3)
(4) خاصية التوزيع	$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{ST} + m\widehat{RU})$ (4)



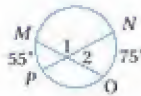
1 إذا علمت أن $m\widehat{BC} = 30^\circ$ و $m\widehat{AD} = 20^\circ$ ، فأوجد $m\angle 2$.

الطريقة الأولى، أوجد $m\angle 1$.

$$\begin{aligned} \text{نظرية 8.12} \quad m\angle 1 &= \frac{1}{2}(m\widehat{BC} + m\widehat{AD}) \\ \text{بالتعويض} \quad &= \frac{1}{2}(30^\circ + 20^\circ) = 25^\circ \\ m\angle 2 &= 180^\circ - m\angle 1 \\ &= 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ \end{aligned}$$

الطريقة الثانية، أوجد أولاً $m\widehat{AB}$ و $m\widehat{DEC}$.

$$\begin{aligned} \text{نظرية 8.12} \quad m\angle 2 &= \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + m\widehat{DEC}) \\ &= \frac{1}{2}[360^\circ - (m\widehat{BC} + m\widehat{AD})] \\ \text{بالتعويض} \quad &= \frac{1}{2}[360^\circ - (30^\circ + 20^\circ)] \\ \text{بالتبسيط} \quad &= \frac{1}{2}(310^\circ) = 155^\circ \end{aligned}$$



تحقق من فهمك

1 أوجد $m\angle 1$ في الشكل المجاور.

نظرية 8.13

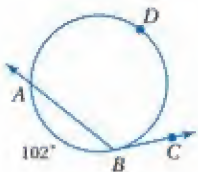
إذا تقاطع قاطع ومماس عند نقطة التماس، فإن قياس كل زاوية متكوّنة من التقاطع يساوي نصف قياس القوس الذي تحصره.



$$m\angle ABC = \frac{1}{2}m\widehat{AC} \quad \text{أمثلة،}$$

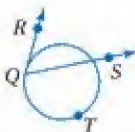
$$m\angle DBC = \frac{1}{2}m\widehat{BEC}$$

مشروع نظرية 8.13 في التمرين 38.



2 إذا علمت أن $m\widehat{AB} = 102^\circ$ ، فأوجد $m\angle ABC$.

$$\begin{aligned} m\widehat{ADB} &= 360^\circ - m\widehat{AB} = 360^\circ - 102^\circ = 258^\circ \\ m\angle ABC &= \frac{1}{2}m\widehat{ADC} = \frac{1}{2}(258^\circ) = 129^\circ \end{aligned}$$



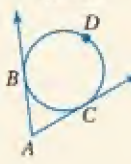
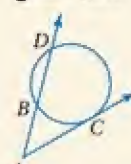
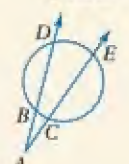
2 إذا كان $m\widehat{QT} = 238^\circ$ ، فأوجد $m\angle RQS$ مستعملًا الشكل المجاور.

تحقق من فهمك

التقاطع خارج الدائرة: يمكن أن يتقاطع قاطعان أو قاطع ومماس خارج الدائرة. وقياس الزاوية المتكونة يتضمن نصف قياسي القوسين المقابلين لها.

نظرية 8.14

إذا تقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان خارج دائرة فإن قياس الزاوية المتكونة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها.

مماسان	مماس - قاطع	قاطعان
		
$m\angle A = \frac{1}{2} (m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$	$m\angle A = \frac{1}{2} (m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$	$m\angle A = \frac{1}{2} (m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$

سترهن نظرية 8.14 في التمرين 37.

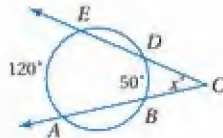
إرشادات

القيمة المطلقة

يمكن أن يُعبر عن قياس $\angle A$ بنصف القيمة المطلقة للفرق بين طولَي القوسين، ولا يهم في هذه الطريقة ترتيب أطوال الأقواس، لأن الترتيب لا يؤثر في الناتج.

مثال

الزاوية بين قاطعيتين



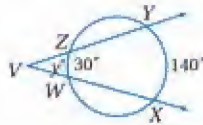
3 أوجد قيمة x ، مستعملًا الشكل المجاور.

$$m\angle C = \frac{1}{2} (m\widehat{EA} - m\widehat{DB})$$

بالتعويض $x = \frac{1}{2} (120^\circ - 50^\circ)$

بالتبسيط $x = \frac{1}{2} (70^\circ) = 35^\circ$

تحقق من فهمك



3 أوجد قيمة y ، مستعملًا الشكل المجاور.

مثال من واقع الحياة



4 أقمار صناعية، افترض أن قمرًا

صناعيًا S يدور حول الأرض، ويبدو أنه يدور فوق خط الاستواء. استعمل الشكل لتحديد قياس القوس على خط الاستواء كما يراه القمر الصناعي.

\widehat{PR} يمثل القوس على خط الاستواء كما يبدو للقمر الصناعي S .

إذا كان $x = m\widehat{PR}$ ، فإن $m\widehat{PQR} = 360^\circ - x$

استعمل قياس الزاوية المُعطاة لإيجاد $m\widehat{PR}$.

$$m\angle S = \frac{1}{2}(m\widehat{PQR} - m\widehat{PR})$$

بالتعويض

$$10^\circ = \frac{1}{2}[(360^\circ - x) - x]$$

بضرب كلا الطرفين في 2 والتبسيط

$$20^\circ = 360^\circ - 2x$$

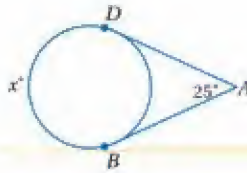
طرح 360° من كلا الطرفين

$$-340^\circ = -2x$$

قسمة كلا الطرفين على -2

$$170^\circ = x$$

إذن، قياس القوس على الأرض كما يراه القمر الصناعي 170° .



(4) أوجد قيمة x ، مستعملًا الشكل المجاور.

الزاوية بين المماس والقطر

مثال

(5) أوجد قيمة x ، مستعملًا الشكل المجاور.

\widehat{WRV} نصف دائرة، لأن \widehat{WV} قطر فيها.

إذن $m\widehat{WRV} = 180^\circ$

$$m\angle Y = \frac{1}{2}(m\widehat{WV} - m\widehat{ZV})$$

بالتعويض

$$45^\circ = \frac{1}{2}(180^\circ - 10x)$$

بضرب كلا الطرفين في 2

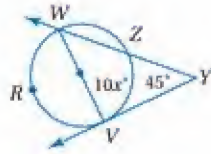
$$90^\circ = 180^\circ - 10x$$

بطرح 180° من كلا الطرفين

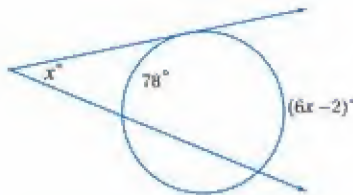
$$-90^\circ = -10x$$

بقسمة كلا الطرفين على -10

$$9^\circ = x$$



(5) أوجد قيمة x ، مستعملًا الشكل المجاور.



تأكد

أوجد قياس كل مما يأتي:

$m\angle 2$ (2)



$m\angle 1$ (1)

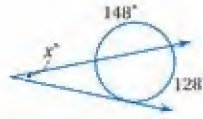


المثالان 1 و 2
(من 214)

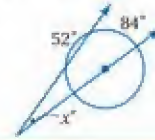
أوجد قيمة x في كل مما يأتي:



(5)



(4)



(3)

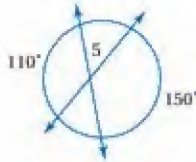
تمارين ومسائل

أوجد قياس كل مما يأتي:

$m\angle 3$ (6)



$m\angle 5$ (8)



$m\angle 8$ (11)



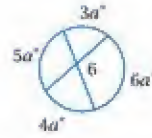
$m\angle 4$ (7)



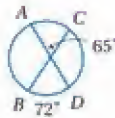
$m\angle 7$ (10)



$m\angle 6$ (9)



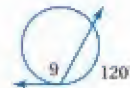
$m\widehat{AC}$ (14)



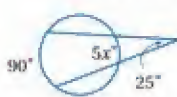
$m\angle 10$ (13)



$m\angle 9$ (12)



أوجد قيمة x في كل مما يأتي، مفترضاً أن أي قطعة مستقيمة تبدو كأنها مماس تكون مماساً فعلياً:



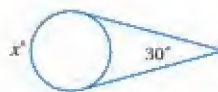
(17)



(16)



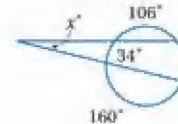
(15)



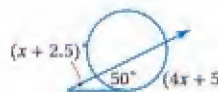
(20)



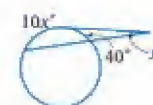
(19)



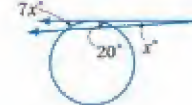
(18)



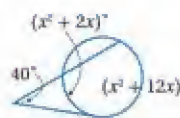
(23)



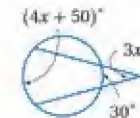
(22)



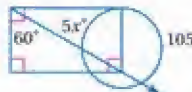
(21)



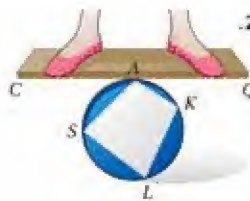
(26)



(25)



(24)



سيرك: ارجع إلى الشكل المجاور والمعلومات الآتية لحل التمارين 27-30. يتطلب من البهلوان في السيرك المحافظة على توازنه فوق لوح موضوع على أسطوانة دائرية كما هو واضح في الشكل المجاور. إذا علمت أن $\overline{SA} \parallel \overline{LK}$ ، $m\angle SLK = 78^\circ$ و $m\widehat{SA} = 46^\circ$ ، فأوجد كلًا من القياسات الآتية:

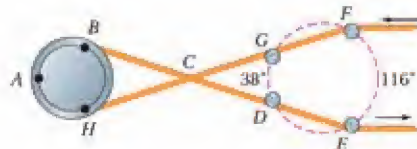
$$m\angle QAK \quad (28)$$

$$m\angle CAS \quad (27)$$

$$m\widehat{SL} \quad (30)$$

$$m\widehat{KL} \quad (29)$$

31 حياكة النسيج: بعد أن تتم عملية غزل الخيوط الصوفية، يتم صبغها، ثم تُمرّر على عدة بكرات لكي تجف. يُظهر الشكل أدناه إحدى مجموعات البكرات. لاحظ أن الغزل يبدو كأنه يتقاطع بعضه مع بعض عند C ، ولكنه في الواقع غير ذلك. استعمل المعلومات من الشكل لإيجاد $m\widehat{BH}$.

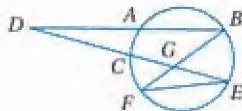


إذا كان $m\angle EFB = 30^\circ$ ، $m\widehat{FE} = 118^\circ$ ، $m\widehat{AB} = 108^\circ$ ، $m\angle EGB = 52^\circ$ ، فأوجد قياس كل مما يأتي:

$$m\widehat{AC} \quad (32)$$

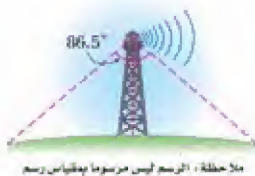
$$m\widehat{CF} \quad (33)$$

$$m\angle EDB \quad (34)$$



35 اتصالات: الإشارة التي تصدر عن برج الاتصالات

تتبع في مسارها شعاعًا نقطة بدايته على البرج ويكون مماسًا لسطح الأرض، كما هو مبين في الشكل المجاور. حدد قياس القوس المحصور بالمماسين مفترضًا أن البرج يقع على مستوى سطح البحر.



ملاحظة: الرسم ليس مرسومًا به قياس رسم

36 أقمار صناعية: يدور قمر صناعي في مدار، محافظًا في أثناء

دورانه على ارتفاع ثابت فوق منطقة خط الاستواء. وتستطيع

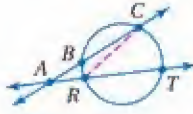
الكاميرا الموضوعة على القمر الصناعي رصد قوس طوله

6000 km على سطح الأرض. وقياس هذا القوس بالدرجات 54°

كما في الشكل المجاور. ما قياس زاوية الرؤيا للكاميرا الموضوعة على القمر الصناعي؟



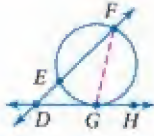
37 برهان : اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 8.14، آخذًا بعين الاعتبار الحالات الآتية:



(a) حالة 1، قاطعان

المعطيات: \overrightarrow{AT} و \overrightarrow{AC} قاطعان للدائرة.

المطلوب: إثبات أن $m\angle CAT = \frac{1}{2}(m\widehat{CT} - m\widehat{BR})$

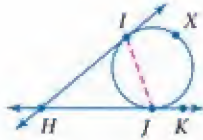


(b) حالة 2، مماس وقاطع

المعطيات: \overrightarrow{DG} مماس للدائرة.

\overrightarrow{DF} قاطع لها.

المطلوب: إثبات أن $m\angle FDG = \frac{1}{2}(m\widehat{FG} - m\widehat{GE})$

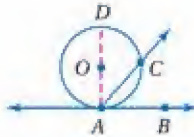


(c) حالة 3، مماسان

المعطيات: \overrightarrow{HI} و \overrightarrow{HJ} مماسان للدائرة.

المطلوب: إثبات أن $m\angle IHJ = \frac{1}{2}(m\widehat{IX} - m\widehat{J})$

38 برهان : اكتب برهانًا حرًا للنظرية 8.13.



(a) المعطيات: \overrightarrow{AB} مماس لـ $\odot O$.

\overrightarrow{AC} قاطع لـ $\odot O$.

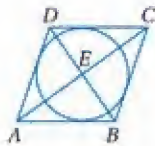
$\angle CAB$ زاوية حادة.

المطلوب: إثبات أن $m\angle CAB = \frac{1}{2}m\widehat{CA}$

(b) برهن نظرية 8.13 إذا كانت الزاوية في فرع (a) زاوية منفرجة.

39 مسألة مفتوحة : ارسم دائرة وقطرًا فيها، وليكن \overrightarrow{AC} . ثم ارسم مماسًا لها عند النقطة A.

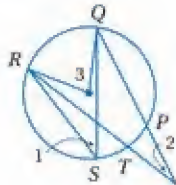
ما نوع الزاوية المتكوّنة من المماس وقطر الدائرة؟ فسّر إجابتك.



40 تحدّ : الدائرة E مرسومة داخل المربع ABCD.

طولا قطري هذا المربع 10 cm و 24 cm. ما طول نصف قطر الدائرة E

إلى أقرب جزء من عشرة؟ (إرشاد: ارسم ارتفاعًا لأحد المثلثات من E)



41 تحدّ : في الشكل المجاور، $\angle 3$ زاوية مركزية.

رتب قياسات الزوايا المرقّمة تنازليًا، وبرر إجابتك.

42 امتحان : ارجع إلى المعلومات صفحة 213 لتوضّح كيف نجد قياس

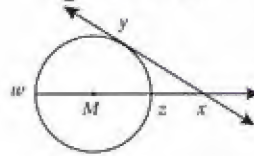
الزاوية التي تمثل انحراف الشعاع عن مساره الأصلي. وضمّن توضيحك أنواع القطع المستقيمة

المُمثلة في ذلك الشكل.

مسائل مهارات التفكير العليا

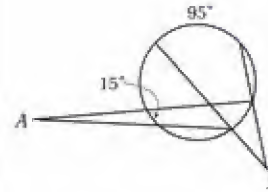
(44) **مراجعة** : نصف قطر $\odot M$ في الشكل أدناه يساوي 5 cm. إذا كان $xy = 13$ cm، مقياس \widehat{zx} مقرباً إلى

أقرب عدد صحيح ؟



- 9 cm H 6 cm F
12 cm J 7 cm G

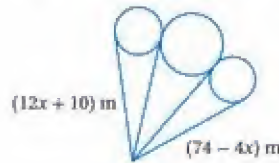
(43) ما قياس $\angle B$ ، إذا كان $m\angle A = 10^\circ$ ؟



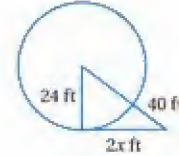
- 30° A
35° B
47.5° C
90° D

مراجعة تراكمية

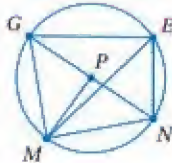
أوجد قيمة x في كل مما يأتي، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلاً: (المدرس 5-8)



(46)



(45)



في $\odot P$ ، $m\widehat{EN} = 66^\circ$ و $m\angle GPM = 89^\circ$. أوجد قياس كل مما يأتي: (المدرس 4-8)

$m\angle GNM$ (49)

$m\angle GME$ (48)

$m\angle EGN$ (47)

استعمل قانون التربيعية

مهارة سابقة وضرورية، استعمل قانون حل المعادلة التربيعية، $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ،

للمعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ لحل كل معادلة مما يأتي، مقرباً الناتج إلى أقرب جزء من عشرة: (مهارة سابقة)

$3x^2 - 24x + 45 = 0$ (52)

$2x^2 + 7x - 30 = 0$ (51)

$x^2 + 6x - 40 = 0$ (50)

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة Special Segments in a Circle

8-7



اسم

يمثل الشكل المجاور شعارًا لإحدى المؤسسات
يتكون من دائرة رُسم فيها نجمة خماسية منتظمة، والوتران \overline{BE} ، \overline{DA} يتقاطعان في النقطة F .

الأفكار الرئيسية :

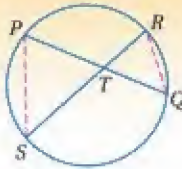
- أجد أطوال القطع المستقيمة التي تتقاطع داخل الدائرة.
- أجد أطوال القطع المستقيمة التي تتقاطع خارج الدائرة.

قطع مستقيمة تتقاطع داخل الدائرة : تعلمت في درس 8-2 كيف تجد أطوال أجزاء وتر يتقاطع مع قطر عمودي عليه. ولكن كيف تجد أطوال أوتار متقاطعة أخرى؟

معمل الهندسة

الأوتار المتقاطعة

اصنع نموذجًا



- ارسم دائرة ووترين متقاطعين.
- سمّ الوترين \overline{PQ} و \overline{RS} ونقطة التقاطع T .
- ارسم \overline{PQ} و \overline{RS} .

حلّ النتائج

- (1) سمّ أزوًا من الزوايا المتطابقة. وبرر إجابتك.
- (2) ما العلاقة بين $\triangle RTQ$ و $\triangle PTS$ ؟ ولماذا؟
- (3) ختم علاقة بين \overline{ST} ، \overline{RT} ، \overline{TQ} ، \overline{PT} .
- (4) قس كل زاوية، وتحقق من تخمينك.

نتائج هذا المعمل تمهد لبرهان النظرية 8.15.

نظرية 8.15

إذا تقاطع وتران داخل دائرة فإن حاصل ضرب طولي جُزأي كل وتر متساويان.



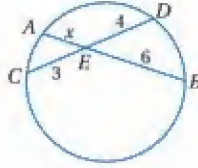
مثال، $AE \cdot EC = BE \cdot ED$

سوف تُبرهن نظرية 8.15 في تمرين 16.

إرشادات

تذكر أنه إذا تطابقت زوايا مثلثين فإنهما متشابهان. وعن ثم فإن أطوال أضلاعهما المتناظرة تكون متناسبة.





1 أوجد قيمة x مستعملًا الشكل المجاور.

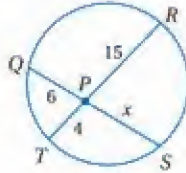
$$AE \cdot EB = CE \cdot ED$$

$$\text{بالتعويض} \quad x \cdot 6 = 3 \cdot 4$$

$$\text{بالضرب} \quad 6x = 12$$

$$\text{بقسمة كلا الطرفين على 6} \quad x = 2$$

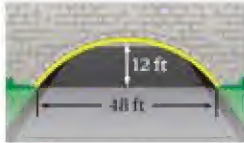
تحقق من فهمك



1 أوجد قيمة x مستعملًا الشكل المجاور.

يمكن استعمال الأوتار المتقاطعة أيضًا لقياس الأقواس.

مسألة من واقع الحياة

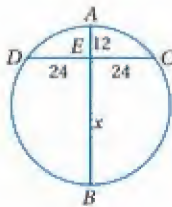


2 أنفاق: يتم إنشاء الأنفاق عبر الجبال لفتح طرق لعبور

المركبات، ما طول نصف قطر الدائرة التي تحوي القوس إذا كانت الفتحة ليست نصف دائرة؟

ارسم نموذجًا باستعمال دائرة. ولتكن x طول جزء من القطر AB غير المعروف.

استعمل حاصل ضرب أطوال الأوتار المتقاطعة لإيجاد طول القطر AB .



$$\text{حاصل ضرب جزئي الوتر} \quad AE \cdot EB = DE \cdot EC$$

$$\text{بالتعويض} \quad 12x = 24 \cdot 24$$

$$\text{بقسمة كلا الطرفين على 12} \quad x = 48$$

$$\text{مسألة إضافة القطع المستقيمة} \quad AB = AE + EB$$

$$\text{بالجمع} \quad AB = 12 + 48 = 60$$

وبما أن طول القطر يساوي 60 ft، فإن $r = 30$ ft.

تحقق من فهمك

2 الاسترودوم: ارتفاع أعلى نقطة في قبة الاسترودوم يساوي 208 ft،

وطول قطر الدائرة التي تحوي القوس يساوي 710 ft. ما المسافة بين طرفي القوس؟



الربط مع الحياة: الاسترودوم (The Astrodome)

في هيوستن هو أول ملعب لكرة

بني مستوفا بقبة كروية الشكل.

وكانت أرض الملعب في الأصل

مغطاة بالمشب الطبيعي. كذلك

كانت أشعة الشمس تدخل من

خلال لوح زجاجي سمع لذلك.

ولكن هذا التصميم أدى إلى

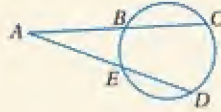
سموية رؤية الكرة في الهواء.

ولذلك تم ملأه السقف

والاستعاضة عن المشب بسجاد.

قطع مستقيمة تتقاطع خارج الدائرة: الأوتار غير المتوازية في الدائرة، وغير المتقاطعة داخلها، يمكن أن تُمد لتشكّل قواطع تتقاطع خارج الدائرة. والعلاقة الخاصة بين القواطع لا تتضمن الوتر.

نظرية 8.16



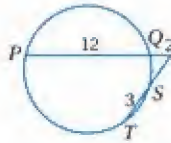
إذا رُسم قاطعان إلى دائرة من نقطة خارجها فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.

$$AB \cdot AC = AE \cdot AD \quad \text{مثال،}$$

سوف نبرهن نظرية 8.16 في التمرين 25.

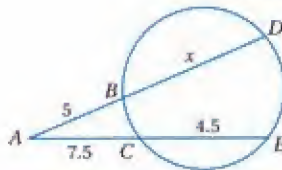
تقاطع قاطعين

مثال



حاصل ضرب جزأي القاطع بالتعويض
خاصية التوزيع
نطرح 28 من كلا الطرفين
بالتحليل

أعمل الحل السالب



3 إذا علمت أن $TS = 3$, $PQ = 12$, $QR = 2$ فأوجد RS ، مستعملًا الشكل المجاور. ليكن $RS = x$

$$QR \cdot PR = RS \cdot RT$$

$$2 \cdot (12 + 2) = x \cdot (x + 3)$$

$$28 = x^2 + 3x$$

$$0 = x^2 + 3x - 28$$

$$0 = (x + 7)(x - 4)$$

$$x - 4 = 0 \quad \text{أو} \quad x + 7 = 0$$

$$x = 4 \quad \text{أو} \quad x = -7$$

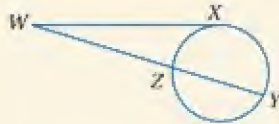
تحقق من هههههههه

3 أوجد قيمة x ، مستعملًا الشكل المجاور.

يمكن استعمال حاصل ضرب جزأي القاطع مع نظرية القاطع والمماس. وفي هذه الحالة يكون المماس هو الجزء الخارجي والكلي للقطعة نفسها. وهذا ما تنص عليه نظرية 8.17.

نظرية 8.17

إذا رُسم مماس للدائرة وقاطع من نقطة خارج الدائرة فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.



$$WX \cdot WX = WZ \cdot WY \quad \text{مثال،}$$

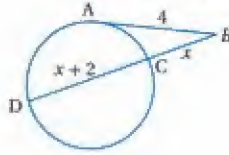
سوف نبرهن نظرية 8.17 في التمرين 26.

إرشادات

مساعدة للتذكر

لكي نتذكر هذه الفكرة أو المفهوم يمكن تبسيط نص لنظرية 8.16 على النحو التالي:
يكون كل طرف في هذه المعادلة حاصل ضرب الجزء الخارجي في القطعة كاملة.

4 أوجد قيمة x مستعملًا الشكل المجاور، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلاً.



$$(AB)^2 = BC \cdot BD$$

$$4^2 = x(x + x + 2)$$

$$16 = x(2x + 2)$$

$$16 = 2x^2 + 2x$$

$$0 = 2x^2 + 2x - 16$$

$$0 = x^2 + x - 8$$

وهذا المقدار لا يمكن تحليله، لذلك يستعمل قانون المعادلة التربيعية.

قانون المعادلة التربيعية

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, b = 1, c = -8$$

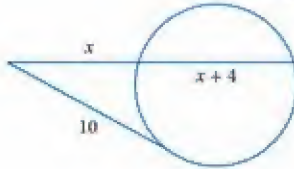
$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)}$$

أعمل الحل السالب

$$x = \frac{-1 - \sqrt{33}}{2} \quad \text{أو} \quad x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{2}$$

باستعمال الآلة الحاسبة

$$x \approx 2.37$$



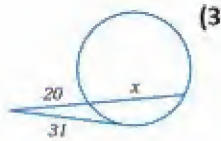
تحقق من فهمك

4 أوجد قيمة x مستعملًا الشكل المجاور.

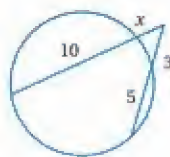
تأكد

أوجد قيمة x في كل مما يأتي، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلاً.

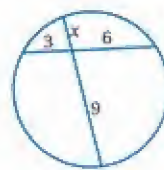
الأمثلة 1، 3، 4
(من 222-224)



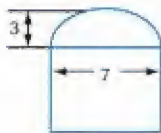
(3)



(2)



(1)



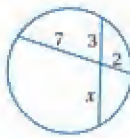
4 تاريخ: يوجد في البناء الروماني (coliseum) عدة مداخل

على شكل باب يعلوه قنطرة، ونسبة عرض القنطرة إلى ارتفاعها 7:3. أوجد نسبة عرض القنطرة إلى طول نصف قطر الدائرة التي تحوي القنطرة.

مثال 2
(من 222)

أوجد قيمة x في كل مما يأتي إلى أقرب جزء من عشرة، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلاً.

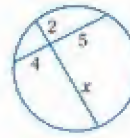
للتدريج المنزلي	للتدريج
1	5-7
2	9, 8
3	10-12
4	13-15



(7)



(6)



(5)

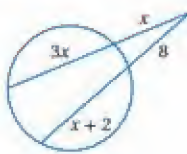


(8) **مقبض الباب** : إذا فصلت مقبض باب عن القفل المثبت عليه، تلاحظ أن الفتحة ليست دائرة كاملة كما في الصورة المجاورة. افترض أن طول الحافة المستقيمة يساوي 4 mm، وأن طول العمود المار بمركز الدائرة والذي يصل بين نقطة على الدائرة والحافة المستقيمة يساوي 4.25 mm، وأوجد طول نصف قطر الدائرة التي تحوي هذه الفتحة.

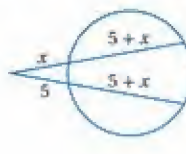


(9) **هندسة معمارية** : فتحة تعلو باب منزل، ارتفاعها يساوي 60 cm، وعرضها يساوي 200 cm، كما في الشكل المجاور. أوجد طول نصف قطر الدائرة التي تحوي الفتحة.

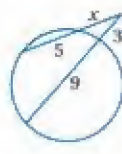
أوجد قيمة x في كل مما يأتي، إلى أقرب جزء من عشرة، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلاً.



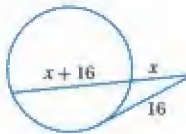
(12)



(11)



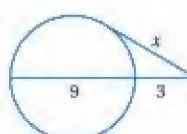
(10)



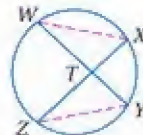
(15)



(14)



(13)



(16)

برهان : انقل برهان نظرية 8.15 وأكمه.

المعطيات: \overline{WX} و \overline{WY} تقاطعان في T .

المطلوب: إثبات أن $WT \cdot TY = ZT \cdot TX$

المبررات	العبارات
(a) من المعطيات	(a) \overline{WX} و \overline{WY} متقاطعان في T
(b) ؟	(b) $\angle X \cong \angle Y$ و $\angle W \cong \angle Z$
(c) التشابه بـ AA	(c) ؟
(d) ؟	(d) $\frac{WT}{ZT} = \frac{TX}{TY}$
(e) الضرب التبادلي	(e) ؟

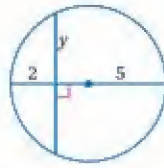


الرابط مع الحياة

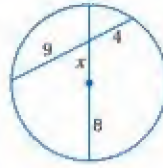
عامل بناء

يجب أن يعرف عمال البناء كيفية قياس الأشكال ليتمكنوا من بناء المنازل بطريقة مناسبة. ويعرفون كيفية استعمال المعدات لقطع الأخشاب والتحديد وفق قياسات محددة على أساس هندسي.

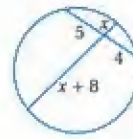
أوجد قيمة كل متغير مما يأتي إلى أقرب جزء من عشرة:



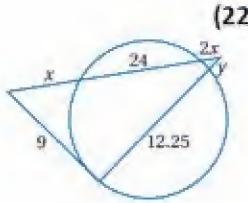
(19)



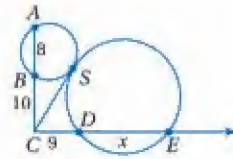
(18)



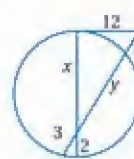
(17)



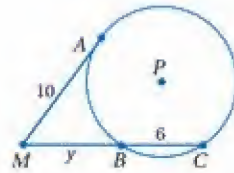
(22)



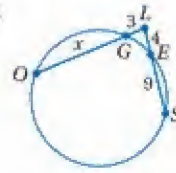
(21)



(20)



(24)



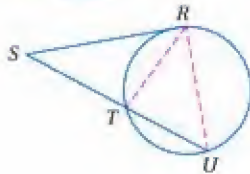
(23)



(25) **برهان** : اكتب برهانًا حرًا للنظرية 8.16.

المعطيات : EB و EC قاطعان

المطلوب : إثبات أن $EA \cdot EC = ED \cdot EB$



(26) **برهان** : اكتب برهانًا ذا عمودين لنظرية 8.17.

المعطيات : SR مماس، SU قاطع

المطلوب : إثبات أن $(SR)^2 = ST \cdot SU$

(27) **تبرير** : اشرح كيف يتشابه حاصل ضرب طولي جزأي

قاطعين مع حاصل ضرب طول مماس وجزءي قاطع.

(28) **اكتشف الخطأ** : كتب كل من نبيل وعامر حاصل ضرب لإيجاد قيمة x ، في الشكل

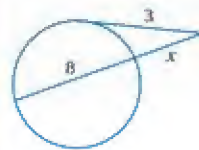
أدناه، أيها إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

عامر

$$\begin{aligned} 3^2 &= x(x + 8) \\ 9 &= x^2 + 8x \\ 0 &= x^2 + 8x - 9 \\ 0 &= (x + 9)(x - 1) \\ x &= 1 \end{aligned}$$

نبيل

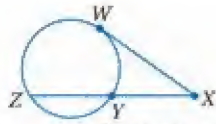
$$\begin{aligned} 3^2 &= x \cdot 8 \\ 9 &= 8x \\ \frac{9}{8} &= x \end{aligned}$$



مسائل مهارات التفكير العليا

(29) **مسألة مفتوحة** : ارسم دائرة وقاطعين ومماسًا، بحيث تتقاطع في النقطة نفسها. وأعط

مثالًا من واقع الحياة ليكون نموذجًا لهذا الرسم.

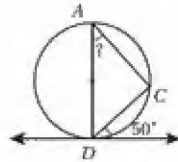


30 تحدّ في الشكل المجاور، Y نقطة منتصف XZ . أوجد WX . ووضّح كيف عرفت ذلك.

31 أمثلة : استعمل شكل الشعار في صفحة 221 لتفسير العلاقة بين أطوال الأوتار المتقاطعة. صغّب القطع المكونة من تقاطع الوترين AD و EB ، والعلاقة بينها.

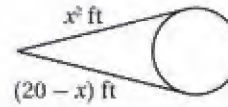
تدريب على اختيار معياري

33 مراجعة : ما قياس $\angle A$ ، في الشكل أدناه إذا علمت أن AD قطر؟



40° H 25° F
 50° J 35° G

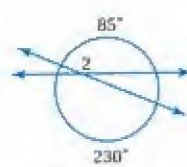
32 أيّ القيمتين محتملتان للمجهول x بناءً على المعلومات المعطاة في الشكل المجاور:



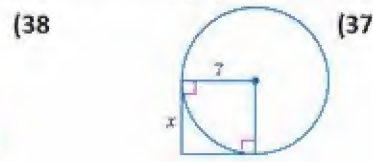
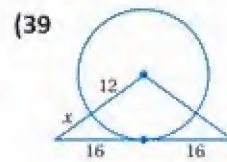
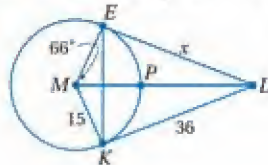
$5, 4$ C $-5, -4$ A
 $-5, 4$ D $5, -4$ B

مراجعة تراكمية

أوجد قياس كل زاوية من الزوايا المرقمة في كلٍّ من الأشكال الآتية، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات هي مماسات فعلاً: (الدرس 8-6)



أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات هي مماسات فعلاً: (الدرس 8-2)



استمرّ في الدرس الآخر

مهارة سابقة وضرورية : أوجد المسافة بين كل نقطتين من النقاط الآتية: (مهارة سابقة)

$G(9, -4), H(15, -2)$ (42) $E(1, 7), F(3, 4)$ (41) $C(-2, 7), D(10, 12)$ (40)

معادلة الدائرة Equation of a Circle

8-8



الاستعداد

عندما يُرمى حجر في الماء فإن الأمواج المتكوّنة تتحرك مبتعدة عن المركز مكوّنة دوائر متحدة المركز. وإذا أعطى موقع الحجر إحداثيين، فإن كل موجة يمكن أن تُمثل بمعادلة دائرة.

الأفكار الرئيسية

- أكتب معادلة الدائرة.
- أرسم دائرة على المستوى الإحداثي.

معادلة الدائرة إن الدائرة هي المحل الهندسي لنقاط في مستوى تبعد مسافات متساوية عن نقطة معطاة، وهو يُعَيّن معادلة أي دائرة.

افترض أن مركز الدائرة هو $(3, 2)$ ، وطول نصف قطرها 4. طول نصف القطر هو المسافة بين المركز وأي نقطة على الدائرة.

افترض أن النقطة $P(x, y)$ هي نهاية أي نصف قطر، فتكون

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{قانون المسافة}$$

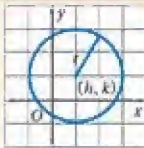
$$d = 4, (x_1, y_1) = (3, 2) \quad 4 = \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 2)^2}$$

$$16 = (x - 3)^2 + (y - 2)^2 \quad \text{بتريع كلا الطرفين}$$

طبّق هذه الطريقة نفسها على دائرة مركزها (h, k) غير معلوم، وطول نصف قطرها r ، فتنتج الصورة العامة لمعادلة أي دائرة.

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة

مفهوم أساسي



معادلة الدائرة التي مركزها (h, k)
وطول نصف قطرها r وحدة هي:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

معادلة الدائرة

مثال

1 أكتب معادلة الدائرة التي مركزها $(-2, 4)$ ، $d = 4$ ، حيث d طول القطر.

معادلة الدائرة

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

إذا كان $d = 4$ ، فإن $r = 2$

$$[x - (-2)]^2 + [y - 4]^2 = 2^2$$

بالتبسيط

$$(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$$

تحقق من فهمك

اكتب معادلة كل من الدائرتين الآتيتين:

1A مركزها $(3, -2)$ ، $d = 10$ 1B مركزها نقطة الأصل، $r = 6$

إرشادات

معادلة الدائرة

لاحظ أن معادلة الدائرة بقيت كما هي في الشكل أعلاه.

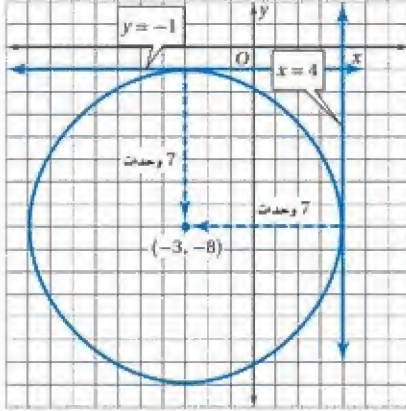
وليس بالضرورة أنك التبريع.

ويمكن استعمال معلومات أخرى عن الدائرة لإيجاد معادلتها.

استعمال خصائص الدوائر

مثال

2 دائرة طول قطرها 14، ومركزها يقع في الربع الثالث من المستوى الإحداثي، والمستقيم $y = -1$ و $x = 4$ مماسان لها. اكتب معادلة الدائرة.



ارسم المماسين.

بما أن $d = 14$ ، فإن $r = 7$. والمستقيم

$x = 4$ عمودي على نصف قطر. وبما

أن $x = 4$ خط رأسي فإن نصف القطر يقع

على الخط الأفقي.

عدّ 7 وحدات إلى اليسار من $x = 4$.

وأوجد قيمة h .

$$h = 4 - 7 = -3$$

وبالطريقة نفسها، نصف القطر العمودي

على الخط $y = -1$ يقع على خط رأسي.

قيمة k تساوي 7 وحدات للأسفل من -1 .

$$k = -1 - 7 = -8$$

إذن، فالمركز $(-3, -8)$ وطول نصف

القطر يساوي 7. فمعادلة الدائرة هي:

$$(x + 3)^2 + (y + 8)^2 = 49$$

تحقق من فهمك

2 اكتب معادلة دائرة مركزها $(5, 4)$ ، ونقطة نهاية نصف قطر فيها هي $(-3, 4)$.

رسم دائرة في المستوى الإحداثي: يمكنك تحليل معادلة الدائرة لإيجاد معلومات

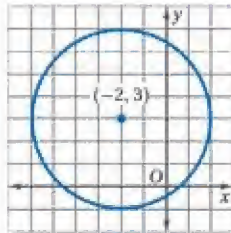
تساعدك على رسم الدائرة في المستوى الإحداثي.

رسم دائرة

مثال

3 ارسم الدائرة $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$.

قارن كل مقدار جبري في المعادلة بنظيره في الصورة القياسية.



$$x - h = x + 2$$

$$-h = 2$$

$$h = -2$$

$$y - k = y - 3$$

$$-k = -3$$

$$k = 3$$

$$r^2 = 16 \text{ ومنها } r = 4$$

إذن، فمركز الدائرة $(-2, 3)$ ، وطول نصف قطرها 4.

عَيّن المركز واستعمل الفرجار بفتحة مقدارها 4 وحدات من المربعات الصغيرة، وارسم الدائرة.

تحقق من فهمك

ارسم كلّاً من الدائرتين الآتيتين:

$$x^2 + y^2 = 25 \quad (3B) \quad (x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9 \quad (3A)$$

إرشادات

الحاسبة البيانية

مثال 1 لاستعمال المركز

وطول نصف القطر في

رسم دائرة، اختر النافذة

المناسبة التي تحتوي

على مركز الدائرة.

اضغط **ZOOM**.

ثم استعمال Circle :

على قائمة Draw اكتب

إحداثي المركز وطول

نصف القطر وسيظهر

على الشاشة

Circle $(-2, 3, 4)$

اضغط **ENTER**.

ويمكنك استعمال أي

حاسبة بيانية أخرى.

إذا علمت ثلاث نقاط على الدائرة فإنه يمكنك إيجاد مركزها، طول نصف قطرها، وكتابة معادلتها.

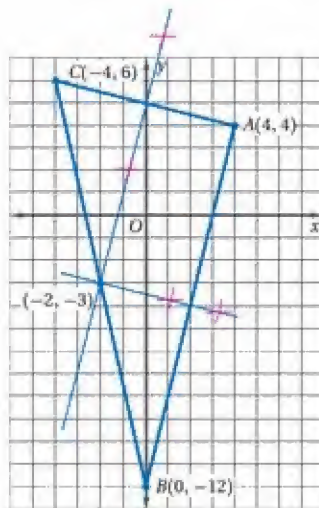
مسائل من واقع الحياة

4 هاتف نقال: تعمل الهواتف النقالة عن طريق تحويل الإشارات الهاتفية من برج إلى آخر بواسطة الأقمار الصناعية. والشركات المعنية بالهواتف النقالة تحاول وضع الأبراج بشكل يخدم عدة تجمعات. افترض أن ثلاث مدن كبيرة تقع على دائرة واحدة رُمز إليها بالنقاط $A(4, 4)$, $B(0, -12)$, $C(-4, 6)$. عتبن موقع البرج الذي يبعد مسافات متساوية عن هذه المدن، واكتب معادلة الدائرة.

(إرشاد: كل وحدة في المستوى الإحداثي تمثل 100 ميل).

استكشف أعطيت ثلاث نقاط تقع على دائرة.

خطط ارسم $\triangle ABC$ ، وأنشئ عمودين متصفيين لضلعين من أضلاعه لتحديد مركز الدائرة، والذي يمثل موقع البرج، ثم أوجد طول نصف القطر، واستعمل المركز ونصف القطر لكتابة معادلة الدائرة.



ارسم $\triangle ABC$ وارسم عمودين متصفيين لضلعين من أضلاعه المثلث. فيكون المركز عند النقطة $(-2, -3)$. وهو موقع البرج.

أوجد r باستعمال قانون المسافة بين المركز وأَيٍّ من النقاط الثلاث.

$$r = \sqrt{[-2 - 4]^2 + [-3 - 4]^2}$$

$$= \sqrt{85}$$

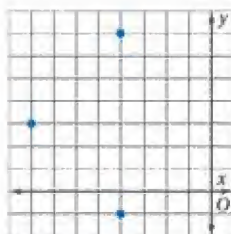
اكتب معادلة الدائرة:

$$[x - (-2)]^2 + [y - (-3)]^2 = (\sqrt{85})^2$$

$$(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 85$$

تحقق يمكن التحقق من طول نصف القطر بإيجاد المسافة بين المركز وأي نقطة أخرى من النقاط الثلاث.

تحقق من فهمك



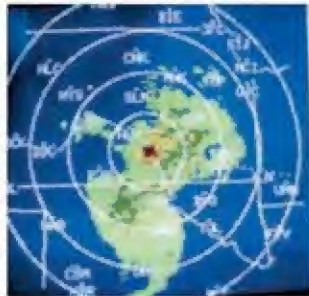
4 وضعت ثلاث صفارات إنذار على دائرة في ثلاثة مواقع استراتيجية في بلدة ما لكي يتمكن الناس جميعاً من سماع هذه الصفارات عند حدوث أي طارئ كما في الشكل المجاور. اكتب معادلة الدائرة التي وضعت عليها الصفارات الثلاث.

إرشادات

المحل الهندسي

مركز الدائرة هو المحل الهندسي لنقطة تبعد مسافات متساوية عن النقاط الثلاث المعطاة.

وهذا يسمى محلاً هندسياً مركباً، لأن النقطة تحقق أكثر من شرط.



1) **الطقس** : يراقب علماء الفلك عاصفة جوية باستعمال رادار (Doppler). وتستعمل شبكة إحداثيات لقياس المسافات مع تقدم العاصفة. إذا كان مركز شاشة الرادار نقطة الأصل، وتبعد الحلقة الأولى عشرة أميال عن المركز، والبعد بين كل حلقتين متتاليتين عشرة أميال أيضًا، كما في الصورة المجاورة، فما معادلة الحلقة الرابعة؟

مثال 1
(ص 228)

اكتب معادلة كل دائرة في الحالات الآتية:

2) مركزها $(-3, 5)$ ، $r = 10$

3) مركزها نقطة الأصل، $r = \sqrt{7}$

4) نهايتا قطر فيها $(2, 7)$ و $(-6, 15)$

5) نهايتا قطر فيها $(-7, -2)$ و $(-15, 6)$

ارسم كل معادلة من المعادلات الآتية:

7) $(x - 3)^2 + y^2 = 16$

6) $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 9$

8) اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الثلاث $Q(2, 2)$ ، $M(-2, -2)$ ، $N(2, -2)$ ، ثم ارسم الدائرة.

مثال 2
(ص 229)

مثال 3
(ص 229)

مثال 4
(ص 230)

تمارين ومسائل

اكتب معادلة كل دائرة في الحالات الآتية:

10) مركزها $(-2, -8)$ ، $r = 5$

9) مركزها نقطة الأصل، $r = 3$

12) مركزها $(0, 0)$ ، $d = 12$

11) مركزها $(1, -4)$ ، $r = \sqrt{17}$

13) دائرة مركزها $(-3, 6)$ وطرف نصف قطر فيها عند النقطة $(0, 6)$.

14) دائرة طرفا قطر فيها هما النقطتان $(2, 2)$ و $(-2, 2)$.

15) دائرة فيها $d = 12$ ويقع مركزها على بعد 18 وحدة عن يسار نقطة الأصل و 7 وحدات أسفلها.

16) دائرة مركزها في الربع الأول من المستوى الإحداثي. وطول نصف قطرها 5 وحدات، والمستقيان $x = 2$ و $y = 3$ مماسان لها.

ارسم كل معادلة من المعادلات الآتية:

19) $x^2 + y^2 - 1 = 0$

18) $x^2 + y^2 = 36$

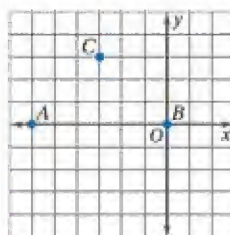
17) $x^2 + y^2 = 25$

22) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$

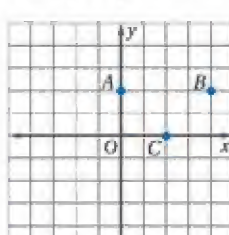
21) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$

20) $x^2 + y^2 - 49 = 0$

اكتب معادلة الدائرة التي تحوي مجموعة النقاط الظاهرة في الرسم، ثم انقل الرسم إلى دفترك واكمله.



24



23

للواجب المنزلي	أرشادات
تتبع الأمثلة	للتمارين
1	9-12
2	13-16
3	17-22
4	23, 24

25) أوجد طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = r^2$ وتمر بالنقطة (2, 5).

26) أوجد طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها $(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = r^2$ وتمر بالنقطة (5, 1).

نماذج الصواريخ: استعمل المعلومات الآتية لحل التمارين 27-29.



تقوم محركات ذات قوى مختلفة بإطلاق الصواريخ إلى ارتفاعات مختلفة. وكلما زاد ارتفاع الصاروخ إلى أعلى اتسعت دائرة موقع الهبوط المحتمل. بفرض أن سرعة الرياح عادية ولا تؤثر في موقع هبوط الصاروخ، وأن طول نصف قطر دائرة الهبوط يساوي ثلاثة أمثال الارتفاع الذي وصل إليه الصاروخ.

27) اكتب معادلة دائرة هبوط صاروخ قطع مسافة 300 قدم في الهواء.

28) ما نوع الدوائر المتكوّنة في مناطق الهبوط لمحركات تطلق الصواريخ إلى ارتفاعات مختلفة؟

29) ما طول نصف قطر دائرة الهبوط لصاروخ قطع مسافة 1000 قدم في الهواء؟

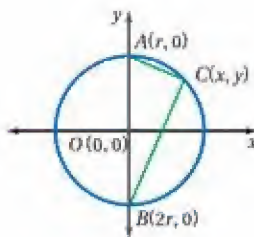
30) دائرة معادلتها $(x - 6)^2 + (y + 2)^2 = 36$. هل المستقيم $y = 2x - 2$ قاطع، أو مماس، أو غير ذلك بالنسبة للدائرة؟ وضح إجابتك.

31) دائرة معادلتها $x^2 - 4x + y^2 + 8y = 16$. أوجد مركز الدائرة ونصف قطرها.

32) **طلقس:** يقع رادار للطقس في النقطة (55, -58) وتقع مدينة H في نقطة الأصل. إذا كان الرادار يغطي منطقة دائرية نصف قطرها 80 وحدة طول، فاكتب معادلة تلك الدائرة، وهل مدينة H مشمولة بتأثير ذلك الرادار؟

33) **رحلة فضاء:** مركبة الفضاء أبولو 8 أول مركبة فضائية حملت إنساناً إلى مدار حول القمر، وحلقت بمدار دائري بمتوسط ارتفاع 185 km فوق سطح القمر. فإذا علمت أن طول نصف قطر القمر يساوي 1740 km. اكتب معادلة المدار الدائري الذي سلكته مركبة الفضاء معتبراً أن مركز القمر هو نقطة الأصل.

34) **مسألة مفتوحة:** أرسم مثلثاً منفرج الزاوية في المستوى الإحداثي، ثم أرسم دائرة تحيط به.



35) **تحذّر:** اكتب برهاناً إحصائياً، لإثبات أنه إذا قابلت زاوية محيطية قطر الدائرة فإن هذه الزاوية تكون قائمة، مستعملاً الشكل المجاور.

36) **تبرير:** وضح كيف يؤدي تعريف الدائرة إلى معادلتها.



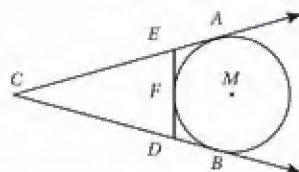
الرابط مع الحياة
صمم برنامج أبولو بحيث تتم عملية الهبوط على سطح القمر بنجاح، وفي 20 يوليو 1969 م هبط الإنسان لأول مرة على سطح القمر. وقد بلغ عدد مرات هبوط الإنسان على سطح القمر خلال الفترة 1969-1972 ست مرات.

مسائل مهارات التفكير العليا

37) استنتج: ارجع إلى المعلومات الواردة في صفحة 228، لوصف أنواع المعادلات التي استعملت في وصف الأمواج المتكونة، مضمناً إجاباتك المعادلة العامة للدائرة، ثم اكتب معادلات خمس أمواج إذا كانت كل موجة تبعد عن سابقتها بمقدار 3 بوصات.

تدريب على اختبار معياري

39) مراجعة: في $\odot M$ ، \overline{CB} ، \overline{CA} ، \overline{DE} مماسات لها كما في الشكل أدناه.



إذا كان $CB = 6$ cm فإن محيط $\triangle CED$ يساوي:

12 cm **F**

14 cm **G**

16 cm **H**

18 cm **J**

38 أي المعادلات الآتية تمثل دائرة مركزها $(-2, 7)$ ، وطول قطرها 18؟

$$x^2 + y^2 - 4x + 14y + 53 = 324 \quad \mathbf{A}$$

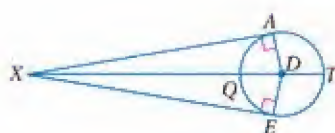
$$x^2 + y^2 + 4x - 14y + 53 = 81 \quad \mathbf{B}$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 14y + 53 = 18 \quad \mathbf{C}$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 14y + 53 = 3 \quad \mathbf{D}$$

مراجعة تراكمية

إذا كان $EX = 24$ و $DE = 7$ ، كما في الشكل المجاور، فأوجد قياس كل مما يأتي: (الدرس 8-7)



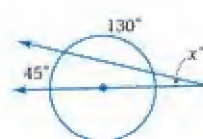
DX **(41)**

AX **(40)**

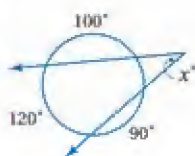
TX **(43)**

QX **(42)**

أوجد قيمة x في كل مما يأتي: (الدرس 8-6)



(46)



(45)



(44)

المفردات الأساسية

الدائرة (ص 168)	القوس الأكبر (ص 178)
المركز (ص 168)	نصف دائرة (ص 178)
الوتر (ص 168)	دائرة محيطة (ص 185)
نصف القطر (ص 168)	مضلع محصور داخل دائرة (ص 185)
محيط الدائرة (ص 170)	مقابل (ص 192)
باي (π) (ص 170)	مماس (ص 202)
الزاوية المركزية (ص 177)	نقطة التماس (ص 202)
القوس (ص 178)	القاطع (ص 213)
القوس الأصغر (ص 178)	

اختبر مصادرك

اختر المفردة من القائمة أعلاه التي تتفق مع العبارة فيما يأتي:

- المستقيم الذي يقطع الدائرة في نقطة واحدة فقط.
- المضلع الذي تقع جميع رؤوسه على الدائرة.
- الزاوية التي يقع رأسها في مركز الدائرة.
- القطعة التي يقع طرفها على الدائرة.
- المستقيم الذي يقطع الدائرة في نقطتين بالضبط.
- طول خط الدائرة.
- الوتر المار بمركز الدائرة.
- العدد غير النسبي الذي يمثل $\frac{C}{d}$ أو المحيط القطر.
- القوس الذي طوله يزيد على 180° .
- نقطة تقاطع الدائرة مع المماس.
- المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى التي تبعد أبعادًا متساوية عن نقطة معطاة.
- القسمان اللذان تقسم الزاوية المركزية الدائرة إليهما.

استند



تأكد أنك دوت المفاهيم الأساسية في موطيتك.

مفاهيم أساسية

الدائرة ومحيطها (الدرس 8-1)

محيط الدائرة: $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$

الزوايا والأقواس والأوتار والزوايا المحيطة

(الدروس 8-2 إلى 8-4)

- مجموع قياسات الزوايا المركزية التي تغطي الدائرة ولا تشترك في نقاط داخلية في الدائرة يساوي 360° . وقياس القوس يساوي قياس زاويته المركزية.
- طول القوس يتناسب مع محيط الدائرة.
- قطر الدائرة العمودي على وتر فيها ينصفه وينصف القوسين المقابلين لهذا الوتر.
- قياس الزاوية المحيطة يساوي نصف قياس القوس الذي يقابله.

المماس والقاطع وقياس الزاوية (الدروس 8-5، 8-6)

- مماس الدائرة مستقيم يقطعها في نقطة واحدة فقط، ويكون عموديًا على نصف القطر المار بنقطة التماس.
- المماسان المرسومان من نقطة خارج دائرة متطابقان.
- قياس الزاوية المتكوّنة من ثلاثي قاطعين خارج الدائرة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها.
- قياس الزاوية المتكوّنة من قاطع ومماس يساوي نصف قياس القوس المقابل لهذه الزاوية.

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة ومعادلة الدائرة

(الدروس 8-7 و 8-8)

- يمكن إيجاد أطوال الأوتار المتقاطعة في الدائرة باستعمال ناتج ضرب أطوال أجزاء هذه الأوتار.
- معادلة الدائرة التي مركزها (h, k) وطول نصف قطرها r هي: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

مراجعة الدروس

8-1

الدائرة ومحيطها (الصفحات 168-175)

مثال (1) : إذا علمت أن محيط دائرة $C = 76.2$ ft ، فأوجد قيمة r إلى أقرب جزء من مائة.

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ 76.2 &= 2\pi r \\ \frac{76.2}{2\pi} &= r \\ 12.13 &\approx r \end{aligned}$$

قانون محيط الدائرة
بالتعويض
بقسمة كلا الطرفين على 2π
باستعمال الآلة الحاسبة

إذا أعطيت أحد قياسات الدائرة؛ كنصف القطر، أو القطر أو المحيط، فأوجد القياسات المجهولة مقرباً إلى أقرب جزء من مائة كلما لزم ذلك؟

$$d = 15 \text{ in}, r = \frac{d}{2}, C = \frac{\pi d}{2} \quad (13)$$

$$C = 68 \text{ yd}, d = \frac{2C}{\pi}, r = \frac{C}{\pi} \quad (14)$$

$$r = 11 \text{ mm}, C = 2\pi r, d = 2r \quad (15)$$

(16) دراجة هوائية : إذا كان محيط عجلة دراجة

هوائية يساوي 81.7 in ، فكم يكون طول أحد

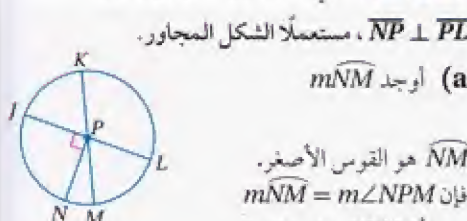
دعامات العجلة؟



قياس الزوايا والاقواس (الصفحات 183-177)

8-2

مثال (2) : في $\odot P$ ، $m\angle MPL = 65^\circ$ ، مستعملاً الشكل المجاور.



(a) أوجد $m\widehat{NM}$

\widehat{NM} هو القوس الأصغر.

فإن $m\widehat{NM} = m\angle NPM$

وبما أن $\angle JPN$ زاوية قائمة

و $m\angle MPL = 65^\circ$

فإن $m\angle NPM = 25^\circ$

إذن، $m\widehat{NM} = 25^\circ$

(b) أوجد $m\widehat{NJK}$

بما أن \widehat{NJK} يتكوّن من قوسين متجاورين \widehat{NJ} و \widehat{JK}

و $\angle MPL \cong \angle JPK$ فإن $m\angle JPK = 65^\circ$

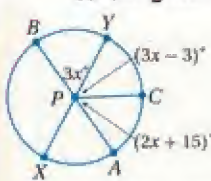
$$m\widehat{NJ} = m\angle NPJ = 90^\circ$$

$$m\widehat{NJK} = m\widehat{NJ} + m\widehat{JK}$$

$$m\widehat{NJK} = 90^\circ + 65^\circ = 155^\circ$$

مسلمة جمع الأقواس
بالتعويض

أوجد قياس كل مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور:



$$m\widehat{YC} \quad (17)$$

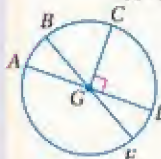
$$m\widehat{BC} \quad (18)$$

$$m\widehat{BX} \quad (19)$$

$$m\widehat{BCA} \quad (20)$$

في $\odot G$ ، $m\angle AGB = 30^\circ$ و $\overline{CG} \perp \overline{GD}$. أوجد قياس

كل مما يأتي ، مستعملاً الشكل المجاور:



$$m\widehat{BC} \quad (22)$$

$$m\widehat{AB} \quad (21)$$

$$m\widehat{CDF} \quad (24)$$

$$m\widehat{FD} \quad (23)$$

$$m\widehat{FAB} \quad (26)$$

$$m\widehat{BCD} \quad (25)$$

(27) ساعة حائط : إذا كان طول قطر ساعة حائط

دائرية الشكل يساوي 6 بوصات ، فما المسافة

المقاسة على حافة الساعة بين مؤشر الدقائق ومؤشر

الساعات عند تمام الساعة 5:00 ؟

دليل الدراسة والمراجعة

8-3

الأقواس والأوتار (الصفحات 191-184)

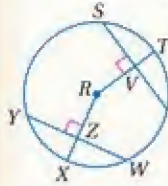
في $\odot R$ ، $YU = 20$ ، $YU = 20$ ، $m\widehat{YX} = 45^\circ$

أوجد قياس كل مما يأتي مستعملًا الشكل المجاور:

$m\widehat{YU}$ (31) SV (28)

$m\widehat{ST}$ (32) WZ (29)

$m\widehat{SU}$ (33) UV (30)



34 فن: رأى الفنان ليوناردو دي فينشي أن

التناسب المثالي لأجزاء جسم الإنسان له علاقة

بشكلين هندسيين هما الدائرة والمربع. فالدائرة

المحصورة داخل مربع، والمربع المحصور داخل

دائرة يستعملان كثيرًا لدى الفنانين والمهندسين

المعماريين والمصممين.

أوجد قياس كل قوس لدائرة تحيط بمربع.

مثال (3): إذا كان طول نصف قطر

الدائرة L يساوي 32 كما بالشكل

المجاور، وكان $GJ = 40$. فأوجد LK .

ارسم نصف القطر \overline{LJ}

فيكون $LJ = 32$ والمثلث LKJ قائم

الزاوية.

وبما أن \overline{LH} ، $\overline{LH} \perp \overline{GJ}$ ،

فإن

تعريف منتصف القطعة المستقيمة $KJ = \frac{1}{2}(GJ)$

$GJ = 40 \Rightarrow KJ = \frac{1}{2}(40) = 20$

استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد LK .

نظرية فيثاغورس $(LK)^2 + (KJ)^2 = (LJ)^2$

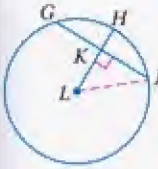
$KJ = 20$ ، $LJ = 32 \Rightarrow (LK)^2 + 20^2 = 32^2$

بالتبسيط $(LK)^2 + 400 = 1024$

بالطرح $(LK)^2 = 624$

$LK = \sqrt{624}$

≈ 24.98



8-4

الزوايا المحيطية (الصفحات 200-192)

أوجد قياس كل زاوية مرقمة في الشكلين الآتيين:

36 96° (35)

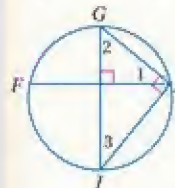


أوجد قياس كل زاوية مرقمة في كل حالة من الحالات الآتية:

$m\widehat{GH} = 78^\circ$ (37)

$m\angle 2 = 2x^\circ$ ، $m\angle 3 = x^\circ$ (38)

$m\widehat{JH} = 114^\circ$ (39)



40 تزليج على الجليد: يتزلج أحمد على حلبة

دائرية الشكل من الجليد، سالكا مسار الشكل

الرباعي $ABCD$ المحصور داخل دائرة. فإذا كان

$m\angle A = 120^\circ$ ، $m\angle B = 66^\circ$ ، أوجد $m\angle C$ و $m\angle D$.

مثال (4):

المثلثان FHJ و FGH محصوران

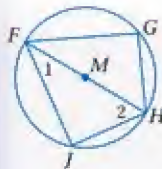
داخل $\odot M$ ، بحيث $\overline{FG} \cong \overline{FJ}$

فإذا كان $m\angle 1 = 6x - 5$

و $m\angle 2 = 7x + 4$ ، فأوجد قيمة x

مستعملًا الشكل المجاور.

$\angle FJH$ زاوية قائمة لأن \overline{FJH} نصف دائرة.



نظرية مجموع $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle FJH = 180^\circ$

زوايا مثلث $(6x - 5) + (7x + 4) + 90 = 180$

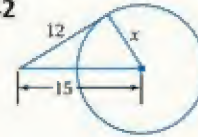
بالتعويض $13x + 89 = 180$

بالتبسيط $13x + 89 = 180$

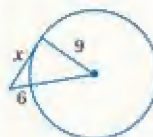
الحل لإيجاد $x = 7$

أوجد x في كل مما يأتي، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلاً:

(41)



(42)

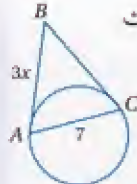


(43) رشاش الماء: رشاش ماء لري أرض عشية دائرية

الشكل محاطة بسيّاح على شكل مربع. إذا كانت المسافة التي يرويها الرشاش تمتد إلى 25 قدمًا، فما طول السيّاح المحيط بهذه الأرض؟



مثال (5): إذا علمت أن محيط المثلث ABC يساوي 25، فأوجد قيمة x مستعملًا الشكل المجاور.



مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلاً.

في الشكل $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و \overline{BC} مماسان للدائرة. إذن، $\overline{AB} \cong \overline{BC}$.

محيط المثلث ABC يساوي 25.

$$AB + BC + AC = 25 \quad \text{تعريف محيط المثلث}$$

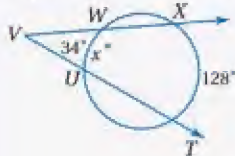
$$AB = BC = 3x, AC = 7 \quad 3x + 3x + 7 = 25$$

$$\text{بالتبسيط} \quad 6x + 7 = 25$$

$$\text{بطرح 7 من كلا الطرفين} \quad 6x = 18$$

$$\text{بقسمة كلا الطرفين على 6} \quad x = 3$$

مثال (6): أوجد قيمة x مستعملًا الشكل المجاور.



$$m\angle V = \frac{1}{2}(m\widehat{XT} - m\widehat{WU})$$

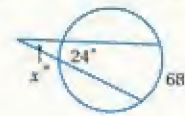
$$\text{بالتعويض} \quad 34 = \frac{1}{2}(128 - x)$$

$$\text{بالتبسيط} \quad -30 = -\frac{1}{2}x$$

$$\text{بضرب كلا الطرفين في -2} \quad x = 60$$

أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين:

(44)



(45)



(46) مجوهرات: تضع سلوى

حول عنقها سلسلة فيها قلادة

دائرية، والسلسلة تمس القلادة

وتصنع زاوية قياسها 20° أسفل

القلادة. أوجد طول القوس السفلي

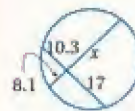
للقلادة.



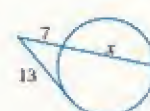
دليل الدراسة والمراجعة

8-7

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة (الصفحات 221-227)
أوجد قيمة x في كل مما يأتي إلى أقرب جزء من عشرة.
افترض أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي
مماسات فعلاً:



(48)



(47)

(49) غطاء المصباح الكهربائي،

الجزء العلوي للغطاء عبارة عن دائرة
تحتوي وترين متقاطعين. استعمل الشكل
المجاور لإيجاد قيمة x .



مثال (7)، إذا علمت أن
 $FG = 18, GH = 42$
و $FK = 15$ ، فأوجد قيمة
 a مستعملًا الشكل
المجاور.
افرض أن $KI = a$.

حاصل ضرب جزئي القاطع $FK \cdot FI = FG \cdot FH$
بالتعويض $15(a + 15) = 18(18 + 42)$
خاصية التوزيع $15a + 225 = 1080$
بالطرح $15a = 855$
بقسمة كلا الطرفين على 15 $a = 57$

8-8

معادلة الدائرة (الصفحات 228-233)

اكتب معادلة الدائرة في كل حالة مما يأتي:

(50) المركز $(0, 0)$, $r = \sqrt{5}$

(51) المركز $(-4, 8)$, $d = 6$

(52) المركز $(-1, 4)$ والمستقيم $x = 1$ مماس لها.

ارسم كلًا من المعادلتين الآتيتين:

(53) $x^2 + y^2 = 2.25$

(54) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$

استعمل المعلومات الآتية في حل التمارين 55 و 56:

دائرة مرسومة في المستوى الإحداثي وتمر بالنقاط

$A(0, 6)$, $B(6, 0)$, $C(6, 6)$

(55) اكتب معادلة الدائرة.

(56) ارسم الدائرة.

(57) بيتزا: يقع محل صنع البيتزا على شبكة

الإحداثيات في الموقع $(7, 3)$ وخدمة التوصيل

المجاني لهذا المحل تصل إلى 15 ميلاً تقريباً.

اكتب معادلة الدائرة التي تمثل حدود منطقة خدمة

التوصيل المجاني للبيتزا.

مثال (8)، اكتب معادلة الدائرة التي مركزها
 $(-1, 4)$ ، وطول نصف قطرها يساوي 3.

معادلة الدائرة $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
 $h = -1, k = 4, r = 3$ $[x - (-1)]^2 + (y - 4)^2 = 3^2$
بالتبسيط $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$

مثال (9)،

ارسم الدائرة التي معادلتها $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 6.25$.

وحّد قيم h , k , r بكتابة المعادلة في الصورة القياسية.

$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 6.25$

$(x - 2)^2 + [y - (-3)]^2 = 2.5^2$

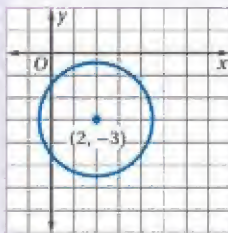
$h = 2, k = -3, r = 2.5$

عين المركز $(2, -3)$ ،

ثم استعمل الفرجار لرسم

دائرة طول نصف قطرها

يساوي 2.5 وحدة.



18 ألعاب: افترض أن عرض عجلة فيريس يساوي 50 قدمًا، فما المسافة التي يقطعها راكب في دورة واحدة لهذا العجلة تقريبًا.

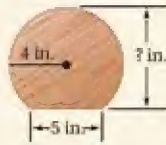
19 اكتب معادلة الدائرة التي مركزها $(-2, 5)$ ، وقطرها 50.

20 زلازل: عندما يضرب زلزال منطقة ما فإنه يترك أمواجًا زلزالية تنتشر على شكل دوائر متحدة المركز، مركزها هو مركز الزلزال.

افترض أن محطة رصد الزلازل حددت أن مركز زلزال يبعد 63 mi من المحطة. وإذا كان موقع المحطة هو نقطة الأصل، فاكتب معادلة الدائرة التي تمثل موقعًا محتملاً لمركز الزلزال.

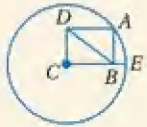
21 ارسم الدائرة التي معادلتها $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$.

22 برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.
المعطيات: $\odot X$ فيها \overline{RS} و \overline{TV} قطران
المطلوب: إثبات أن $\overline{VS} \cong \overline{RT}$



23 حرف: يعمل مازن فواصل للكتب من قطع خشبية دائرية، كما هو موضح في الشكل المجاور. ما ارتفاع القطعة المبتورة؟

24 اختيار من متعدد: الدائرة C نصف قطرها r ، والشكل $ABCD$ مستطيل. أوجد DB .



- A r
- B $\frac{\sqrt{2}}{2}r$
- C $\frac{\sqrt{3}}{2}r$
- D $\frac{\sqrt{3}}{2}r$

25 إنشاء: قنطرة تعلو بابًا، ارتفاعها 2ft، وعرضها 7ft. أوجد نصف قطر الدائرة التي تحوي هذه القنطرة.

1 حدد نصف قطر الدائرة التي محيطها يساوي 25π تقريبًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة.

ارجع إلى $\odot N$ لحل التمارين 2-9.

2 سمّ أنصاف أقطار $\odot N$.

3 إذا كان $AD = 24$ ، فأوجد CN .

4 هل $ED > AD$ ؟ فسر إجابتك.

5 إذا كان AN يساوي 5 m، فأوجد القيمة الفعلية لمحيط $\odot N$.

6 إذا كان $m\angle BNC = 20^\circ$ ، فأوجد $m\widehat{BC}$.

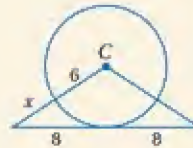
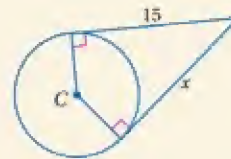
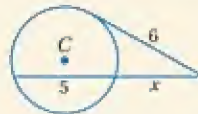
7 إذا كان $\overline{BE} \cong \overline{ED}$ و $m\widehat{ED} = 120^\circ$ ، فأوجد $m\widehat{BAE}$.

8 إذا كان $m\widehat{BC} = 30^\circ$ ، $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فأوجد $m\widehat{AB}$.

9 إذا كان $m\widehat{AE} = 75^\circ$ ، فأوجد $m\angle ADE$.

أوجد قيمة x في كلٍّ مما يأتي مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلاً:

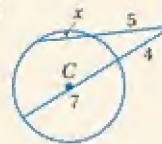
10 **11**



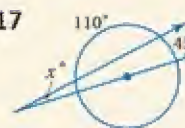
13 **12**



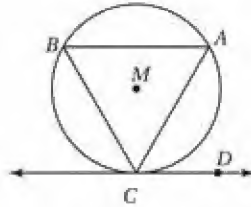
15 **14**



17 **16**



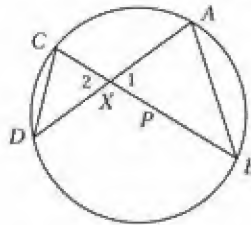
- (4) في $\odot M$ ، إذا كان $\widehat{AB} \cong \widehat{BC} \cong \widehat{CA}$ ، \widehat{CD} مماس للدائرة M عند النقطة C كما في الشكل أدناه. ما قياس $\angle ACD$ ؟



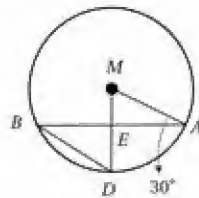
120° D 90° C 60° B 30° A

- (5) اكتب برهاناً ذا عمودين مستعملاً الشكل أدناه. المعطيات: $\odot P$

المطلوب: إثبات أن $\triangle AXB \sim \triangle CXD$



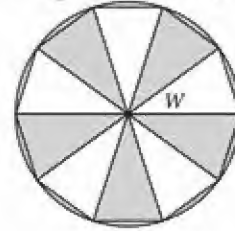
- (6) في $\odot M$ ، إذا كان $\widehat{BE} \cong \widehat{EA}$ ، $m \angle EAM = 30^\circ$ كما في الشكل أدناه، فأوجد $m \angle DBA$ ؟



60° D 45° C 30° B 15° A

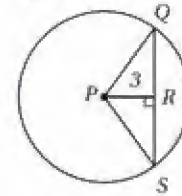
أجب عن كل من الأسئلة الآتية.

- (1) رُسم المضلع المنتظم العشاري داخل دائرة، ليكون صفحة غلاف للكتاب السنوي لمدرسة. فإذا وصلت الرؤوس المتقابلة بقطع مستقيمة فما قياس $\angle W$ ؟



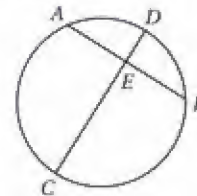
60° C 45° A
36° D 50° B

- (2) نصف قطر $\odot P$ يساوي 5، $PR = 3$ ، ما طول \overline{QS} ؟



10 D 8 C 5 B 4 A

- (3) في الدائرة أدناه، يتقاطع الوتران \overline{AB} و \overline{CD} في النقطة E .

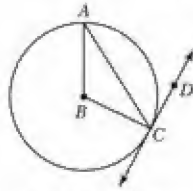


إذا كان $AE = 8$ ، $EB = 9$ ، فما طول \overline{EC} ؟

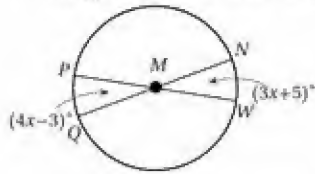
- 10 مربع ومعين لهما المحيط نفسه . إذا كان المعين ليس مربعاً فإن :

A مساحة المعين أكبر من مساحة المربع
B مساحة المربع أكبر من مساحة المعين
C مساحة المربع تساوي مساحة المعين
D لا يمكن المقارنة إلا بمعرفة المحيط بالضبط.

- 11 \overrightarrow{CD} مماس للدائرة B عند C، و \overline{BC} نصف قطر في الدائرة. إذا كانت $m\angle ACB = 35^\circ$ فما $m\angle ACD$ مستعملًا الشكل أدناه؟



- 12 أوجد $m\widehat{PN}$ مستعملًا الشكل أدناه.



114° A 151° B 97° C 163° D

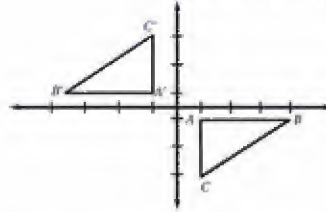
سؤال ذو مستوى متقدم

سجل إجابتك على ورقة مبيّنًا خطوات الحل.

- 13 القطعة المستقيمة التي نهايتها $A(1, -2)$ و $B(1, 6)$ تمثل قطر دائرة.

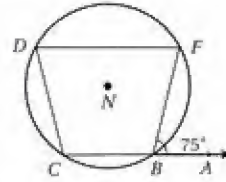
(a) حدد بيانيًا النقطتين B و A ، ثم ارسم الدائرة.
(b) ما محيط الدائرة؟
(c) ما معادلة الدائرة؟

- 7 في الشكل المجاور .



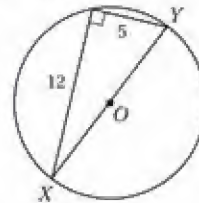
مانوع التحويل الهندسي الذي يحول المثلث ABC إلى $\triangle A'B'C'$ ؟

- 8 في $\odot N$ ، إذا كان $m\angle FBA = 75^\circ$ ، $\overline{CA} \parallel \overline{DF}$ ، كما في الشكل أدناه، فما قياس $\angle BCD$ ؟



75° A 85° B 105° C 115° D

- 9 إذا كانت \overline{XY} قطرًا في الدائرة O ، فما محيطها؟



5π A 7.5π C
7π B 13π D

هل تحتاج (أي مساعدة)؟

إذا لم تستطع الإجابة عن سؤال ..

فعد إلى

13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
8-8	8-2	8-5	5-5	8-1	8-4	7-3	8-3	8-4	8-6	8-7	8-3	8-4

المساحة الجانبية

$L = Ph$	المنشور
$L = 2\pi rh$	الأسطوانة
$L = \frac{1}{2}Pl$	الهرم
$L = \pi r\ell$	المخروط

المساحة السطحية

$T = Ph + 2B$	المنشور
$T = 2\pi rh + 2\pi r^2$	الأسطوانة
$T = \frac{1}{2}Pl + B$	الهرم
$T = \pi r\ell + \pi r^2$	المخروط
$T = 4\pi r^2$	الكرة

الحجم

$V = s^3$	المكعب
$V = lwh$	متوازي المستقيمات
$V = Bh$	المنشور
$V = \pi r^2 h$	الأسطوانة
$V = \frac{1}{3}Bh$	الهرم
$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$	المخروط
$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	الكرة

المعادلات في المستوى الإحداثي

$y = mx + b$	معادلة مستقيم بمعرفة الميل والجزء المقطوع
$y - y_1 = m(x - x_1)$	معادلة مستقيم بمعرفة الميل والجزء المقطوع
$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	معادلة الدائرة

حساب المثلثات

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$	قانون الجيب
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$	قانون جيب التمام

الهندسة الإحداثية

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	الميل
على خط الأعداد: $d = a - b $ على المستوى الإحداثي: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ في الفراغ: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ طول القوس: $\ell = \frac{N}{360} \cdot 2\pi r$	المسافة
على خط الأعداد: $M = \frac{a+b}{2}$ على المستوى الإحداثي: $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ في الفراغ: $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$	نقطة المنتصف

المحيط

$P = 4s$	المربع
$P = 2\ell + 2w$	المستطيل
$C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$	الدائرة

المساحة

$A = s^2$	المربع
$A = bh$ أو $A = \ell w$	المستطيل
$A = bh$	متوازي الأضلاع
$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$	شبه المنحرف
$A = bh$ أو $A = \frac{1}{2}d_1 d_2$	المعين
$A = \frac{1}{2}bh$	المثلث
$A = \frac{1}{2}Pa$	المضلع المنتظم
$A = \pi r^2$	الدائرة
$A = \frac{N}{360} \cdot \pi r^2$	القطاع الدائري

$a^2 + b^2 = c^2$	نظرية فيثاغورس
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	الصيغة التربيعية

الرموز

المحيط	P	قطر الدائرة ، المسافة	d	الارتفاع	h
عمودي على	\perp	p أو q	$p \vee q$	زاوية	\angle
باي (ط) النسبة التقريبية	π	المسافة بين النقطتين A و B	AB	زوايا	\sphericalangle
مضلع له n من الأضلاع	$n-gon$	يساوي	$=$	العابيد	a
نصف قطر الدائرة	r	لا يساوي	\neq	مساوي تقريباً	\approx
شعاع (نصف مستقيم) يمر بالنقطة P و طرفه Q	\overrightarrow{PQ}	أكبر من	$>$	القوس الأصغر الذي طرفاه A و B	\widehat{AB}
قطعة مستقيمة طرفاهما S, R	\overline{RS}	أكبر من أو يساوي	\geq	القوس الأكبر الذي طرفاه A و B	\widehat{ABC}
جانب من مضلع	s	صورة عن A	A'	مساحة المضلع أو الدائرة	A
مشابه	\sim	أقل من	$<$	أو مساحة سطح الكرة	
الجيب	\sin	أقل من أو يساوي	\leq	أو قياس القوس بالدرجات	
المستقيم ℓ ، طول المستطيل ، طول	ℓ	المساحة الجانبية	L	مساحة قاعدة المنشور أو الأسطوانة	B
القوس ، الارتفاع الجانبي		مستقيم يمر بالنقطتين E و D	\overrightarrow{DE}	أو الهرم أو المخروط	
الميل	m	مقدار المتجه من A إلى B	$ \overline{AB} $	قاعدة المثلث أو متوازي الأضلاع	b
الظل	\tan	قياس الزاوية A بالدرجات	$m\angle A$	أو شبه المنحرف	
مساحة السطح الكلية	T	قياس القوس AB بالدرجات	$m\widehat{AB}$	عبارة الشرط المزدوج:	$p \leftrightarrow q$
المثلث	\triangle	نقطة المنتصف	M	p إذا فقط إذا q	
المتجه a	\vec{a}	نفي العبارة p	$\sim p$	دائرة مركزها P	$\odot P$
المتجه AB من A إلى B	\overline{AB}	الجذر التربيعي الموجب	$\sqrt{\quad}$	محيط الدائرة	C
الحجم	V	الزوج المرتب	(x, y)	عبارة الشرط: إذا كان p فإن q	$p \rightarrow q$
عرض المستطيل	w	الثلاثي المرتب	(x, y, z)	مطابق لـ	\cong
		موازي لـ	\parallel	p و q	$p \wedge q$
		ليس موازياً لـ	\nparallel	جيب التمام	\cos
		متوازي أضلاع	\square	درجة	$^\circ$